

Model z racjonalnymi oczekiwaniami a wspólna polityka pieniężna w strefie euro

Andrzej Torój*

Nadesłany: 5 maja 2009 r. Zaakceptowany: 2 września 2009 r.

Streszczenie

W artykule analizowany jest wpływ koncentracji podmiotów gospodarczych z unii walutowej na sytuację w kraju ich pochodzenia. Rozważane są dwie grupy: osoby reprezentujące państwo we wspólnych władzach monetarnych oraz konsumenci i producenci, formujący oczekiwania w odniesieniu do przyszłej produkcji i inflacji. Konsekwencje obu zjawisk rozpatrywane są w ramach prostego modelu neokeynesowskiego z racjonalnymi oczekiwaniami. W pierwszym przypadku wyniki symulacji potwierdzają wnioski prezentowane w literaturze: (1) w małych i średnich gospodarkach, w sytuacji ponadproporcjonalnego skoncentrowania się wszystkich głosujących na potrzebach krajów pochodzenia nieznacznie zwiększa się wariancja luki PKB i inflacji; (2) produkcja i inflacja są najmniej zmienne, gdy głosujący skupiają się na potrzebach unii walutowej jako całości. Skutki koncentracji podmiotów z danego regionu na wydarzeniach krajowych w procesie formowania oczekiwań nie są jednoznacznie określone. Może ona prowadzić do wzrostu zmienności produkcji przy umiarkowanej korelacji wstrząsów popytowych między krajami oraz ich dużej uporczywości. W artykule zaproponowano niezbędne modyfikacje standardowych metod rozwiązywania modeli z racjonalnymi oczekiwaniami.

Słowa kluczowe: Unia Gospodarcza i Walutowa, heterogeniczność, rozwiązywanie modeli z racjonalnymi oczekiwaniami, uogólniona dekompozycja Schura, metoda Christiano

JEL: C32, C61, E52, F15

* Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Ministerstwo Finansów; e-mail: andrzej.toroj@doktorant.sgh.waw.pl.

1. Wstęp¹

Od momentu utworzenia strefy euro uwagę badaczy przyciągają makroekonomiczne procesy dostosowawcze zachodzące po wstrząsach asymetrycznych. Osiągnięcie wysokiej zdolności gospodarki do zaabsorbowania takiego wstrząsu w przypadku braku autonomicznej polityki pieniężnej i kursowej stanowi bowiem ważny cel polityki gospodarczej zarówno państw należących do unii walutowej, jak i krajów, które dążą do członkostwa. Wśród rynkowych kanałów dostosowań główną rolę odgrywa kanał konkurencyjności (zob. European Commission 2006; European Commission 2008; Narodowy Bank Polski 2009). Z kolei procykliczny mechanizm realnej stopy procentowej może utrudniać przebieg dostosowań („krytyka Waltersa”; zob. Walters 1994).

Funkcjonowanie obu mechanizmów w znacznym stopniu zależy od sposobu formowania oczekiwań w poszczególnych krajach strefy euro. Jeżeli podwyższona inflacja w „przegrzanej” gospodarce powoduje w niej silny wzrost oczekiwań inflacyjnych, to przy asymetrycznym charakterze cyklu i w konsekwencji braku istotnej reakcji wspólnego banku centralnego w rozpatrywanym kraju obniża się realna stopa procentowa. Dodatkowo zwiększa to aktywność gospodarczą i prowadzi do wzrostu amplitudy cyklu oraz przedłużenia dostosowań. Jeżeli jednak racjonalne podmioty gospodarcze uwzględniają w swych oczekiwaniach fakt, że przedłużający się boom doprowadzi do utraty zewnętrznej konkurencyjności, to antycypują działanie kanału konkurencyjności i redukują oczekiwania co do przyszłej luki PKB i inflacji, co osłabia mechanizm wpływu realnej stopy procentowej.

Pojawienie się asymetrycznych wstrząsów i cyklicznych dywergencji w sytuacji mało efektywnego funkcjonowania alternatywnych mechanizmów dostosowawczych może spowodować, że członkowie Rady Prezesów EBC będą nadmiernie uwzględniać sytuację w swych krajach. Możliwość taka znajduje empiryczne potwierdzenie w niektórych badaniach. Gildea (1992) oraz Meade i Sheets (2005) stwierdzili tego rodzaju prawidłowości w przypadku członków Federalnego Komitetu Operacji Otwartego Rynku w USA, a Berger i de Haan (2002) – w Republice Federalnej Niemiec. Ewentualne silne skoncentrowanie się członków Rady Prezesów EBC na potrzebach ich krajów może się wydawać szczególnie niekorzystne w kontekście wprowadzonego przez Traktat Nicejski rotacyjnego systemu głosowania w Radzie Prezesów EBC.

W artykule podjęto próbę symulacyjnej analizy konsekwencji tego zjawiska dla zmienności produkcji i inflacji. Ze względu na ważną rolę, jaką odgrywają oczekiwania w funkcjonowaniu mechanizmów dostosowawczych wewnątrz unii walutowej, pełna analiza jest możliwa jedynie przy dokładnym modelowaniu procesu ich formowania. W niniejszym artykule zaproponowano model z racjonalnymi oczekiwaniami, oparty na specyfikacjach neokeynesowskich. Ze względu na hybrydową konstrukcję krzywych IS i Phillipsa może on jednak obejmować różne specyfikacje oczekiwań, będące kombinacją liniową oczekiwań racjonalnych, przeszłych wartości zmiennych oraz stałej (np. adaptacyjne lub statyczne).

Analiza symulacyjna na podstawie modelu z racjonalnymi oczekiwaniami wymaga jego rozwiązania. W artykule pokazano jednak, że w przypadku rotacji w Radzie Prezesów i nadmiernego skoncentrowania się jej członków na sytuacji swego kraju właściwym narzędziem opisu polityki pieniężnej strefy euro staje się reguła Taylora o zmiennych parametrach. Odwołanie do klasycznych metod rozwiązania (w duchu Blancharda i Kahna, 1980) może się wówczas okazać niewystarczające. W związku z tym zaproponowano modyfikację metody rozwiązania Kleina (2000).

¹ Artykuł wyraża osobiste poglądy autora, natomiast niekoniecznie instytucji, z którymi jest związany.

Zjawisko silnego koncentrowania się na sytuacji gospodarczej kraju pochodzenia może dotyczyć nie tylko członków Rady Prezesów EBC, lecz również obywateli poszczególnych państw tworzących unię walutową i przejawiać się w formowaniu oczekiwań co do przyszłej inflacji i produkcji. Uwzględnienie tego faktu w analizie symulacyjnej również wymaga odejścia od standardowych założeń technicznych. Z tego względu dodatkowo wykorzystano metodę Christiano (2002), umożliwiającą narzucenie heterogenicznych zbiorów informacyjnych różnym równaniom modelu, związanym z poszczególnymi państwami.

W drugim rozdziale opisano proponowany model unii walutowej. Rozdział trzeci zawiera przegląd literatury poświęconej metodom rozwiązywania modeli z racjonalnymi oczekiwaniami. W rozdziale czwartym została szczegółowo opisana modyfikacja modelu związana z rotacją w Radzie Prezesów EBC i koncentrowaniem się członków tego gremium na sytuacji gospodarczej swych krajów. W konsekwencji uchylono założenie o stałości parametrów i zaproponowano metodę rozwiązania przy zmiennych współczynnikach. Omówiono też wnioski z analizy symulacyjnej, przeprowadzonej za jej pomocą. Analogicznie, w rozdziale piątym uchylono założenie o jednolitym formowaniu oczekiwań inflacyjnych w regionach. W rozdziale szóstym przedstawiono wnioski z badania.

2. Neokeynesowski model dla strefy euro

Punktem wyjścia konstrukcji modelu rozważanego w niniejszej pracy jest trzyrównaniowy model neokeynesowski, stanowiący podstawowe narzędzie analizy skutków oddziaływania polityki pieniężnej w gospodarce zamkniętej. Składa się on z równania luki PKB (krzywa IS), inflacji (krzywa Phillipsa) oraz nominalnej stopy procentowej (funkcja reakcji banku centralnego). Model został uzupełniony w celu uwzględnienia specyfiki grupy gospodarek otwartych, stanowiących unię walutową; wbudowano w niego kanał konkurencyjności i mechanizm realnej stopy procentowej.

Politykę pieniężną wspólnego banku centralnego opisuje reguła Taylora z wygładzaniem (por. np. Sauer i Sturm 2003):

$$i_t = (1 - \rho)[r^* + \pi^* + \gamma_\pi(\pi_t - \pi^*) + \gamma_y y_t] + \rho i_{t-1} \quad (1)$$

gdzie:

i_t – stopa procentowa banku centralnego w okresie t ,

y_t – luka PKB w unii walutowej,

π_t – inflacja w unii walutowej,

r^* – naturalna stopa procentowa,

π^* – cel inflacyjny wspólnego banku centralnego,

$\rho \in (0; 1)$ – parametr wygładzania,

$\gamma_\pi > 1$, $\gamma_y > 0$ – parametry reakcji banku centralnego na (odpowiednio) odchylenie inflacji od celu² i otwartą lukę PKB.

² Warunek $\gamma_\pi > 1$ oznacza spełnienie zasady Taylora (1993), dzięki której równowaga jest określona.

Stopa inflacji i luka PKB w całej unii walutowej są obliczane jako średnie ważone odpowiednich wielkości dla poszczególnych państw członkowskich:

$$\pi_t = \sum_{j=1}^n w_j \pi_{j,t} \quad (2)$$

$$y_t = \sum_{j=1}^n w_j y_{j,t} \quad (3)$$

Wagi dla krajów (wektor $\mathbf{w}_{n \times 1}$) odpowiadają względnej wielkości poszczególnych gospodarek³.

W unii walutowej uczestniczy n krajów ($j = 1, \dots, n$). Inflacja kraju j (π_j) jest kształtowana zgodnie z hybrydową krzywą Phillipsa (Galí, Gertler 1999; Galí i in. 2001):

$$\pi_{j,t} = \omega_{b,j} \pi_{j,t-1} + \omega_{f,j} E_t \pi_{j,t-1} + \gamma_j y_{j,t} + \varepsilon_{j,t}^s \quad (4)$$

gdzie:

$\varepsilon_{j,t}^s$ – szok kosztowy w okresie t w kraju j ,

$y_{j,t}$ – luka PKB w kraju j ; luka ta jest kształtowana zgodnie z hybrydową krzywą IS, rozszerzoną o komponenty dla gospodarki otwartej (por. Clarida i in. 2001; Goodhart, Hofmann 2005):

$$y_{j,t} = \beta_{b,j} y_{j,t-1} + \beta_{f,j} E_t y_{j,t-1} - \beta_{r,j} (i_t - E_t \pi_{j,t+1} - r^*) - \beta_{c,j} (p_{j,t} - p_{-j,t}) + \beta_{s,j} y_{-j,t} + \varepsilon_{j,t}^d \quad (5)$$

gdzie:

$y_{-j,t}$ – luka PKB w pozostałych krajach unii,

$p_{j,t}$ – logarytm poziomu cen w kraju j ,

$p_{-j,t}$ – logarytm poziomu cen w pozostałych krajach:

$$y_{-j,t} = \frac{\sum_{k,k \neq j} w_k y_{k,t}}{\sum_{k,k \neq j} w_k} \quad (6)$$

$$p_{j,t} = p_{j,t-1} + \pi_{j,t} \quad (7)$$

$$p_{-j,t} = \frac{\sum_{k,k \neq j} w_k p_{k,t-1}}{\sum_{k,k \neq j} w_k} + \frac{\sum_{k,k \neq j} w_k \cdot \pi_{k,t}}{\sum_{k,k \neq j} w_k} \quad (8)$$

³ Wagi dla poszczególnych państw członkowskich stosowane do konstrukcji indeksu HICP dla strefy euro są obliczane na podstawie rocznych rachunków narodowych jako udział wydatków konsumpcyjnych gospodarstw domowych w analogicznej wartości dla całej strefy euro. Zob. szerzej w *Compendium of HICP reference documents*, Eurostat, http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-AO-01-005/EN/KS-AO-01-005-EN.PDF.

