

Adaptacyjne uczenie się a modelowanie i ocena polityki pieniężnej*

Adaptive Learning and Modeling for Monetary Policy Evaluation

*Michał Cierkoński***

pierwsza wersja: 16 stycznia 2008 r., ostateczna wersja: 26 maja 2008 r., akceptacja: 11 czerwca 2008 r.

Streszczenie

W artykule omówiono zastosowanie technik badawczych wykorzystujących współczesną wersję założenia o ograniczonej racjonalności do standardowego modelu makroekonomicznego szkoły nowego keynesizmu. W podejściu tym realistycznie osłabia się hipotezę racjonalnych oczekiwań na rzecz założenia adaptacyjnego uczenia się przez uczestników życia gospodarczego jako sposobu na określenie przyszłych warunków gospodarowania. W artykule omówiono zalety i silne strony tego podejścia, jak też jego ograniczenia. Zastosowanie podejścia wykorzystującego adaptacyjne uczenie się publiczności pozwala na przekonujące i zgodne ze standardami metodologicznymi uzasadnienie zwiększania przejrzystości i wiarygodności prowadzonej polityki pieniężnej. W tym celu wykorzystuje się współczesne analizy polityki pieniężnej, zorientowane na maksymalizację dobrobytu poprzez optymalną stabilizację makroekonomiczną.

Słowa kluczowe: adaptacyjne uczenie się, reguły polityki pieniężnej, ocena polityki pieniężnej

Abstract

This paper reviews the recent research into employing a new version of a bounded rationality approach to macroeconomic modeling in the standard new Keynesian model. In the study the hypothesis of rational expectations is realistically replaced with the assumption of adaptive learning of economic agents about the future economic conditions as a way of modeling the formation of expectations. The paper presents the merits and advantages as well as the limits of the adaptive learning approach and argues that the application of this approach provides a convincing rationale, both in theoretical and methodological terms, for greater transparency and credibility in central bank operations. To that end, the latest monetary policy analytical framework is used aiming at maximizing economic welfare through optimal macroeconomic stability.

Keywords: adaptive learning, instrument rules, reaction functions, monetary policy evaluation

JEL: E52, D83, D84, C62

* Autor pragnie wyrazić podziękowanie za uwagi i sugestie dwóm anonimowym Recenzentom i A. Sławińskiemu. Za wszelkie pozostałe niedoskonałości winę ponosi wyłącznie autor.

** Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Studium Doktoranckie, Kolegium Analiz Ekonomicznych; e-mail: cierkonski@gmail.com

1. Wstęp

Pod koniec lat 90. XX w. wśród ekonomistów zajmujących się polityką pieniężną ukształtował się konsensus co do właściwej postaci modeli, w ramach których należy analizować wpływ polityki pieniężnej na sferę realną gospodarki. Nurt badań makroekonomicznych, w ramach którego powstają te modele, określa się jako „nową syntezę neoklasyczną” lub „nowy keynesizm”. Po raz pierwszy od początku lat 70. XX w., gdy miała miejsce tzw. rewolucja racjonalnych oczekiwań, ekonomiści akademicki oraz ekonomiści pracujący w bankach centralnych w swoich analizach odnoszą się do bardzo podobnych modeli, zbudowanych na podstawie tego samego zbioru założeń (McCallum 1999b, s. 5). Akceptacja ogólnej postaci tych modeli znacznie ułatwia dochodzenie do jednoznacznych wniosków w badaniach nad podstawowymi zagadnieniami dotyczącymi prowadzenia polityki pieniężnej, np. co do właściwych instrumentów, jakimi powinien się posługiwać bank centralny, sposobu ustalania reguł polityki, korzyści płynących z reputacji pozwalającej na prowadzenie polityki dynamicznie niespójnej.

Podstawowym oczekiwaniem formułowanym wobec modeli używanych w analizach polityki gospodarczej jest, oczywiście, zdolność do przewidywania reakcji konsumentów i przedsiębiorców na zmiany zachodzące w otoczeniu gospodarczym. W szczególności dotyczy to zmian wynikających właśnie z działań instytucji prowadzących politykę, np. zmian w podatkach, zmian stóp procentowych czy transferów społecznych. Jedną z hipotez najczęściej wykorzystywanych w celu formułowania trafnych prognoz jest założenie, że podmioty gospodarujące zareagują na te zmiany w sposób mający przynieść im największe korzyści (najmniejsze straty). Patrząc na to z tej perspektywy, trudno byłoby więc zakładać, że przy podejmowaniu tych decyzji ludzie pominęliby dostępne im niedużym kosztem informacje na temat przyszłego rozwoju warunków gospodarowania. Postulat podkreślający, że w analizie polityki gospodarczej można oczekiwać, iż funkcje opisujące ludzkie zachowanie (np. funkcje inwestycji, konsumpcji, podaży pracy) będą się zmieniać wraz z interwencjami polityki gospodarczej, znany jest pod nazwą „krytyki Lucasa”. Nazwa pochodzi stąd, że artykuł Lucasa (1976) krytycznie odnosi się do modeli, które mylnie wówczas traktowano jako niepodlegające tym zmianom.