Standardowa specyfikacja dla gospodarki zamkniętej została zatem rozszerzona o dywergencję realnego kursu walutowego⁴, $p_{j,t} - p_{-j,t}$, oraz lukę PKB w innych państwach unii, $y_{-j,t}$. Odpowiada to założeniom przyjętym przez Claridę i in. (2001), że w małej gospodarce otwartej warunki popytowe kształtowane są przez zewnętrzne warunki popytowe oraz relację cen wyrażonych w walucie zagranicznej do cen światowych. Szybka aprecjacja wpływa na utratę cenowej konkurencyjności dóbr krajowych za granicą ($\beta_c > 0$), a osłabienie aktywności gospodarczej za granicą przekłada się na spowolnienie gospodarki krajowej ($\beta_s > 0$). Pozostałe parametry równań (4) i (5), zgodnie z literaturą neokeynesowską, powinny przyjmować dodatnie wartości.

Tabela 1 zawiera zestaw parametrów modelu przyjętych w symulacjach, których wyniki są zaprezentowane w niniejszym artykule. W celu ustalenia uwagi przyjęto jednolite parametry krzywych IS i Phillipsa w poszczególnych krajach strefy euro, a wartości tych parametrów to mediana istotnych statystycznie oszacowań dla 12 krajów strefy euro w latach 1999–2008 (Torój 2009). Parametry równań dla poszczególnych krajów, zgodnie z dominującym podejściem w literaturze neokeynesowskiej, zostały oszacowane za pomocą uogólnionej metody momentów (por. Galí, Gertler 1999; Galí i in. 2001; Goodhart, Hofmann 2005)⁵. Wartości przyjęte dla parametrów reguły Taylora oraz współczynniki autokorelacji wstrząsów popytowych i podaźowych wzorujemy na wartościach opisanych w przeglądzie literatury (Lindé 2005).

Tabela 1. Parametry modelu do symulacji

ω_f	0,55	β_r	0,09	γ_π	1,5	ρ_π	0,1
ω_b	0,45	β_c	0,04	γ_y	0,5	ρ_y	0,5
β_f	0,50	β_s	0,09	ρ	0,5		
β_b	0,50	γ	0,05				

Źródło: Torój (2008).

Źródło: Lindé (2005).

Model złożony z równań (1)–(8) może być zapisany w następującej postaci macierzowej:

$$\mathbf{A}E_t\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{B}\mathbf{x}_t + \mathbf{C}\varepsilon_t \quad (9)$$

W powyższym zapisie $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{C}$ są macierzami parametrów modelu, które zostały skonstruowane z parametrów równań (1)–(8) w następujący sposób:

⁴ W unii walutowej nie ma kursu nominalnego między poszczególnymi krajami, więc na realny kurs walutowy składa się wyłącznie różnica między logarytmami poziomów cen.

⁵ Podobnie jak w pracy Galí i Gertlera (1999) jako zmienne instrumentalne w krzywej Phillipsa wykorzystano opóźnienia inflacji HICP, wzrostu płac, wzrostu cen ropy, realnych jednostkowych kosztów pracy, luki PKB oraz – dodatkowo – dynamikę nominalnego efektywnego kursu walutowego kraju (ze względu na różnice w strukturze handlu międzynarodowego). Podobnie jak w pracy Goodharta i Hofmanna (2005) zmiennymi instrumentalnymi w krzywej IS są opóźnienia luki PKB, realnej stopy procentowej *ex post*, wzrostu PKB oraz – dodatkowo – *terms of trade*, zagranicznej luki PKB i inflacji HICP.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{c}_y & -\boldsymbol{\beta}_c & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & -\boldsymbol{\beta}_r & \boldsymbol{\beta}_f & \boldsymbol{\beta}_r \\ \mathbf{c}_\pi & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \boldsymbol{\omega}_f \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3n+1 \times 2n} \\ \mathbf{I}_{2n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & (1-\rho)(r^* + \pi^* - \gamma_\pi \pi^*) & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & -\boldsymbol{\beta}_b & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & -\boldsymbol{\omega}_b \\ 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \rho & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & (1-\rho)\gamma_y \mathbf{w}^T & \boldsymbol{\beta}_s & -\boldsymbol{\gamma} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n & (1-\rho)\gamma_\pi \mathbf{w}^T & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix}$$

Poszczególne elementy składowe powyższych macierzy zdefiniowano przy tym następująco:

$$\mathbf{c}_\pi = \begin{bmatrix} (1-\omega_{b,1}-\omega_{f,1})\pi_1^* \\ (1-\omega_{b,2}-\omega_{f,2})\pi_2^* \\ \vdots \\ (1-\omega_{b,n}-\omega_{f,n})\pi_n^* \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}_y = \begin{bmatrix} \beta_{r,1}r_1^* \\ \beta_{r,2}r_2^* \\ \vdots \\ \beta_{r,n}r_n^* \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\gamma} = \text{diag}[\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_n]$$

$$\boldsymbol{\omega}_f = \text{diag}[\omega_{f,1} \quad \omega_{f,2} \quad \dots \quad \omega_{f,n}] \quad \boldsymbol{\omega}_b = \text{diag}[\omega_{b,1} \quad \omega_{b,2} \quad \dots \quad \omega_{b,n}]$$

$$\boldsymbol{\beta}_f = \text{diag}[\beta_{f,1} \quad \beta_{f,2} \quad \dots \quad \beta_{f,n}] \quad \boldsymbol{\beta}_b = \text{diag}[\beta_{b,1} \quad \beta_{b,2} \quad \dots \quad \beta_{b,n}]$$

$$\boldsymbol{\beta}_r = \text{diag}[\beta_{r,1} \quad \beta_{r,2} \quad \dots \quad \beta_{r,n}]$$

$$\boldsymbol{\beta}_s = \begin{bmatrix} 1 & -\beta_{s,1} \frac{w_2}{1-w_1} & \dots & -\beta_{s,1} \frac{w_n}{1-w_1} \\ -\beta_{s,2} \frac{w_1}{1-w_2} & 1 & \dots & -\beta_{s,2} \frac{w_n}{1-w_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{s,n} \frac{w_1}{1-w_n} & -\beta_{s,n} \frac{w_2}{1-w_n} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta}_c = \begin{bmatrix} \beta_{c,1} & -\beta_{c,1} \frac{w_2}{1-w_1} & \dots & -\beta_{c,1} \frac{w_n}{1-w_1} \\ -\beta_{c,2} \frac{w_1}{1-w_2} & \beta_{c,2} & \dots & -\beta_{c,2} \frac{w_n}{1-w_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_{c,n} \frac{w_1}{1-w_n} & -\beta_{c,n} \frac{w_2}{1-w_n} & \dots & \beta_{c,n} \end{bmatrix}$$

Wektor $\mathbf{x}_t$ zawiera wszystkie zmienne modelu:

$$\mathbf{x}_t^T = [1 \quad \mathbf{p}_t^T \quad \mathbf{y}_{t-1}^T \quad \boldsymbol{\pi}_{t-1}^T \quad i_{t-1} \quad \mathbf{y}_t^T \quad \boldsymbol{\pi}_t^T] \quad (10)$$

Pogrubięte elementy wektora $\mathbf{x}_t$ oznaczają wektory złożone z analogicznie oznaczonych zmiennych w poszczególnych państwach członkowskich unii walutowej:

$$\mathbf{p}_t^T = [p_{1,t} \quad p_{2,t} \quad \dots \quad p_{n,t}] \quad \mathbf{y}_t^T = [y_{1,t} \quad y_{2,t} \quad \dots \quad y_{n,t}] \quad \boldsymbol{\pi}_t^T = [\pi_{1,t} \quad \pi_{2,t} \quad \dots \quad \pi_{n,t}] \quad (11)$$

Wektor zaburzeń losowych $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ składa się z popytowych i podażyowych wstrząsów, dotyczących poszczególnych gospodarek:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t^T = [\varepsilon_{1,t}^d \quad \varepsilon_{2,t}^d \quad \dots \quad \varepsilon_{n,t}^d \quad \varepsilon_{1,t}^s \quad \varepsilon_{2,t}^s \quad \dots \quad \varepsilon_{n,t}^s]$$

Przed wykorzystaniem modelu (9) w analizie symulacyjnej należy go rozwiązać (por. DeJong, Dave 2007).

3. Przegląd literatury

Rozwiązanie dynamicznego liniowego modelu z racjonalnymi oczekiwaniami, zapisanego jako (9)⁶, polega na przekształceniu go do postaci rekurencyjnego prawa ruchu (por. Blanchard, Kahn 1980; Uhlig 1999; Klein 2000; Sims 2001):

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{M}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{N}\boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (12)$$

Dzięki takiemu przekształceniu można przede wszystkim wykorzystać model do symulacji kontrfaktycznych, analizy funkcji odpowiedzi na impuls oraz badania własności drugich momentów (DeJong, Dave 2007; Christiano 2002). Lindé (2005) zwraca uwagę na możliwość wykorzystania rozwiązania do estymacji parametrów modelu (12) za pomocą metody największej wiarygodności z pełną informacją. Autor pokazuje za pośrednictwem symulacji, że taka estymacja ma lepsze własności niż ugruntowana w literaturze neokenesowskiej estymacja parametrów modelu (9) za pomocą uogólnionej metody momentów.

Blanchard i Kahn (1980) rozwiązują model (9), przyjmując założenie o nieosobliwości macierzy $\mathbf{A}$ i wykonując dekompozycję Jordana dla macierzy $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. Autorzy sformułowali też ważne twierdzenie o istnieniu jednoznacznego rozwiązania modelu: istnieje ono wtedy i tylko wtedy, gdy liczba zmiennych z góry ustalonych w okresie t zawartych w wektorze $\mathbf{x}_t$ jest równa liczbie „stabilnych” wartości własnych macierzy $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ (takich, które nie przekraczają 1 co do wartości bezwzględnej; *saddle-path stability*).

Założenie o nieosobliwości macierzy $\mathbf{A}$ uchyla Klein (2000). Jest to możliwe dzięki wykorzystaniu uogólnionej zespolonej dekompozycji Schura dla macierzy $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$. Podobną metodę proponuje Sims (2001) dla modelu (9) wyrażonego bez używania operatora oczekiwań. Oczekiwania zostają za-

⁶ Taki zapis jest ogólny i obejmuje różne specyfikacje, niezależnie od rzędu opóźnień.

stąpione przyszłymi realizacjami zmiennych oraz wektorem błędów oczekiwań, a do uzyskania rozwiązania wykorzystuje się fakt istnienia liniowego odwzorowania z ϵ_t na przestrzeń tych błędów. Söderlind (1999) w algorytmie opartym na metodzie Kleina dopuszcza zakwalifikowanie uogólnionych wartości własnych o module równym 1 jako stabilnych w sytuacji, gdy wektor x_t zawiera zmienne niestacjonarne z konstrukcji. Uhlig (1999) proponuje zaś metodę nieoznaczonych współczynników, w której sprowadza problem rozwiązania modelu do rozwiązania kwadratowego równania macierzowego.

Christiano (2002) proponuje modyfikację metody nieoznaczonych współczynników, pozwalającą przypisać oczekiwaniom formowanym w poszczególnych równaniach różne zbiory informacyjne. Takie podejście ma zastosowanie w sytuacji, gdy różne grupy podmiotów ekonomicznych podejmują decyzje na podstawie zróżnicowanego zasobu wiedzy o bieżących wstrząsach ekonomicznych. Modele nieliniowe rozwiązuje się za pomocą różnych algorytmów numerycznych (przegląd metod: Dejong, Dave 2007).

Proponowane w literaturze rozwiązania dla modeli o zmiennych parametrach dotyczą sytuacji, w której parametry są losowe i zazwyczaj podlegają procesowi Markowa o skończonej przestrzeni stanów. Farmer i in. (2008) stosują w tym przypadku rozwiązanie typu MSV (*minimum state variable*), polegające na zwielokrotnieniu wektora x_t o liczbę możliwych stanów i odpowiedniej modyfikacji macierzy parametrów.

4. Skutki wprowadzenia systemu rotacyjnego w Radzie Prezesów EBC

Przy dotychczasowych założeniach, w szczególności dotyczących stałości wag w równaniach (2) i (3) oraz standardowej definicji operatora racjonalnych oczekiwań w (4) i (5), możemy rozwiązać model na potrzeby symulacji za pomocą standardowych metod (zob. rozdział trzeci). Jak jednak pokazano w dalszej części artykułu, uchylenie tych założeń może być niezbędne do pełniejszego opisu gospodarczej rzeczywistości strefy euro. Dalsze rozważania techniczne dotyczą głównie metody rozwiązania modelu, a zatem odwołujemy się w nich do postaci (9), lub jej modyfikacji, zdefiniowanej na podstawie modelu opisanego w rozdziale drugim.

4.1. Konsekwencje rotacji dla specyfikacji modelu z racjonalnymi oczekiwaniami

Jednym z postanowień Traktatu Nicejskiego jest reforma systemu głosowania w Radzie Prezesów EBC⁷. Obecnie Rada składa się z przedstawicieli Zarządu EBC oraz wszystkich prezesów banków centralnych krajów strefy euro. Każdy z nich ma prawo głosu na wszystkich posiedzeniach. Rozszerzenie strefy euro przy tym kształcie instytucjonalnym oznaczałoby konieczność podejmowania decyzji przez coraz liczniejsze grono osób, co może utrudniać koordynację procesu decyzyjnego (por. np. Gerlach-Kristen 2005). Z tego względu postanowiono wprowadzić system rotacyjny, gdy liczba krajów strefy euro przekroczy 15⁸. Przewiduje on rotacyjne wyłączanie części prezesów krajowych banków centralnych z głosowania.

⁷ Szerzej na temat reformy zob.: Narodowy Bank Polski (2009); Kosior i in. (2009); Górka (2009).

⁸ Mimo że warunek ten został spełniony 1 stycznia 2009 r. wraz z przyjęciem euro przez Słowację, system rotacyjny jeszcze nie obowiązuje. Moment jego wprowadzenia miały bowiem precyzować akty wykonawcze EBC, które nie zostały do tej pory wydane. Z analizy Górskiej (2009) wynika, że Rada Prezesów EBC może podjąć decyzję o opóźnieniu tego momentu do dnia, w którym liczba prezesów przekroczy 18.

Zgodnie ze swym mandatem Rada Prezesów EBC zobowiązana jest do utrzymywania stabilności cen na obszarze całej strefy euro (por. European Central Bank 2003). W przypadku dosłownej interpretacji tego mandatu sposób prowadzenia polityki pieniężnej, opisany równaniami (1)–(3), nie zmieniłby się pod wpływem powyższej reformy. Jednak krytycy tego rozwiązania twierdzą, że stanowi ono krok w złym kierunku, ponieważ eksponuje narodowy charakter składu Rady Prezesów (por. Belke 2003). Warto więc rozważyć potencjalne konsekwencje tego niebezpieczeństwa.

Założmy, że każdy z prezesów krajowych banków centralnych preferuje własną stopę procentową j , odpowiednią z punktu widzenia pozycji cyklicznej jego kraju, która może być asymetryczna względem reszty unii walutowej:

$$i_{j,t} = (1 - \rho) [r^* + \pi^* + \gamma_\pi (\pi_{j,t} - \pi^*) + \gamma_y y_{j,t}] + \rho i_{t-1} \quad (13)$$

Dążąc do złagodzenia cyklicznego niedopasowania stopy procentowej (*cyclical stress*, zob. Clarida i in. 1999; Calmfors 2007) w swym kraju, głosujący miałby motywację, by popierać zmiany stopy EBC w kierunku $i_{j,t}$, nawet gdyby nie były one zgodne z regułą (1)⁹. Ostateczną preferencję prezesa krajowego banku centralnego, deklarowaną w głosowaniu, określamy jako średnią ważoną stopy „proeuropejskiej” opisanej wzorem (1) oraz preferowanej z punktu widzenia interesów jego kraju, wyrażonej wzorem (13):

$$\tilde{i}_{j,t} = (1 - \alpha) \cdot i_t + \alpha \cdot i_{j,t} \quad (14)$$

Parametr $\alpha \in [0; 1]$ mierzy skłonność członka Rady Prezesów do kierowania się interesem własnego kraju. Gdy głosujący zwraca uwagę wyłącznie na sytuację strefy euro jako całości, $\alpha = 0$. W skrajnym przypadku, gdyby interesowała go wyłącznie sytuacja własnego kraju, $\alpha = 1$.

Wynik głosowania w okresie t przybliżamy za pomocą średniej arytmetycznej preferowanych przez uczestników głosowania stóp $\tilde{i}_{j,t}$. W myśl reformy jedynie 15 członków Rady uczestniczyłoby w jednym głosowaniu. Niech $a_{j,t}$ będzie zmienną zero-jedynkową równą 1, gdy reprezentant kraju j ma prawo głosu w okresie t , i 0 w przeciwnym przypadku¹⁰. Ostatecznie decyzja Rady Prezesów w sprawie stóp procentowych może zostać zapisana jako:

$$\bar{i}_t = \frac{1}{\sum_j a_{j,t}} \sum_{j=1}^n a_{j,t} \cdot [(1 - \alpha) i_t + \alpha \cdot i_{j,t}] \quad (15)$$

Podstawiając (1) i (13) do (15), otrzymujemy ostateczną postać reguły Taylora:

⁹ Clarida i in. (1999) rozróżnia niedopasowanie cykliczne, wynikające z asymetrycznego przebiegu cyklu koniunkturalnego, oraz strukturalne, wynikające z długookresowego niedopasowania poziomu nominalnych stóp procentowych. Jak pokazują Calmfors (2007) oraz Flaig i Wollmershäuser (2007), w wielu krajach strefy euro znaczna część niedopasowania stopy procentowej w pierwszych latach funkcjonowania unii walutowej mogła mieć właśnie charakter strukturalny. Niemniej jednak włączenie do modelu także niedopasowania strukturalnego spowodowałoby utratę stałego punktu równowagi. „Wędrujący” stan ustalony nie uniemożliwia analizy drugich momentów za pomocą zaproponowanych tu narzędzi, sprawia jednak, że jej wyniki byłyby wrażliwe na przyjęte założenia dotyczące zróżnicowania poziomu rozwoju gospodarczego krajów. Dotyczy to w szczególności długookresowych różnic inflacyjnych (efekt Balassy-Samuelsona) i zróżnicowania naturalnych stóp procentowych między krajami strefy euro. Z tego względu powyższy wątek wyłączam do dalszych analiz empirycznych.

¹⁰ Można w ten sposób łatwo analizować także zachowanie członków Zarządu wchodzących w skład Rady. Zmienna $a_{j,t}$ może w szczególności przyjąć wartość 2, gdy przedstawiciele kraju j zasiadają w okresie t zarówno w Zarządzie, jak i w Radzie.

$$\bar{i}_t = (1 - \rho) \{ r^* + \pi^* + [(1 - \alpha) \mathbf{w}^T + \alpha \mathbf{a}_t^T] \gamma_\pi (\pi_t - \pi^*) + [(1 - \alpha) \mathbf{w}^T + \alpha \mathbf{a}_t^T] \gamma_y \mathbf{y}_t \} + \rho i_{t-1} \quad (16)$$

gdzie pogrubione symbole z indeksem t oznaczają pionowe wektory $n \times 1$, zawierające identycznie oznaczone zmienne dla poszczególnych krajów (zob. równanie (11)), $\mathbf{a}_t^T = [a_{1,t} \ a_{2,t} \ \dots \ a_{n,t}]$, $\mathbf{w}^T = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]$, $\pi^* = \pi^* \cdot \mathbf{1}_{n \times 1}$. Zauważmy, że we wzorze (16) parametry przy lukach PKB i stopach inflacji dla różnych gospodarek są zmienne w czasie. W konsekwencji macierz $\mathbf{B}$ (według notacji z równania (9)) również jest zmienna w czasie (równanie (17)).

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & (1 - \rho)(r^* + \pi^* - \gamma_\pi \pi^*) & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & -\beta_b & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & -\omega_b \\ \mathbf{0} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \rho & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & (1 - \rho) \gamma_y [(1 - \alpha) \mathbf{w}^T + \alpha \cdot \mathbf{a}_t^T] & \beta_s & -\gamma \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n & (1 - \rho) \gamma_\pi [(1 - \alpha) \mathbf{w}^T + \alpha \cdot \mathbf{a}_t^T] & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

Zmienność macierzy parametrów modelu zapisanego jako (9) uniemożliwia zastosowanie standardowych metod rozwiązania modelu opisanych w rozdziale 3. Powoduje to konieczność modyfikacji metody rozwiązania.

4.2. Rozwiązanie modelu ze zmiennymi parametrami

W celu rozwiązania modelu ze zmiennymi w czasie parametrami:

$$\mathbf{A} E_t \mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{B} \mathbf{x}_t + \mathbf{C} \mathbf{f}_t \quad (18)$$

posłużono się metodą Kleina (2000)¹¹, wprowadzając następujące modyfikacje. W pierwszym kroku nie przeprowadzono uogólnionej dekompozycji Schura, gdyż przy zmiennych w czasie efektach dekompozycji nie można sprowadzić macierzy przy zmiennych $\mathbf{x}_t$ i $E_t(\mathbf{x}_{t+1})$ do postaci macierzy górnych trójkątnych¹². Zamiast tego wykorzystano założenie, że zmienność parametrów $\mathbf{A}_{(t)}$ i $\mathbf{B}_{(t)}$ ma charak-

¹¹ Nasz przypadek nie wymaga jednoczesnego rozpatrzenia zmienności parametrów $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$, gdyż przy założeniach przyjętych w rozdziale drugim można umieścić zmienne w czasie parametry wyłącznie w jednej z tych macierzy. Ze względu na jednoznaczność uogólnionej dekompozycji Schura przy narzuconym sortowaniu uogólnionych wartości własnych wykorzystanie założenia o stałości jednej z tych dwóch macierzy nie upraszcza istotnie dalszych rozwiązań. Z tego powodu pozostajemy na wyższym poziomie ogólności, niż wymaga tego rozpatrywany problem.

¹² Przy zmiennej w czasie macierzy $\mathbf{Z}_{(t)}$ (por. (21)) nie można jednoznacznie zdefiniować podstawienia (22) i w konsekwencji równanie dotyczyłoby różnych zmiennych w każdym okresie. Z kolei dekompozycja wykonana dla par macierzy $\mathbf{A}_{(t)}$ i $\mathbf{B}_{(t+1)}$, która rozwiązałaby ten problem, nie pozwala przejść do macierzy górnych trójkątnych przez lewostronne pomnożenie każdego równania przez $\mathbf{Q}_{(t)}$ (por. (21)).

ter cyklu liczącego m obserwacji, tzn. $\mathbf{A}_{(t+j)} = \mathbf{A}_{(t+j+i \cdot m)}$ oraz $\mathbf{B}_{(t+j)} = \mathbf{B}_{(t+j+i \cdot m)}$ dla każdego $j = 0, 1, \dots, m-1$ i każdego $i \in \mathbb{N}$. W tej sytuacji każde z m kolejnych równań rozwiązujemy względem bieżącej wartości $\mathbf{x}^{13}$:

$$\begin{aligned} x_t &= \mathbf{B}_{(t)}^{-1} \mathbf{A}_{(t)} E_t(\mathbf{x}_{t+1}) - \mathbf{B}_{(t)}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{f}_t \\ x_{t+1} &= \mathbf{B}_{(t+1)}^{-1} \mathbf{A}_{(t+1)} E_{t+1}(\mathbf{x}_{t+2}) - \mathbf{B}_{(t+1)}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{f}_{t+1} \\ &\vdots \\ x_{t+m-1} &= \mathbf{B}_{(t+m-1)}^{-1} \mathbf{A}_{(t+m-1)} E_{t+m-1}(\mathbf{x}_{t+m}) - \mathbf{B}_{(t+m-1)}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{f}_{t+m-1} \end{aligned} \quad (19)$$

Podstawiając iteracyjnie do wcześniejszych równań i korzystając z prawa iterowanych oczekiwań (por. Ljungqvist, Sargent 2004), otrzymujemy zależność:

$$x_t = \underbrace{\mathbf{B}_{(t)}^{-1} \mathbf{A}_{(t)} \mathbf{B}_{(t+1)}^{-1} \mathbf{A}_{(t+1)} \dots \mathbf{B}_{(t+m-1)}^{-1} \mathbf{A}_{(t+m-1)}}_{\mathbf{D}_{(t)}} E_t(\mathbf{x}_{t+m}) - \underbrace{\mathbf{B}_{(t)}^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^{m-1} \left(\prod_{l=1}^k \mathbf{A}_{(t+l-1)} \mathbf{B}_{(t+l)}^{-1} \right) \mathbf{C} E_t \mathbf{f}_{t+k} \right\} + \mathbf{C} \mathbf{f}_t}_{\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_t \mathbf{f}_{t+k}}} \quad (20)$$

Macierze $\mathbf{D}_{(t)}$ i $\mathbf{I}$ (jako macierz parametrów przy $\mathbf{x}_t$) poddajemy następnie uogólnionej dekompozycji Schura:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{(t)} \mathbf{D}_{(t)} \mathbf{Z}_{(t)} &= \mathbf{S}_{(t)} \\ \mathbf{Q}_{(t)} \mathbf{I} \mathbf{Z}_{(t)} &= \mathbf{T}_{(t)} \end{aligned} \quad (21)$$

gdzie:

$\mathbf{S}$ i $\mathbf{T}$ – macierze górne trójkątne,

$\mathbf{Q}$ i $\mathbf{Z}$ – macierze unitarne ($\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H = \mathbf{Z}^H \mathbf{Z} = \mathbf{I}$)¹⁴.