Z tych właśnie powodów od czasów tzw. rewolucji racjonalnych oczekiwań założenie co do sposobu formułowania oczekiwań przez uczestników życia gospodarczego jest traktowane jako jedna z głównych hipotez przyjmowanych w modelach stosowanych do analiz polityki gospodarczej. Ze względu na chęć uzyskania wyników odpornych na krytykę Lucasa najczęściej jest to założenie racjonalnych oczekiwań (dalej: RO).

Zasadniczym celem artykułu jest przedstawienie wniosków płynących z prowadzonych w ostatnich la-

tach szeroko zakrojonych prac badawczych nad konsekwencjami osłabienia założenia RO w modelach makroekonomicznych służących do oceny i porównywania reguł polityki pieniężnej, w których stopa procentowa jest traktowana jako instrument tej polityki. Tam gdzie w przypadku RO zakładano znajomość modelu gospodarki przez wszystkich uczestników życia gospodarczego, w przypadku hipotezy o adaptacyjnym uczeniu się podmiotów (dalej: AU) przyjmuje się, że każdorazowo po uzyskaniu nowych danych o gospodarce (np. ogłoszenia danych o PKB, inflacji itp.) podmioty ponownie estymują wartości parametrów modelu opisującego gospodarkę i na podstawie uzyskanych wyników formułują oczekiwania gospodarcze. Jeśli gospodarka nie podlega zmianom strukturalnym, to po odpowiednio długim czasie podmioty powinny uzyskać taki stan wiedzy, jaki zakładano w hipotezie RO. Model wykorzystujący AU zawsze jednak będzie realistycznie zakładał możliwość odchylenia się faktycznych oczekiwań od hipotetycznych wartości uzyskiwanych w warunkach RO.

Dalsza część artykułu została podzielona na pięć rozdziałów (o numerach od 2 do 6). W drugim rozdziale znajduje się zwięźle zaprezentowana perspektywa metodologiczna, z jakiej najczęściej ocenia się teorie współczesnej ekonomii akademickiej zajmującej się polityką gospodarczą. Omówiono też w sposób nieformalny istotę hipotezy RO oraz założenie adaptacyjnego uczenia się uczestników życia gospodarczego wraz z argumentami przemawiającymi za stosowaniem tego drugiego podejścia. Część trzecia omawia podstawową wersję makroekonomicznego modelu nowego keynesizmu z RO wraz z proponowanymi regułami polityki pieniężnej wyznaczającymi wysokość stóp procentowych. Omówiono też zagadnienie wielości rozwiązań takich modeli jako problem stojący przed polityką pieniężną. Rozdział czwarty dokładniej opisuje algorytm AU oraz warunki pozwalające na określenie stabilności rozwiązań modelu w warunkach opisywanych tym założeniem. Następnie przedstawiono najważniejsze zalecenia odnośnie do sposobu prowadzenia polityki pieniężnej uzyskane dzięki osłabieniu założenia RO. W części piątej sformułowano uwagi na temat takiej modyfikacji algorytmu AU, aby mógł być zastosowany do gospodarek podlegających zmianom o charakterze strukturalnym. Ostatnia część zawiera podsumowanie najważniejszych cech założenia AU jako użytecznego narzędzia w badaniach nad prowadzeniem polityki pieniężnej.