Aby dekompozycja była jednoznaczna, narzucamy warunek uporządkowania diagonalnych elementów macierzy $\mathbf{S}$ i $\mathbf{T}$ w taki sposób, by moduły uogólnionych wartości własnych $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ (równe $\frac{S_{i,i}}{T_{i,i}}$) rosły wraz ze wzrostem indeksu i .

Definiujemy pomocniczą zmienną:

$$\tilde{\mathbf{x}}_t = \mathbf{Z}_{(t)}^H \mathbf{x}_t \quad (22)$$

Niech wektor $\mathbf{x}_t$ – zgodnie z konwencją w literaturze – będzie uporządkowany w taki sposób, że jego pierwsza część ($\mathbf{x}_{1,t}$) zawiera zmienne z góry ustalone w t . Dzieląc analogicznie wektor $\tilde{\mathbf{x}}_t$, podstawiając (21) i (22) do (20), mnożąc lewostronnie przez $\mathbf{Q}_{(t)}$ i partycjonując odpowiednio macierze $\mathbf{S}_{(t)}$, $\mathbf{T}_{(t)}$ i $\mathbf{Q}_{(t)}$, otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11(t)} & \mathbf{S}_{12(t)} \\ 0 & \mathbf{S}_{22(t)} \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t+m} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{2,t+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11(t)} & \mathbf{T}_{12(t)} \\ 0 & \mathbf{T}_{22(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t} \\ \tilde{\mathbf{x}}_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{1(t)} \\ \mathbf{Q}_{2(t)} \end{bmatrix} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_t \mathbf{f}_{t+k} \right) \quad (23)$$

¹³ Dla zwiększenia przejrzystości wyводу przyjęto tu założenie o nieosobliwości macierzy $\mathbf{B}_{(t)}$. Można je jednak uchylić, odwracając kolejność kroków w metodzie rozwiązania. Ze względu na fakt, że takie ujęcie nie jest tu niezbędne, a komplikuje prezentację, rezygnujemy z przedstawienia metody na najwyższym poziomie ogólności.

¹⁴ Indeks górny H oznacza transpozycję hermitowską. Macierze $\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{Q}$ i $\mathbf{Z}$ są zespolone.

Postępując tak jak Klein (2000), rozwiązujemy dolny blok (23) ze względu na $\tilde{\mathbf{x}}_{2,t}$:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2,t} = \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} E_t(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+m}) - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_t \mathbf{f}_{t+k} \right) \quad (24)$$

Skończony, m -okresowy cykl, jakiemu podlegają w czasie parametry $\mathbf{A}_{(t)}$ i $\mathbf{B}_{(t)}$, implikuje $\mathbf{D}_{(t)} = \mathbf{D}_{(t+m)}$ i $\mathbf{R}_{k(t)} = \mathbf{R}_{k(t+m)}$ dla każdego k . Bez zmiany parametrów możemy zatem przesunąć (20) o m okresów do przodu:

$$\mathbf{x}_{t+m} = \mathbf{D}_{(t)} E_{t+m}(\mathbf{x}_{t+2m}) + \sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+m} \mathbf{f}_{t+m+k} \quad (25)$$

Macierze $\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{Q}$ i $\mathbf{Z}$, wynikające z dekompozycji Schura, będą równe tym otrzymanym w wyniku dekompozycji (21). Będzie tak również po przesunięciu równania o dowolną wielokrotność m – parametry równania (24) będą jednakowe:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{2,t+m} &= \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} E_{t+m}(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2m}) - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+m} \mathbf{f}_{t+m+k} \right) \\ \tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2m} &= \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} E_{t+2m}(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+4m}) - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+2m} \mathbf{f}_{t+2m+k} \right) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (26)$$

Podstawiając sekwencyjnie (26) do (24) i wykorzystując ponownie prawo iterowanych oczekiwań, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{2,t} &= \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} E_t \left[\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} E_{t+m}(\tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2m}) - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+m} \mathbf{f}_{t+m+k} \right) \right] + \\ &\quad - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_t \mathbf{f}_{t+k} \right) = \\ &= \left(\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} \right)^2 E_t \tilde{\mathbf{x}}_{2,t+2m} - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+m} \mathbf{f}_{t+m+k} \right) + \\ &\quad - \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_t \mathbf{f}_{t+k} \right) = \\ &= \dots = \\ &= - \sum_{i=0}^{+\infty} \left[\left(\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} \right)^i \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} E_{t+i} \mathbf{f}_{t+i+m+k} \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Dalszy sposób postępowania zależy od założeń dotyczących składnika losowego modelu¹⁵. Jeżeli przyjmiemy naturalną dla modeli z racjonalnymi oczekiwaniami reprezentację VAR (zob. np. Mavroeidis 2005):

$$\mathbf{f}_t = \mathbf{\Phi} \mathbf{f}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (28)$$

z $E_t \boldsymbol{\varepsilon}_{t+k} = 0$, $k = 1, 2, \dots$, możemy zapisać nieskończoną sumę (27) jako:

¹⁵ Zauważmy, że przy białoszumowym składniku losowym równanie (27) natychmiast upraszcza się do liniowej zależności $\tilde{\mathbf{x}}_{2,t}$ od bieżącej realizacji $\mathbf{f}_t$.

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{x}}_{2,t} &= -\sum_{i=0}^{+\infty} \left[\left(\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} \right)^i \mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} \mathbf{\Phi}^{i+m+k} \mathbf{f}_t \right) \right] = \\
&= -\sum_{i=0}^{+\infty} \left[\underbrace{\left(\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{S}_{22(t)} \right)^i}_{\mathbf{F}_{(t)}} \underbrace{\mathbf{T}_{22(t)}^{-1} \mathbf{Q}_{2(t)} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \mathbf{R}_{k(t)} \mathbf{\Phi}^k \right)}_{\mathbf{G}_{(t)}} \cdot \underbrace{\left(\mathbf{\Phi}^m \right)^i}_{\mathbf{H}_{(t)}} \right] \mathbf{f}_t = \\
&= -\mathbf{L}_{(t)} \mathbf{f}_t
\end{aligned} \tag{29}$$

Podobnie jak Klein (2000) obliczamy elementy $\mathbf{L}_{(t)}$ nieskończonej sumy ciągu macierzy jako elementy wektora¹⁶:

$$\text{vec}(\mathbf{L}_{(t)}) = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{(t)}^T \otimes \mathbf{F}_{(t)})^{-1} \text{vec}(\mathbf{G}_{(t)}) \tag{30}$$

Istnienie nieskończonej sumy gwarantowane jest przez: (1) spełnienie założeń twierdzenia Blancharda-Kahna (dotyczących liczby niestabilnych uogólnionych wartości własnych macierzy $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ skupionych w bloku (2,2) macierzy $\mathbf{S}$ i $\mathbf{T}$) oraz (2) stabilność procesu (28) (gdy moduły wartości własnych macierzy $\mathbf{\Phi}$ są niższe od 1).

Podstawiamy (29) do (22) po lewostronnym pomnożeniu przez $\mathbf{Z}_{(t)}$ i odpowiednim podziale na bloki:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11(t)} & \mathbf{Z}_{12(t)} \\ \mathbf{Z}_{21(t)} & \mathbf{Z}_{22(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{1,t} \\ -\mathbf{L}_{(t)} \mathbf{f}_t \end{bmatrix} \tag{31}$$

Po wyrugowaniu $\tilde{\mathbf{x}}_{1,t}$ z (31) otrzymujemy liniową zależność między $\mathbf{x}_{1,t}$, $\mathbf{x}_{2,t}$ i $\mathbf{f}_t$:

$$\mathbf{x}_{2,t} = \mathbf{Z}_{21(t)} \mathbf{Z}_{11(t)}^{-1} \mathbf{x}_{1,t} + (\mathbf{Z}_{21(t)} \mathbf{Z}_{11(t)}^{-1} \mathbf{Z}_{12(t)} - \mathbf{Z}_{22(t)}) \mathbf{L}_{(t)} \mathbf{f}_t \tag{32}$$

Wykorzystując fakt, że $\mathbf{x}_{1,t}$ jest z góry ustalone (tzn. wartości w t znane są już w okresie $t-1$), otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
E_t(\mathbf{x}_{t+1}) &= E_t \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathbf{x}_{2,t+1} \end{pmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} \\ \mathbf{Z}_{21(t+1)} \mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \mathbf{x}_{1,t+1} + (\mathbf{Z}_{21(t+1)} \mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \mathbf{Z}_{12(t+1)} - \mathbf{Z}_{22(t+1)}) \mathbf{L}_{(t+1)} \underbrace{E_t \mathbf{f}_{t+1}}_{\mathbf{\Phi}_t^f} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t+1)} \mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} + \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t+1)} \mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \mathbf{Z}_{12(t+1)} - \mathbf{Z}_{22(t+1)}) \mathbf{L}_{(t+1)} \mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \mathbf{f}_t
\end{aligned} \tag{33}$$

¹⁶ Mnożąc $\mathbf{L}_{(t)}$ lewostronnie przez $\mathbf{F}_{(t)}$ i prawostronnie przez $\mathbf{H}_{(t)}$, otrzymujemy

$$\mathbf{F}_{(t)} \mathbf{L}_{(t)} \mathbf{H}_{(t)} = \sum_{i=0}^{+\infty} \mathbf{F}_{(t)}^i \mathbf{G}_{(t)} \mathbf{H}_{(t)}^{i+1} = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbf{F}_{(t)}^i \mathbf{G}_{(t)} \mathbf{H}_{(t)}^i.$$

Zauważmy, że ta nieskończona suma różni się od $\mathbf{L}_{(t)}$, wyłącznie pierwszym składnikiem, czyli $\mathbf{G}_{(t)}$, a zatem $\mathbf{L}_{(t)} - \mathbf{F}_{(t)} \mathbf{L}_{(t)} \mathbf{H}_{(t)} = \mathbf{G}_{(t)}$. Wektoryzując obie strony i wykorzystując macierzową tożsamość $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B})$, otrzymujemy $\text{vec}(\mathbf{L}_{(t)}) - \mathbf{H}_{(t)}^T \otimes \mathbf{F}_{(t)} \cdot \text{vec}(\mathbf{L}_{(t)}) = \text{vec}(\mathbf{G}_{(t)})$. To wyrażenie mnożymy lewostronnie przez $(\mathbf{I} - \mathbf{H}_{(t)}^T \otimes \mathbf{F}_{(t)})^{-1}$, o ile taka odwrotność istnieje.