2. Adaptacyjne uczenie się na tle współczesnych badań nad polityką pieniężną

2.1. Metodologia

Analiza skutków osłabienia założenia RO w modelach wykorzystywanych do oceny polityki gospodarczej po-

winna zostać poprzedzona zwięzłym opisem perspektywy metodologicznej, z której modele te najczęściej są oceniane. Standardy te w znacznej mierze zostały ukształtowane pod wpływem prac Roberta Lucasa, który jako pierwszy z powodzeniem zastosował koncepcję RO w modelach makroekonomicznych objaśniających relacje między polityką pieniężną a ogólnym poziomem aktywności gospodarczej. Dlatego w skrótownym omówieniu tych standardów odwołajmy się do artykułu tego autora, poświęconego w całości zagadnieniom metodologicznym: *Methods and Problems in Business Cycle Theory* (Lucas 1980). Jest to ważny artykuł, który inspirował zarówno autorów związanych bezpośrednio ze szkołą nowych klasyków (np. Chari 1998), jak i autorów prowadzących badania poza tą szkołą myśli ekonomicznej (Christiano et al. 1999). W artykule Lucasa sformułowane są następujące tezy:

- Jednym z zadań teoretycznej makroekonomii jest tworzenie „sztucznych gospodarek”, które mogą być wykorzystywane jako „laboratoria”, gdzie niewielkim kosztem można testować skutki różnych reguł polityki gospodarczej. Modele służą tu jako „użyteczne imitacje rzeczywistości”, które można poddawać – na zasadzie symulacji – działaniom różnego rodzaju szoków i sprawdzać, czy reakcje modeli odpowiadają temu, co wiemy o reakcjach rzeczywistych organizmów gospodarczych.
- Najwłaściwszym kryterium akceptacji teorii nie jest po prostu ich zdolność do formułowania prognoz, lecz raczej zdolność do formułowania prognoz warunkowych względem prowadzonej polityki gospodarczej. Model powinien więc generować prognozy przy różnych zakładanych regułach polityki gospodarczej i tym samym potrafić udzielać odpowiedzi na pytania interesujące dla instytucji prowadzących politykę gospodarczą.
- Formułowanie prognoz warunkowych jest możliwe po wyprowadzeniu modelu z podstaw mikroekonomicznych opartych na założeniach optymalizującego działania podmiotów gospodarujących i ograniczeniu liczby wolnych parametrów w modelu (czyli parametrów wyznaczanych tylko przez estymację całego modelu) na rzecz parametrów, które można oszacować niezależnie od modelu i co do których można oczekiwać, że nie będą się zmieniać w odpowiedzi na zmiany w polityce gospodarczej (np. parametry opisujące gusty, dostępną technologię, awersję do ryzyka). Bez spełnienia tych warunków, model nie będzie mógł stawić czoła krytyce Lucasa.
- Koniecznym składnikiem modelu wyznaczającego optymalne decyzje reprezentatywnych konsumentów i producentów jest założenie o wykorzystaniu przez te podmioty wszystkich dostępnych informacji, także dotyczących przyszłych warunków gospodarowania i wyrażonych za pomocą oczekiwań gospodarczych.
- Oczywistym ograniczeniem realizacji powyższych celów są dostępne dla ekonomistów w pracach badawczych techniki matematyczne oraz moc obliczeniowa.

Konieczne jest jeszcze zrobienie jednego zastrzeżenia terminologicznego. Rozważane w artykule modele są przykładami stochastycznych dynamicznych modeli równowagi ogólnej. Słowo „równowaga” (ang. *REE*, *rational expectations equilibrium*) jest tu więc rozumiane nie jako wymóg równości popytu i podaży na poziomie niezmiennym się w czasie, lecz raczej jako zgodność procesów stochastycznych opisujących popyt i podaż. Dlatego określenie „punkt równowagi” odnosi się raczej do przestrzeni parametrów opisujących te procesy niż do przestrzeni wartości realizacji tych procesów. Sformułowania „rozwiązanie modelu” i „równowaga modelu” będą używane zamiennie.

Powyższe tezy nakładają ściśle ograniczenia na modele wykorzystywane do analizy konsekwencji różnych wariantów prowadzenia polityki gospodarczej. Ich zachowanie umożliwia porównywanie różnych rodzajów polityki gospodarczej w kategoriach dobrobytu podmiotu reprezentatywnego dzięki naturalnemu w tych warunkach założeniu „oczyszczających się” rynków, które należy rozumieć jako zrównoważone w powyżej zdefiniowanym sensie. Z tego względu środowisko badaczy zaakceptowało je, przynajmniej jako ideał, do którego może zostać odniesiony wynik pracy badawczej (Woodford 1999a, s. 23). Naturalną konsekwencją akceptacji tych tez będzie przyjęcie w modelu założenia RO.

2.2. Racjonalne oczekiwania

W kontekście modeli *explicite* odwołujących się do optymalizującego działania podmiotów gospodarujących w treści hipotezy RO można wyróżnić dwa składniki, a mianowicie założenia (Sargent 1993, s. 6):

- a) optymalizującego działania podmiotów gospodarujących przy danych ograniczeniach (założenie o racjonalności) oraz
- b) zgodności i trafności percepcji warunków, w jakich odbywa się gospodarowanie.

„Zgodność i trafność” w drugim członie założenia RO są rozumiane w ten sposób, że pojawiające się w modelu subiektywne oczekiwania poszczególnych podmiotów gospodarujących są zgodne z subiektywnymi oczekiwaniami innych uczestników życia gospodarczego oraz zgodne z (obiektywnymi) prognozami wynikającymi z tego właśnie modelu i informacji dostępnej w momencie formułowania prognoz. Oczekiwania są więc formułowane dla warunków zrównoważonych („oczyszczonych”) rynków. Ponieważ decyzje pojedynczego podmiotu wyznaczają ograniczenia dla innych podmiotów, dlatego sformułowanie takich oczekiwań wymaga wiedzy na temat preferencji i zamierzeń innych podmiotów (Sargent 1993, s. 6–10). W praktyce badawczej najczęściej przyjmuje się założenie, że wszystkie podmioty w gospodarce są identyczne (a więc i reprezentatywne) i wiedzą o swojej reprezentatywności, a więc znają zakres wiedzy i preferencje innych uczestników życia gospodarczego.

Powyższe założenie, że podmioty „znają” model (czyli że faktycznie go znają lub zachowują się, jak gdyby go znały), oznacza tu nie tylko wiedzę na temat postaci analitycznej równań strukturalnych modelu wraz z wartościami parametrów, ale także pełną znajomość rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych egzogenicznych (wyznaczanych poza modelem), np. losowe zaburzenia produktywności, gotowości do pracy. Ponieważ siłą rzeczy oczekiwania te zależą od konkretnej postaci modelu, dokładniejszy opis hipotezy RO stosowanej w kontekście modelowania polityki pieniężnej zostanie podany w następnym rozdziale.

2.3. Adaptacyjne uczenie się

Z powyższego opisu RO jasno wynika, że hipoteza ta ma charakter daleko posuniętej idealizacji. Badania nad oczekiwaniami inflacyjnymi prowadzone za pomocą ankiet potwierdzają, że faktycznie formułowane oczekiwania tak w Polsce, jak i w strefie euro nie spełniają założeń RO (Łyziak 2003, s. 34 i s. 44). Jak zauważył Sargent we wstępie do swoich wykładów poświęconych ograniczonej racjonalności we współczesnych modelach ekonomicznych (Sargent 1993, s. 3), założenie RO przypisuje uczestnikowi życia gospodarczego wiedzę znacznie przekraczającą wiedzę ekonomisty-ekonometryka dopiero starającego się poznać model gospodarki w drodze estymacji.

Z jednej strony wykorzystanie hipotezy RO pozwala na prowadzenie prac badawczych bez narażenia się na zarzut teoretyzowania *ad hoc* (wynikającego z przyjmowania założeń *ad hoc* zamiast wyprowadzenia ich z mikrofundamentów modelu). Z drugiej strony wymaga przyjęcia założeń w oczywisty sposób nieadekwatnych do rzeczywistości. Wyrazem próby szukania pewnego rodzaju kompromisu między tymi skrajnościami jest program badawczy, sytuujący się blisko ekonomii głównego nurtu, postulujący osłabienie hipotezy RO na rzecz założenia, że podmioty gospodarujące poznają warunki gospodarowania (w sensie modelu określającego popyt, podaż itd.) w drodze przeprowadzanych na bieżąco estymacji. Zakłada się zatem, że istnieje prawdziwy model opisujący kształtowanie się poziomu produkcji, cen itd. w gospodarce, natomiast podmioty gospodarujące coraz lepiej poznają jego parametry poprzez kolejne estymacje dokonywane po otrzymywaniu kolejnych danych. Sargent opisuje ten program badawczy jako zachowujący, w powyższym opisie, pierwszy składnik hipotezy RO oraz osłabiający drugą część tego założenia.

Osłabiając założenie znajomości przez podmioty modelu gospodarki, należy określić zakres wiedzy uczestników życia gospodarczego na temat sposobu wyznaczania wartości zmiennych stanu w modelu (tj. zmiennych znajdujących się poza kontrolą podmiotu, ale mających znaczenie dla jego dobrobytu, np. poziom cen, poziom zagregowanego popytu). W literaturze

przedmiotu zaproponowano dwa zbiory założeń regulujących te kwestie.