Posługując się (32), możemy również usunąć $\mathbf{x}_{2,t}$ z wektora $\mathbf{x}_t$:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_t &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{x}_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} \\ \mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1}\mathbf{x}_{1,t} + (\mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t)} - \mathbf{Z}_{22(t)})\mathbf{L}_{(t)}\mathbf{f}_t \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} + \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t)} - \mathbf{Z}_{22(t)})\mathbf{L}_{(t)} \end{bmatrix} \mathbf{f}_t\end{aligned}\quad (34)$$

W rozważanym modelu wektor zmiennych z góry ustalonych $\mathbf{x}_{1,t}$ zawiera opóźnienia wszystkich zmiennych $\mathbf{x}_{2,t}$. W konsekwencji niektóre wiersze w macierzach $\mathbf{A}_{(t)}$, $\mathbf{B}_{(t)}$ i $\mathbf{C}$ odpowiadały trywialnym tożsamościom definiującym zależność między częścią $\mathbf{x}_{1,t+1}$ a $\mathbf{x}_{2,t}$. Dysponując zależnością między $\mathbf{x}_{1,t}$ a $\mathbf{x}_{2,t}$, możemy wykreślić te wiersze, otrzymując macierze $\bar{\mathbf{A}}_{(t)}$, $\bar{\mathbf{B}}_{(t)}$ i $\bar{\mathbf{C}}$. Zapisujemy model (18) bez tych wierszy, wykorzystując (33) i (34):

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}}_{(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t+1)}\mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t+1} + \bar{\mathbf{A}}_{(t)} \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t+1)}\mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t+1)} - \mathbf{Z}_{22(t+1)})\mathbf{L}_{(t+1)}\mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \mathbf{f}_t = \\ = \bar{\mathbf{B}}_{(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} + \bar{\mathbf{B}}_{(t)} \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t)} - \mathbf{Z}_{22(t)})\mathbf{L}_{(t)} \end{bmatrix} \mathbf{f}_t + \bar{\mathbf{C}}\mathbf{f}_t\end{aligned}\quad (35)$$

Rozwiązanie (35) ze względu na $\mathbf{x}_{1,t+1}$ daje szukane rekurencyjne prawo ruchu postaci (12):

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{1,t+1} &= \left(\bar{\mathbf{A}}_{(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t+1)}\mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \end{bmatrix} \right)^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{1,t} + \\ &+ \left(\bar{\mathbf{A}}_{(t)} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{Z}_{21(t+1)}\mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \\ &\cdot \left(\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{B}}_{(t)} \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t)}\mathbf{Z}_{11(t)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t)} - \mathbf{Z}_{22(t)})\mathbf{L}_{(t)} \end{bmatrix} - \bar{\mathbf{A}}_{(t)} \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{Z}_{21(t+1)}\mathbf{Z}_{11(t+1)}^{-1}\mathbf{Z}_{12(t+1)} - \mathbf{Z}_{22(t+1)})\mathbf{L}_{(t+1)}\mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \right) \mathbf{f}_t\end{aligned}\quad (36)$$

Model zapisany jako (36) może zostać wykorzystany w symulacjach.

4.3. Wyniki symulacji

Rozwiązanie modelu stosowanego w artykule, przedstawione jako (36), zostało wykorzystane do symulacji ścieżki luki PKB i inflacji w poszczególnych państwach sztucznej unii walutowej składającej się z czterech gospodarek. Uproszczenie przyjęto w celu zachowania większej przejrzystości wyników. Wydaje się jednak, że można je stosować wobec większej liczby państw bez konsekwencji na poziomie jakościowym. Celem tej symulacji jest zweryfikowanie, w jakim stopniu skłonność do kierowania się interesem kraju pochodzenia poszczególnych członków Rady Prezesów EBC wpływa na zmienność produkcji i stopy inflacji w poszczególnych państwach.

W pierwszym przypadku rozmiary poszczególnych gospodarek są równe, w drugim – względne wielkości wynoszą 0,4, 0,3, 0,2 i 0,1. Parametryzacja każdej z gospodarek jest identyczna

i odpowiada wartościom zawartym w tabeli 1. Rozważany jest natomiast różny stopień koncentrowania się członków Rady Prezesów EBC na potencjalnie asymetrycznej cyklicznej pozycji kraju ich pochodzenia (α). Poszczególne wiersze tabel 2 i 3 odpowiadają różnym poziomom tej koncentracji (różnym wartościom parametru α). Jednocześnie w tabeli 3 kolumny odpowiadają różnym względnym rozmiarom gospodarek.

Ścieżki zmiennych, dla których porównywane są wariancje, zostały oparte na tej samej ścieżce szoków o długości 10 000 obserwacji. Założono niezależność wstrząsów popytowych od podażowych. Wariancje wstrząsów zostały przyjęte na poziomie gwarantującym spójność wariancji luki PKB i inflacji z danymi empirycznymi.

Wyniki symulacji potwierdzają pod względem jakościowym wnioski z pracy Kosior i in. (2009), otrzymane na podstawie modelu bez racjonalnych oczekiwań (zob. tabele 2 i 3). Wprowadzenie rotacji w Radzie Prezesów EBC w połączeniu ze skłonnością jej członków do nadmiernego uwzględniania potrzeb krajowych w decyzjach o poziomie stóp procentowych prowadzi do wzrostu wariancji luki PKB i inflacji. Tabela 2 zawiera wyniki symulacji w przypadku, gdy unia walutowa składa się z czterech krajów równej wielkości, a w każdym głosowaniu uczestniczą rotacyjnie przedstawiciele dwóch krajów. Założono, że cykl rotacji trwa osiem kwartałów, a przekazanie prawa głosu następuje co dwa kwartały. Odchylenie standardowe inflacji i luki PKB dla każdego z tych krajów rośnie w miarę wzrostu α . Przy $\alpha = 0,5$ odchylenie luki PKB rozpatrywanej unii rośnie nieznacznie – o 0,42% – w porównaniu z przypadkiem $\alpha = 0$ (modelem ze stałymi parametrami). Odchylenie standardowe inflacji rośnie w analogicznym przypadku o 1,64% (zob. tabela 2).

W przypadku unii walutowej składającej się z krajów o niejednakowej wielkości wyniki są różne dla dużych, średnich i małych gospodarek. Tabela 3 zawiera wyniki symulacji dla unii walutowej składającej się z czterech krajów o względnej wielkości 0,4, 0,3, 0,2 i 0,1. Założono, że w każdym głosowaniu uczestniczą przedstawiciele dwóch krajów, cykl rotacyjny trwa osiem kwartałów, a prawo głosu przysługuje poszczególnym prezesom (odpowiednio do wielkości kraju) w siódmym, piątym, trzecim albo pierwszym głosowaniu w cyklu.

Zmienność luki PKB maleje wraz ze wzrostem α wyłącznie w największej gospodarce, co wiąże się z uczestnictwem jej przedstawiciela w większości głosowań. W przypadku gospodarki

Tabela 2. Odchylenie standardowe luki PKB i inflacji dla różnych α w relacji do odchylenia standardowego w przypadku $\alpha = 0$ (kraje o równej wielkości)

	y	π
α	$w = 0,25$	$w = 0,25$
0	1,0000	1,0000
0,1	1,0003	1,0011
0,2	1,0008	1,0033
0,3	1,0017	1,0066
0,4	1,0028	1,0110
0,5	1,0042	1,0164

Tabela 3. Odchylenie standardowe luki PKB i inflacji dla różnych α w relacji do odchylenia standardowego w przypadku $\alpha=0$ (kraje o różnej wielkości)

α	y				π			
	w =				w =			
	0,4	0,3	0,2	0,1	0,4	0,3	0,2	0,1
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,1	0,9985	0,9999	1,0012	1,0012	0,9961	1,0001	1,0031	1,0028
0,2	0,9971	0,9999	1,0026	1,0026	0,9927	1,0008	1,0066	1,0062
0,3	0,9958	1,0001	1,0041	1,0041	0,9901	1,0020	1,0107	1,0100
0,4	0,9947	1,0004	1,0058	1,0058	0,9881	1,0038	1,0152	1,0145
0,5	0,9937	1,0008	1,0076	1,0077	0,9867	1,0062	1,0201	1,0195

o wadze 0,3 drobny wzrost α powyżej zera jest korzystny z tego samego powodu. Jednak już przy $\alpha = 0,3$ zmienność luki PKB nieznacznie rośnie, co wynika z dominującego wówczas niekorzystnego wpływu wyższej zmienności produkcji i inflacji w innych gospodarkach. W przypadku dwóch najmniejszych gospodarek dominuje niekorzystny efekt związany z niższą wagą w decyzjach banku centralnego przy rosnącym α , jak również destabilizacją większości innych gospodarek unii walutowej. W przypadku $\alpha = 0,5$ efekt ten prowadzi do wzrostu odchylenia standardowego luki PKB o około 0,76–0,77%, inflacji zaś o około 2% (zob. tabela 3).

Należy podkreślić, że uzyskane wyniki są w znacznej mierze uwarunkowane specyfikacją i parametryzacją zastosowanego modelu oraz że nie obrazują bezpośrednio sytuacji w strefie euro. Potwierdzają wprawdzie wyniki omówione we wcześniejszych pracach, w których nie uwzględniono jednocześnie rotacji w Radzie Prezesów EBC oraz racjonalnych oczekiwań producentów i konsumentów w poszczególnych państwach strefy euro, jednak należy je traktować wyłącznie jako przyczynek podczas uzyskiwania pełnej wiedzy o skutkach wprowadzenia systemu rotacyjnego. W szczególności zaproponowana metoda rozwiązania modelu z racjonalnymi oczekiwaniami może zostać zastosowana do analizy w ramach bardziej złożonych, pełniejszych linearyzowanych modeli klasy DSGE. Istotne będą również decyzje EBC w sprawie częstotliwości rotacji, która dziś pozostaje nieznana (zob. Górską 2009) i wymaga przyjmowania arbitralnych założeń w analizach.

5. Regionalne zróżnicowanie zbiorów informacyjnych przy formowaniu oczekiwań w unii walutowej

Jak wspomniano we wstępie, silne skoncentrowanie się na sytuacji gospodarczej swego kraju może wpływać nie tylko na decyzje członków Rady Prezesów EBC, lecz również na oczekiwania podmiotów gospodarczych w poszczególnych państwach. W tej części opracowania podjęto próbę analizy konsekwencji tego drugiego zjawiska. Wymaga ona również odejścia od standardowej techniki rozwiązywania modelu (9).

5.1. Heterogeniczność mechanizmów formowania oczekiwań w strefie euro

Zróźnicowanie państw strefy euro i jego konsekwencje dla prowadzenia wspólnej polityki pieniężnej często stanowią przedmiot rozważań. Analizowane są przede wszystkim różnice w sztywnościach rynków dóbr i pracy (HM Treasury 2003; Rumler 2007), uporczywości inflacji (Benigno, López-Salido 2006), mechanizmach transmisji monetarnej (Clausen, Hayo 2006) czy stopniu synchronizacji cykli koniunkturalnych (Skrzypczyński 2006). Ważnym aspektem heterogeniczności jest również różnorodność mechanizmów kształtowania oczekiwań.

Różnorodność ta ma empirycznie potwierdzone uzasadnienie. Wyniki estymacji parametrów reguł Taylora dla państw, które utworzyły strefę euro, wskazują na heterogeniczność sposobów prowadzenia polityki monetarnej przez banki centralne w okresie przed ich zastąpieniem przez EBC (Eleftheriou i in. 2006). Berger i in. (2006) wykazują za pomocą analizy ekonometrycznej, że oczekiwania dotyczące przyszłych decyzji EBC w pierwszych latach funkcjonowania strefy euro istotnie różniły się w przekroju geograficznym. Woodford (2006) twierdzi jednocześnie, że proces „uczenia się” nowego modelu polityki pieniężnej przez podmioty ekonomiczne na potrzeby tworzenia własnych oczekiwań może być długotrwały.

Podmioty gospodarcze mogą oczekiwać, że w unii walutowej skutki wstrząsów w innych krajach unii będą docierały do ich kraju kilkoma kanałami. Po pierwsze, wspólny bank centralny może zareagować na wstrząs popytowy z zagranicy zmianą wspólnych stóp procentowych, co bezpośrednio przełoży się na sytuację gospodarczą w kraju. Po drugie, wstrząs za granicą może wpłynąć na przyszłą dynamikę (i poziom) cen za granicą. W konsekwencji nawet przy braku cenowych zaburzeń w kraju następuje zmiana realnego kursu walutowego, oddziałująca na krajowe warunki popytowe. Po trzecie, warunki popytowe za granicą za pośrednictwem międzynarodowego handlu i inwestycji wpływają na krajową lukę PKB. Podmioty gospodarcze są więc skłonne przewidywać spowolnienie w gospodarce krajowej na podstawie obserwacji negatywnego wstrząsu za granicą.

W kraju pozostającym poza unią walutową podmioty gospodarcze mają powody, by mniej bacznie przyglądać się wydarzeniom za granicą. Po pierwsze, reakcja zagranicznego banku centralnego na wstrząs nie oznacza automatycznej zmiany krajowych stóp procentowych, ustalanych przez krajowy bank centralny. Po drugie, zaburzenie zagranicznej dynamiki cen nie musi bezpośrednio wpływać na zmianę pozycji konkurencyjnej zagranicy względem kraju, mierzonej realnym kursem walutowym. Jednym z jego składników wciąż bowiem pozostaje kurs nominalny, który może absorbować tego rodzaju wstrząsy (por. Stążka 2008). Ze względu na działanie tych dwóch kanałów największe ryzyko zgłaszania nadmiernych żądań płacowych przez związki zawodowe występuje, zdaniem Marzinotto (2008), w gospodarkach średnich, które są zbyt małe, aby wpływać na decyzje ECB, ale wystarczająco duże, by nie obawiać się utraty zewnętrznej konkurencyjności. Po trzecie, bogata literatura na temat finansowej i handlowej integracji krajów wspólnego obszaru walutowego (zob. Narodowy Bank Polski 2009) każe oczekiwać wzrostu współzależności między lukami popytowymi krajów po przystąpieniu do wspólnego obszaru walutowego.

Z powyższych powodów podmioty krajowe, zwłaszcza na początkowym etapie integracji walutowej, mogą być przyzwyczajone do formowania swoich oczekiwań przede wszystkim na podstawie wydarzeń krajowych, a w mniejszym stopniu na podstawie wstrząsów, które dotyczą gospodarki innych krajów. Przypuszczenie to jest sprzeczne z zastosowaniem w modelu (9) zwykłego

operatora oczekiwań, opartego na wspólnym zbiorze informacyjnym dla podmiotów w każdym kraju. W konsekwencji analiza skutków tego aspektu heterogeniczności wymaga wyjścia poza standardowe metody rozwiązania modelu.

5.2. Model z heterogenicznymi zbiorami informacyjnymi

Do rozwiązania modelu z heterogenicznymi zbiorami informacyjnymi, stanowiącymi podstawę do formowania oczekiwań w różnych państwach członkowskich unii monetarnej, została wykorzystana metoda nieoznaczonych współczynników zaproponowana przez Christiano (2002). Pozwala ona przypisać każdemu równaniu indywidualny zbiór informacyjny, na podstawie którego formowane są oczekiwania występujące w tym równaniu. W skład zbioru informacyjnego wchodzi wszystkie przeszłe realizacje składnika losowego modelu oraz część bieżących (w skrajnym przypadku: wszystkie albo żadna). Jako że większość równań w naszym modelu reprezentuje sytuację w danym państwie (z wyjątkiem reguły Taylora dla całej unii walutowej), przypisanie zbioru informacyjnego takiemu równaniu implikuje przypisanie go podmiotom (konsumentom lub producentom) z konkretnego kraju.

Metoda Christiano (2002) pozwala na rozwiązanie liniowego dynamicznego modelu z racjonalnymi oczekiwaniami zapisanego w postaci:

$$\varepsilon_t \left(\sum_{i=0}^r \alpha_i \mathbf{z}_{t+r-1-i} + \sum_{i=0}^{r-1} \beta_i \mathbf{s}_{t+r-1-i} \right) = 0 \quad (37)$$

gdzie $\mathbf{z}_t = [\mathbf{z}_{1,t} \quad \mathbf{z}_{2,t}]^T$, $\mathbf{z}_{1,t}$ to n_1 -wymiarowy wektor zmiennych endogenicznych niebędących z góry ustalonymi w t , z kolei $\mathbf{z}_{2,t}$ zawiera q opóźnień $\mathbf{z}_{1,t}$ niezbędnych do ustalenia $\mathbf{z}_{1,t+1}$ w okresie $t+1$. W rozważanym modelu rząd opóźnień nie przekracza 1, a więc $q=0$, $r=2$, a $\mathbf{z}_t = \mathbf{z}_{1,t} = [1 \quad \mathbf{P}_t \quad i_t \quad \mathbf{y}_t \quad \boldsymbol{\pi}_t]^T$, jest wektorem o wymiarach $\tilde{n} \equiv 2+3n$ (n – liczba krajów). Macierze parametrów skonstruowano na podstawie równań (1)–(8) jako:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n+2 \times n+2} & \mathbf{0}_{n+2 \times n} & \mathbf{0}_{n+2 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n+2} & \boldsymbol{\beta}_f & \boldsymbol{\beta}_r \\ \mathbf{0}_{n \times n+2} & \mathbf{0}_{n \times n} & \boldsymbol{\omega}_f \end{bmatrix} \\ \alpha_1 &= \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & -\mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & 0,25\mathbf{I}_n \\ (1-\rho)(r^* + \pi^* - \gamma_\pi \pi^*) & \mathbf{0}_{1 \times n} & -1 & (1-\rho)\gamma_y \mathbf{w}^T & (1-\rho)\gamma_\pi \mathbf{w}^T \\ \mathbf{c}_y & -\boldsymbol{\beta}_c & -\boldsymbol{\beta}_r & -\boldsymbol{\beta}_s & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{c}_\pi & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \gamma & -\mathbf{I}_n \end{bmatrix} \\ \alpha_2 &= \begin{bmatrix} -1 & \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \\ 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} & \rho & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \boldsymbol{\beta}_b & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{0}_{n \times n} & \boldsymbol{\omega}_b \end{bmatrix}, \quad \beta_0 = \mathbf{0}_{\tilde{n} \times 4n} \end{aligned}$$

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n+1) \times n} & \mathbf{0}_{(n+1) \times n} & \mathbf{0}_{(n+1) \times 2n} \\ \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 2n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0}_{n \times 2n} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times n} & \mathbf{0}_{1 \times 2n} \end{bmatrix}$$

Równanie (37) nie jest jednak tożsame z zapisem (9) ze względu na konceptualną różnicę między operatorami oczekiwań. Przy heterogenicznych zbiorach informacyjnych przypisanych poszczególnym równaniom operator $\varepsilon_t(\cdot)$ zastosowany w równaniu (37) oznacza oczekiwania uformowane na podstawie zasobu informacji specyficznego dla równania (w naszym przypadku – dla kraju):

$$\varepsilon_t(\mathbf{x}_{t+1}) = \begin{bmatrix} E_t(\mathbf{x}_{1,t+1} | \Omega_{1,t}) \\ E_t(\mathbf{x}_{2,t+1} | \Omega_{2,t}) \\ \vdots \\ E_t(\mathbf{x}_{n,t+1} | \Omega_{n,t}) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Zakładamy, że bieżąca realizacja losowego wektora wstrząsów popytowych i podaźowych, $\mathbf{f}_t = [\varepsilon_{y,1,t} \quad \dots \quad \varepsilon_{y,n,t} \quad \varepsilon_{\pi,1,t} \quad \dots \quad \varepsilon_{\pi,n,t}]^T$, jest znana w całości jedynie bankowi centralnemu unii walutowej. Podmioty gospodarcze w kraju biorą pod uwagę tylko bieżące realizacje wstrząsu popytowego i podaźowego w ich własnej gospodarce, tzn. $\varepsilon_{y,j,t}$ oraz $\varepsilon_{\pi,j,t}$. Wstrząsy dotyczące pozostałe gospodarki wchodzi do zbioru informacyjnego podmiotów z kraju j z jednookresowym opóźnieniem.

Warunki wykluczające elementy wektora $\mathbf{f}_t$ ze zbiorów informacyjnych poszczególnych równań są zawarte w macierzy τ o wymiarach $2n \times \tilde{n}$. Jej kolumny odpowiadają równaniom w systemie, wiersze zaś – poszczególnym elementom $\mathbf{f}_t$; $\tau_{[i,j]} = 1$, gdy i -ta innowacja jest zawarta w zbiorze informacyjnym równania j , albo $\tau_{[i,j]} = 0$ w przeciwnym przypadku. Odpowiednikiem przyjętych przez nas założeń na temat wiedzy podmiotów gospodarczych oraz wspólnego banku centralnego jest macierz:

$$\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 2n+1} & \mathbf{1}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n \\ \mathbf{0}_{n \times 2n+1} & \mathbf{1}_{n \times 1} & \mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n \end{bmatrix}$$

Jej druga (blokowo) kolumna odpowiada wspólnej regule Taylora. Kolumny trzecia i czwarta (blokowo), złożone z macierzy jednostkowych, są zgodne z przyjętym założeniem o uwzględnianiu przez podmioty krajowe wyłącznie krajowych realizacji bieżących wstrząsów.

Metoda Christiano wymaga poszerzenia zawartego w modelu wektora losowego o jego pierwsze opóźnienie:

$$\mathbf{s}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_t \\ \mathbf{f}_{t-1} \end{bmatrix}$$

ze względu na wykluczenia zawarte w macierzy τ . Podobnie jak w trzecim rozdziale dla procesu f_t zakładamy reprezentację autoregresyjną (28). Metoda wymaga przy tym znajomości macierzy wariancji-kowariancji dla wektora $\mathbf{e}$:

$$\mathbf{V}_e = E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}_s \end{bmatrix}$$

przy założeniu niezależności wstrząsów popytowych i podaźowych¹⁷. Implikuje to następującą reprezentację VAR dla $\mathbf{s}_t$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_t \\ \mathbf{f}_{t-1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{t-1} \\ \mathbf{f}_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Znajomość macierzy współczynników $\boldsymbol{\alpha}_0, \boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1$ oraz $\boldsymbol{\tau}, \mathbf{V}_e, \mathbf{P}$ pozwala zastosować metodę Christiano (2002) do obliczenia macierzy $\mathbf{M}, \mathbf{N}$ takich, że rozwiązaniem (37) jest:

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{M}\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{N}\mathbf{s}_t \quad (40)$$

Gdy przynajmniej jeden ze zbiorów informacyjnych jest niepełny, najważniejszym krokiem w metodzie jest ortogonalna projekcja z przestrzeni realizacji wstrząsów losowych znanych podmiotom gospodarczym formującym oczekiwania w i -tym równaniu na przestrzeń wszystkich realizacji wstrząsów losowych. Sposób obliczania macierzy $\mathbf{M}$ i $\mathbf{N}$ na podstawie parametrów wyjściowego modelu oraz założeń na temat konstrukcji zbiorów informacyjnych jest bezpośrednim zastosowaniem algorytmu proponowanego przez Christiano (2002) i został szczegółowo opisany w aneksie.

5.3. Wyniki symulacji

Rozwiązanie naszego modelu przedstawione jako (40) różni się od standardowego rozwiązania (por. rozdział trzeci) tym, że uwzględniono w nim skłonność podmiotów gospodarczych do formowania oczekiwań dotyczących przyszłej produkcji i inflacji głównie na podstawie wydarzeń w gospodarce krajowej. Mówiąc precyzyjniej, bieżące realizacje zagranicznych wstrząsów wchodzą do zbioru informacyjnego krajowych podmiotów gospodarczych z jednookresowym opóźnieniem.

Rozwiązanie zostało wykorzystane do symulacji ścieżki luki PKB i inflacji w poszczególnych państwach sztucznej unii walutowej, składającej się z pięciu gospodarek o względnych wielkościach: 0,4, 0,3, 0,2, 0,07 i 0,03. Parametryzacja każdej gospodarki jest identyczna i odpowiada wartościom zawartym w tabeli 1. Podobnie jak w rozdziale trzecim ścieżki zmiennych, dla których porównywane są wariancje, zostały oparte na tej samej ścieżce szoków o długości 10 000 obserwacji.

Skutki wyłączenia bieżących realizacji zagranicznych wstrząsów popytowych i podaźowych ze zbioru informacyjnego podmiotów w każdej gospodarce nie są jakościowo jednoznacznie określone. Tabela 4 zawiera odchylenia standardowe luki PKB przy niepełnych, heterogenicznych zbiorach informacyjnych w relacji do analogicznych odchylen standardowych dla pełnych zbiorów informacyjnych. W zależności od rozmiaru kraju (kolumny tabeli 4), synchronizacji wstrząsów między poszczególnymi krajami oraz uporczywości wstrząsów popytowych (wiersze tabeli 4) zawężenie zbioru informacyjnego może prowadzić do spadku bądź wzrostu wariancji produkcji.

¹⁷ Christiano (2002) zaznacza, że macierz ta jest niezbędna w procedurze rozwiązania wyłącznie w przypadku, gdy przynajmniej jeden ze zbiorów informacyjnych jest jednocześnie niepusty i niepełny.

Tabela 4. Heterogeniczne zbiory informacyjne – odchylenie standardowe luki PKB w relacji do analogicznej wielkości przy homogenicznych zbiorach informacyjnych

Korelacja wstrząsów popytowych między krajami	Autokorela- cja wstrząsów popytowych	Rozmiar kraju				
		0,4	0,3	0,2	0,07	0,03
0,0	0,0	0,78	0,78	0,77	0,76	0,76
	0,2	0,91	0,91	0,91	0,90	0,90
	0,4	1,13	1,13	1,13	1,14	1,14
	0,6	71,50	1,52	1,54	1,58	1,58
	0,8	2,22	2,30	2,44	2,52	2,57
0,2	0,0	0,72	0,72	0,71	0,71	0,71
	0,2	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84
	0,4	1,05	1,05	1,06	1,05	1,05
	0,6	1,39	1,42	1,44	1,45	1,45
	0,8	2,02	2,11	2,20	2,30	2,32
0,4	0,0	0,51	0,50	0,49	0,49	0,49
	0,2	0,60	0,59	0,59	0,58	0,57
	0,4	0,75	0,74	0,74	0,72	0,71
	0,6	0,99	0,99	1,01	1,01	0,99
	0,8	1,48	1,55	1,55	1,59	1,64
0,6	0,0	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19
	0,2	0,28	0,26	0,26	0,24	0,23
	0,4	0,34	0,33	0,31	0,31	0,29
	0,6	0,47	0,45	0,43	0,42	0,40
	0,8	0,70	0,71	0,69	0,69	0,68
0,8	0,0	0,10	0,09	0,07	0,06	0,06
	0,2	0,11	0,10	0,08	0,07	0,06
	0,4	0,13	0,12	0,10	0,08	0,08
	0,6	0,16	0,14	0,13	0,10	0,10
	0,8	0,19	0,18	0,16	0,14	0,13

Przy niskiej autokorelacji wstrząsów popytowych formowanie oczekiwań wyłącznie na podstawie danych krajowych prowadzi do spadku wariacji produkcji (zob. tabela 4). Wynik ten można przypisać ograniczonemu wpływowi zagranicznych wstrząsów popytowych o małej uporczywości na wydarzenia krajowe. Przy założeniach przyjętych w modelu i symulacjach wstrząsy te docierają do świadomości podmiotów krajowych, gdy zostaną już częściowo zaabsorbowane za granicą. Obniżenie wariacji dotyczy w szczególności małych gospodarek. Warto dodać, że autokorelacja wstrząsów popytowych rzędu 0–0,2 wydaje się zbyt niska, by potwierdziły ją dane empiryczne (por. Lindé 2005).

Zmienność produkcji w warunkach heterogenicznych oczekiwań okazała się w symulacjach niższa również wówczas, gdy korelacja wstrząsów popytowych między poszczególnymi krajami była wysoka. Można to zinterpretować w ten sposób, że gdy wstrząsy są silnie zsynchronizowane, zbiór informacyjny zawierający dane krajowe wystarcza, by oczekiwania formowane na jego podstawie skutecznie wspomagały stabilizację gospodarki. Świadomość silnej korelacji prawdopodobnie eliminuje również obawę podmiotów gospodarczych, że asymetryczny wstrząs za granicą przekształci się – w wyniku nieadekwatnej do potrzeb rodzimej gospodarki zmiany wspólnej nominalnej stopy procentowej – we wzrost zmienności krajowych agregatów makroekonomicznych.

Jednak gdy w symulacjach przyjęto wysoki poziom autokorelacji wstrząsów popytowych, a synchronizacja tych wstrząsów między krajami była słaba, wpływ formowania oczekiwań wyłącznie na podstawie bieżących wstrząsów krajowych okazywał się negatywny. Wiedza istotna w kształtowaniu oczekiwań docierała wówczas do podmiotów krajowych z jednookresowym opóźnieniem. Oddziaływanie oczekiwań jako kanału wspomagającego politykę pieniężną i kanał konkurencyjności w stabilizowaniu gospodarek jest ograniczone, co powoduje wzrost zmienności produktu. Warto dodać, że relatywnie trwałe i silnie asymetryczne wstrząsy założone w tym wariancie ćwiczenia są sprzeczne z postulatami teorii optymalnego obszaru walutowego (de Grauwe 2007).

Warto jeszcze zwrócić uwagę na efekt widoczny w wierszu tabeli 4, odpowiadającym autokorelacji wstrząsów popytowych o wartości 0,6 i korelacji między wstrząsami popytowymi w różnych gospodarkach rzędu 0,4 (czyli wartościom bardzo prawdopodobnym). Przy przyjętych wartościach parametrów, w średnich gospodarkach formowanie oczekiwań wyłącznie na podstawie bieżących wstrząsów krajowych spowodowało nieznaczny wzrost zmienności produktu, podczas gdy w gospodarkach dużych i małych – nieznaczny spadek.

Z ilościowego punktu widzenia wynik ten wydaje się zaniedbywalnie mały. Jednak na poziomie jakościowym należy odnotować, że przy pewnych wartościach parametrów prosty model był w stanie powielić nieliniową zależność, której istnienie bywa w różnych formach sugerowane w literaturze opisowej (por. np. Marzinotto 2008). Potwierdzenie tej zależności mogłoby sugerować, że oczekiwania jako mechanizm stabilizujący gospodarkę odgrywają szczególną rolę w średnich państwach unii walutowej, gdzie słabiej oddziałują zarówno polityka pieniężna (w przeciwieństwie do gospodarek dużych), jak i kanał konkurencyjności (w przeciwieństwie do gospodarek małych). Zagadnienie z pewnością wymaga jednak głębszych analiz, prowadzonych przy użyciu bardziej złożonych modeli i alternatywnych zestawów parametrów.

6. Wnioski

Od momentu utworzenia strefy euro wielu badaczy analizuje skutki jej heterogeniczności dla sposobu prowadzenia wspólnej polityki pieniężnej i efektywności mechanizmów dostosowawczych po wstrząsach asymetrycznych. W niniejszym artykule podjęto próbę analizy dwójakiego rodzaju heterogeniczności. Z jednej strony asymetryczny przebieg cykli koniunkturalnych może wpływać na sposób głosowania poszczególnych członków Rady Prezesów EBC, w szczególności powodować nadmierne uwzględnianie potrzeb ich kraju pochodzenia w stosunku do ich traktatowego mandatu. Taka sytuacja wydaje się szczególnie niekorzystna wobec perspektywy wprowadzenia rota-

cyjnego systemu głosowania, przewidzianego przez Traktat Nicejski. Z drugiej strony nadmierne koncentrowanie się na sytuacji gospodarki krajowej może się również przejawiać w formowaniu oczekiwań inflacyjnych przez podmioty gospodarcze. Konsekwencje obu zjawisk rozpatrywane są w ramach prostego modelu neokeynesowskiego z racjonalnymi oczekiwaniami.

W zakresie systemu rotacyjnego w Radzie Prezesów EBC symulacje przeprowadzone w modelu z racjonalnymi oczekiwaniami potwierdzają wcześniejsze wnioski prezentowane w literaturze. Połączenie rotacji z nadmierną skłonnością członków Rady Prezesów do decydowania zgodnie z uwarunkowaniami kraju pochodzenia może powodować wzrost zmienności produkcji i inflacji w większości małych i średnich gospodarek unii walutowej. Wzrost tej zmienności jest jednak niewielki i sięga maksymalnie 2% odchylenia standardowego w małych gospodarkach. Wynik ten należy traktować ostrożnie ze względu na relatywnie prostą specyfikację modelu i zależność od przyjętego zestawu parametrów.

Nie jest natomiast jednoznacznie określone, czy koncentrowanie się podmiotów gospodarczych z danego regionu na wydarzeniach krajowych w procesie kształtowania oczekiwań może prowadzić do wzrostu czy do spadku zmienności produkcji w kraju. Z przeprowadzonych symulacji wynika, że zależy to m.in. od: (1) siły inercji wstrząsów popytowych oraz (2) ich synchronizacji między krajami. Przy umiarkowanej korelacji wstrząsów popytowych między krajami oraz ich silnej uporczywości formułowanie oczekiwań głównie na podstawie danych krajowych prowadzi, w ramach przyjętego modelu, do wzrostu zmienności produkcji. Nie jest wykluczone, że dla pewnych zestawów parametrów istnieje też nieliniowa zależność między wzrostem albo spadkiem zmienności agregatów makroekonomicznych a względnym rozmiarem kraju w unii walutowej. Weryfikacja istnienia tej zależności wymaga dalszych, pogłębionych badań.

Według najlepszej wiedzy autora niniejszy artykuł stanowi pierwsze opracowanie, w którym uogólniono analityczne rozwiązanie dynamicznego modelu liniowego z racjonalnymi oczekiwaniami na przypadek modelu o nielosowych, zmiennych w czasie parametrach. Wykorzystano przy tym założenie, że zmienność parametrów ma charakter skończonego cyklu, a rozwiązanie zostało pokazane na przykładzie specyfikacji VAR dla zaburzeń losowych modelu. W badaniach nad polityką pieniężną w strukturalnie heterogenicznej unii walutowej wcześniej nie stosowano też – według wiedzy autora – metody Christiano (2002) w celu modelowania różnic między zbiorami informacyjnymi, na podstawie których kształtują swoje oczekiwania poszczególne podmioty gospodarcze w strefie euro.

Powyższe rozważania sugerują konieczność poszukiwania odpowiedzi na dalsze pytania. Interesujące byłoby przede wszystkim zbadanie związku heterogeniczności oczekiwań z innymi cechami różnicującymi kraje strefy euro, takimi jak różna sztywność rynków czy uporczywość inflacji. Z kolei uwzględnienie w analizie strukturalnego niedopasowania stopy procentowej EBC do potrzeb poszczególnych krajów wymagałoby pogłębionych badań nad heterogenicznością naturalnych stóp procentowych oraz efektem Balassy-Samuelsona. Interesujące byłoby zintegrowanie obu rozważanych tu podejść, jak również wykorzystanie modelu rozwiązanego za pomocą metody Christiano (2002) do sformułowania empirycznego testu na zasięg zbioru informacyjnego kraju należącego do unii walutowej.

Bibliografia

- Belke A. (2003), The Rotation Model Is Not Sustainable, *Intereconomics*, 38 (3), 119–124.
- Benigno P., López-Salido J.D. (2006), Inflation persistence and optimal monetary policy in the euro area, *Journal of Money, Credit and Banking*, 38 (3), 587–614.
- Berger H., de Haan J. (2002), Are Small Countries Too Powerful within the ECB?, *Atlantic Economic Journal*, 30 (3), 263–282.
- Berger H., Ehrmann M., Fratzscher M. (2006), *Forecasting ECB Monetary Policy: Accuracy Is (Still) a Matter of Geography*, IMF Working Paper, 06/41.
- Blanchard O.J., Kahn C.M. (1980): The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations, *Econometrica*, 48(5), 1305–1311.
- Calmfors L., red. (2007), *The EEAG report on the European economy 2007*, CESifo, <http://www.cesifo-group.de/portal/page/portal/ifoHome/B-politik/70eeagreport>.
- Christiano L.J. (2002), Solving Dynamic Equilibrium Models by a Method of Undetermined Coefficients, *Computational Economics*, 20, 21–55.
- Clarida R., Galí J., Gertler M. (1999), The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, XXXVII, 1661–1707.
- Clarida R., Galí J., Gertler M. (2001) Optimal Monetary Policy in Open versus Closed Economies: An Integrated Approach, *American Economic Review*, 91 (2), 248–252.
- Clausen V., Hayo B. (2006), Asymmetric Monetary Policy Effects in EMU, *Applied Economics*, 38(10), 1123–1134.
- DeJong D.N., Dave C. (2007), *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press.
- Eleftheriou M., Gerdesmeier D., Roffia B. (2006), *Monetary policy rules in the pre-EMU era. Is there a common rule?*, ECB Working Paper Series, 659.
- European Central Bank (2003), *Inflation Differentials in the Euro Area: Potential Causes and Policy Implications*, <http://www.ecb.int/pub/pdf/other/inflationdifferentialreporten.pdf>.
- European Commission (2006), Adjustment Dynamics in the Euro Area – Experiences and Challenges, *European Economy*, 6/2006.
- European Commission (2008), EMU@10. Successes and Challenges after 10 Years of Economic and Monetary Union, *European Economy*, 2/2008.
- Farmer R.E., Waggoner D.F., Zha T. (2008), *Minimal State Variable Solutions to Markov-Switching Rational Expectations Model*, Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper Series, 2008-23.
- Flaig G., Wollmershäuser T. (2007), *Does the Euro-Zone Diverge? A Stress Indicator for Analyzing Trends and Cycles in Real GDP and Inflation*, CESifo Working Paper, 1937.
- Galí J., Gertler M. (1999), Inflation dynamics: A structural econometric analysis, *Journal of Monetary Economics*, 44(2), 195–222.
- Galí J., Gertler M., López-Salido J.D. (2001), European Inflation Dynamics, *European Economic Review*, 45, 1237–1270.
- Gerlach-Kristen P. (2005), Monetary Policy Committees and Interest Rate Setting, *European Economic Review*, 50, 457–507.
- Gildea J.A. (1992), The Regional Representation of Federal Reserve Bank Presidents, *Journal of Money, Credit and Banking*, 24(2), 215–25.

- Goodhart C., Hofmann B. (2005), The Phillips Curve, the IS Curve and Monetary Transmission: Evidence for the US and the Euro Area, *CESifo Economic Studies*, 51 (4).
- Górska A. (2009), Wpływ rozszerzenia strefy euro na sposób podejmowania decyzji w drodze głosowania w Radzie Prezesów EBC – aspekt instytucjonalno-prawny, w: Narodowy Bank Polski, *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze*, www.nbp.pl.
- de Grauwe P. (2007), *Economics of Monetary Union*, Oxford University Press.
- HM Treasury (2003), *UK Membership of the Single Currency. An Assessment of the Five Economic Tests*.
- Klein P. (2000), Using the Generalized Schur Form to Solve a Multivariate Linear Rational Expectations Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24, 1405–1423.
- Kosior A., Rozkrut M., Torój A. (2009), Rotation Scheme of the ECB Governing Council: Monetary Policy Effectiveness and Voting Power Analysis, w: Narodowy Bank Polski, *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze*, www.nbp.pl.
- Lindé J. (2005), Estimating New-Keynesian Phillips Curves: A Full Information Maximum Likelihood Approach, *Journal of Monetary Economics*, 52, 1135–1149.
- Ljungqvist L., Sargent T.J. (2004), *Recursive Macroeconomic Theory*, MIT Press.
- Marzinotto B. (2008), *Why so much wage restraint in EMU? The role of country size*, University of Teramo Department of Communication Working Paper, 35.
- Mavroidis S. (2005), Identification Issues in Forward-Looking Models Estimated by GMM, with an Application to the Phillips Curve, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 37 (3), 421–448.
- Meade E.E., Sheets D.N. (2005), Regional Influences on FOMC Voting Patterns, *Journal of Money, Credit and Banking*, 37(4), 661–77.
- Narodowy Bank Polski (2009), *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej*, www.nbp.pl.
- Rumler F. (2007), Estimates of the Open Economy New Keynesian Phillips Curve for Euro Area Countries, *Open Economies Review*, 18(4), 427–451.
- Sauer S., Sturm J.E. (2003), Using Taylor Rules to Understand ECB Monetary Policy, *German Economic Review*, 8(3), 375–398.
- Sims C.A. (2001), Solving Linear Rational Expectations Models, *Computational Economics*, 20, 1–20.
- Skrzypczyński P. (2006), *Analiza synchronizacji cykli koniunkturalnych w strefie euro*, Materiały i Studia NBP, 210.
- Söderlind P. (1999), Solution and estimation of RE macromodels with optimal policy, *European Economic Review*, 43, 813–823.
- Stążka A. (2009), The Flexible Exchange Rate as a Stabilising Instrument: The Case of Poland, w: Narodowy Bank Polski, *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze*, www.nbp.pl.
- Taylor J.B. (1993), *Discretion versus policy rules in practice*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 39 (1), 195–214.
- Torój A. (2009): *Macroeconomic adjustment and heterogeneity in the euro area*, Materiały i Studia NBP, 54.

- Uhlig H. (1999), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, rozdz. A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily, 30–61, Oxford University Press.
- Walters A. (1994), *The Economics and Politics of Money: The Selected Essays of Alan Walters*, rozdz. Walters Critique, Elgar.
- Woodford M. (2006), Interpreting Inflation Persistence: Comments on the Conference on “Quantitative Evidence on Price Determination”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 39 (s1), 203–210.

Podziękowania

Autor jest wdzięczny Markowi Rozkrutowi i Annie Kosior – współautorom poprzedniej, powiązanej tematycznie pracy – za bezcenne inspiracje i sugestie. Dziękuję również dr. Marcinowi Kolasie, dr hab. Ewie M. Syczewskiej, prof. dr. hab. Aleksandrowi Welfe i uczestnikom 10. Warsztatów Doktorskich z Zakresu Ekonometrii i Statystyki w Skorzęcinie w czerwcu 2009 r. za liczne uwagi i komentarze. Wyłączną odpowiedzialność za ewentualne błędy i pominięcia ponosi autor.

Aneks

Zastosowanie metody Christiano (2002) do rozwiązywania modelu z heterogenicznymi zbiorami informacyjnymi

Niniejszy aneks zawiera opis sposobu stosowania metody Christiano w rozważanym modelu i opiera się na wielu uproszczeniach arytmetycznych, możliwych do dokonania w bieżącym kontekście. Jest on adresowany głównie do Czytelników zainteresowanych operacjami algebraicznymi wykonanymi w piątym rozdziale artykułu. Czytelnik zainteresowany prezentacją metody na najwyższym poziomie ogólności znajdzie jej wyczerpujący opis w pracy Christiano (2002).

Macierz $\mathbf{M}$ (która nie różni się od tej, jaką wyznaczylibyśmy metodą Blancharda i Kahna, Simsa lub Kleina ze zwykłym operatorem oczekiwania) otrzymujemy, łącząc $\mathbf{z}_t$ i $\mathbf{z}_{t-1}$ w jeden wektor i zapisując system (37) z pominięciem $\mathbf{s}_t$:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_0 & \mathbf{0}_{\tilde{n} \times \tilde{n}} \\ \mathbf{0}_{\tilde{n} \times \tilde{n}} & \mathbf{I}_{\tilde{n}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{t+1} \\ \mathbf{z}_t \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ -\mathbf{I}_{\tilde{n}} & \mathbf{0}_{\tilde{n} \times \tilde{n}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_t \\ \mathbf{z}_{t-1} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Dla macierzy $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$ wyznaczamy uogólnioną dekompozycję Schura (por. (21)). Macierze $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$ są ułożone w ten sposób, że zera na głównej przekątnej $\mathbf{S}$ są ulokowane w dolnym prawym bloku tej macierzy. Oddzielone w ten sposób lewe górne bloki macierzy $\mathbf{S}$ i $\mathbf{T}$ oznaczamy odpowiednio symbolami $\mathbf{S}_{11}$ i $\mathbf{T}_{11}$. Zgodnie z powyższym podziałem dzielimy również na bloki $\mathbf{Z}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^H \\ \mathbf{Z}_2^H \end{bmatrix}$.

Wykorzystujemy dekompozycję na wartości i wektory własne:

$$-\mathbf{S}_{11}^{-1} \mathbf{T}_{11} = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Lambda}^{-1}$$

Niech $\tilde{P}$ oznacza wiersze P^{-1} odpowiadające wartościom własnym o module większym od 1. Niech:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{Z}_1^H \\ \mathbf{Z}_2^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\tilde{n}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\tilde{n}}$

Macierz $\mathbf{M}$ tworzymy z dolnych $\tilde{n}$ wierszy macierzy $-\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2$.

Szukanie macierzy $\mathbf{N}$ zaczynamy od zdefiniowania dla każdego równania i (a zarazem każdej kolumny $\tau_{[i]}$ w τ) macierzy $\mathbf{R}_i$, powstałej przez usunięcie z macierzy jednostkowej wierszy odpowiadających elementom zerowym w $\tau_{[i]}$.

Efektom ortogonalnej projekcji z przestrzeni realizacji wstrząsów losowych znanych podmiotom gospodarczym formującym oczekiwania w i -tym równaniu na przestrzeń wszystkich realizacji wstrząsów losowych są macierze:

$$\mathbf{C} = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi^i \mathbf{V}_c (\Phi^T)^i, \quad \varphi_i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i \mathbf{C} \mathbf{R}_i^T & \mathbf{R}_i \Phi \mathbf{C} \\ \mathbf{C}^T \Phi^T \mathbf{R}_i^T & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \varphi_i = [\mathbf{C} \mathbf{R}_i^T \quad \Phi \mathbf{C}] \text{ oraz } [\mathbf{a}_i \quad \mathbf{a}_{i0}] = \varphi_i \varphi_i^{-1}$$

przy czym liczba kolumn w $\mathbf{a}_i$ równa się liczbie niezerowych elementów w $\tau_{[i]}$. Niech:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_1 \mathbf{R}_1)^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{a}_{10}^T & \mathbf{I} & & & \\ \mathbf{0} & & (\mathbf{a}_2 \mathbf{R}_2)^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{a}_{20}^T & \mathbf{I} & & \\ \vdots & & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & \mathbf{0} & \dots & & (\mathbf{a}_{\tilde{n}} \mathbf{R}_{\tilde{n}})^T & \mathbf{0} \\ & & & & & \mathbf{a}_{\tilde{n}0}^T & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

a $\tilde{\mathbf{R}}$ niech będzie zdefiniowana jako $\mathbf{R}$, w której usunięto zerowe wiersze wynikające z zerowych elementów w τ . Niech $\tilde{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{R}} \text{vec}[\mathbf{P}^T \boldsymbol{\beta}_0^T + \boldsymbol{\beta}_1^T]$, a $\tilde{\mathbf{q}}$ niech będzie zdefiniowana jako macierz $\tilde{\mathbf{R}}(\boldsymbol{\alpha}_0 \otimes \mathbf{P}^T + (\boldsymbol{\alpha}_0 \mathbf{A} + \boldsymbol{\alpha}_1) \otimes \mathbf{I})$, w której usunięto kolumny o tych samych numerach, co usunięte wiersze w $\tilde{\mathbf{R}}$. Elementy macierzy uzyskujemy z zależności $\text{vec}(\mathbf{N}^T) = -\tilde{\mathbf{q}}^{-1} \tilde{\mathbf{d}}$, przy czym wektor będący wynikiem mnożenia – przed przekształceniem w macierz $\mathbf{N}^T$ – uzupełniamy dodatkowo o zera w miejscach odpowiadających usuniętym wierszom w $\tilde{\mathbf{R}}$ i usuniętym kolumnom w $\tilde{\mathbf{q}}$.

Rational expectations model and common monetary policy in the euro area

Abstract

This article analyzes the consequences of economic agents' home bias in a monetary union. Two groups are taken into consideration: country representatives in the common monetary policy committee (with a rotating composition, as constituted for the ECB by the Treaty of Nice) along with consumers and producers, forming their expectations of future output and inflation. Both aspects are investigated by means of a simple New Keynesian model with rational expectations. In the former case, the simulations confirm the conclusions from the previous literature: (i) in small and mid-size economies, home-biased voters in the committee slightly increase the variance in output gap and inflation; (ii) output and inflation are the least volatile when voters concentrate on the needs of the monetary union as a whole. In the latter case, the impact of home bias in forming expectations by economic agents is ambiguous. It can lead to an increase in output volatility when the cross-country correlation of shocks is low and the country-specific serial correlation – high. In this article, necessary modifications to standard solution methods are proposed.

Keywords: EMU, heterogeneity, solving rational expectations models, generalized Schur decomposition, method of Christiano