Chronologicznie jako pierwsze pojawiło się podejście zastosowane w pracach: Bullard, Mitra (2002), Evans, Honkapohja (2003a; 2006). W pracach tych przyjęto, że podmioty formułujące oczekiwania na podstawie dokonywanych na bieżąco estymacji znają preferencje, zakres wiedzy i sposób podejmowania decyzji przez innych uczestników życia gospodarczego, co pozwala im ustalić restrykcje wiążące ich indywidualne decyzje z wartościami zmiennych makroekonomicznych. Dysponując taką wiedzą, podmioty są w stanie ograniczyć liczbę estymowanych parametrów oraz horyzont formułowanych prognoz. Wiedza ta jednak nie pozwala na wyznaczenie wartości wszystkich parametrów modelu; nieznane wartości muszą być określone poprzez estymacje.

Druga propozycja założeń pojawiła się w pracy: Preston (2005), gdzie osłabiono powyższe założenie, przyjmując, że podmioty nie znają preferencji, wiedzy i sposobu podejmowania decyzji przez innych uczestników życia gospodarczego. Podmioty wiedzą tylko, jakie zmienne wchodzą w skład najmniejszego zbioru zmiennych stanu, których liniowa kombinacja wyznacza rozwiązanie modelu z RO. Znając te zmienne, podmioty przeprowadzają estymacje, mające wyznaczyć parametry równań wykorzystywanych do formułowania prognoz. Zakres wiedzy uzyskiwanej poprzez estymacje jest jednak szerszy niż w poprzednim wariantcie, gdyż podmioty nie są w stanie *a priori* określić wielu restrykcji nakładanych na rozwiązanie modelu i muszą je ustalić dopiero w drodze estymacji.

Różnice pomiędzy tymi dwoma podejściami nie są duże. W makroekonomicznych modelach rozważanych przez Prestona zakłada się po prostu, że identyczne podmioty nie wiedzą o sobie, że są reprezentatywne. Preston nie wprowadza żadnej heterogeniczności co do zakresu wiedzy czy sposobu formułowania oczekiwań. Jednak w dalszej części niniejszych rozważań zobaczymy, że różnice między tymi podejściami prowadzą czasami do różnych właściwości modeli makroekonomicznych domkniętych tymi samymi regułami polityki i te rozbieżności pozwalają na wyciągnięcie istotnych wniosków dla polityki pieniężnej.

Podsumowując powyższą, wstępną i opisową prezentację algorytmu AU, należy podkreślić, że jego atrakcyjność polega m.in. na tym, że powyższe różnice między RO i AU nie przekreślają istotnych podobieństw. Przede wszystkim należy podkreślić, że podstawowy algorytm rekursywnej estymacji stosowany w modelach z AU jest asymptotycznie zbieżny do rozwiązań modeli w warunkach RO¹. W związku z tym model wykorzystujący AU jest oczywiście asymptotycznie odporny na krytykę Lucasa w stopniu nie mniejszym niż ten sam model w warunkach RO. Za zwiększony realizm założeń

¹ Zagadnienia te obszernie i wyczerpująco omawia monografia: Evans, Honkapohja (2001).

nie trzeba więc płacić utratą metodologicznych zdolności tzw. rewolucji racjonalnych oczekiwań. Stało się to możliwe dzięki istotnemu rozwojowi dostępnych ekonomistom technik matematycznych, co bardziej szczegółowo zostanie omówione poniżej.

Warto też podkreślić, że z punktu widzenia zdolności do formułowania warunkowych prognoz algorytm AU może mieć pewną przewagę nad założeniem RO. W przypadku hipotezy AU bardziej realistycznie zakłada się, że uczestnicy życia gospodarczego na bieżąco, na podstawie faktycznie dostępnych danych estymują wartości parametrów zredukowanego modelu opisującego gospodarkę. Teoretycznie może to więc pozwolić na poprawienie zdolności modelu do formułowania prognoz warunkowych w okresie, *nomen omen*, adaptacji podmiotów do sytuacji gospodarczej zmodyfikowanej przez zmianę reguły polityki. W przypadku zmiany w prowadzonej polityce model wykorzystujący AU w zasadzie powinien móc chociaż częściowo uchwycić proces uświadamiania sobie tej zmiany przez uczestników życia gospodarczego. Jako przykład udanego zastosowania hipotezy AU w ekonomii pozytywnej może posłużyć praca (Marcet, Nicolini 2003), gdzie założenie AU wraz z założeniem odpowiedniej polityki przeciwdziałającej hiperinflacji pozwala na generację przez model ścieżek czasowych zmiennych makroekonomicznych charakterystycznych dla krajów Ameryki Łacińskiej w okresach bardzo wysokiej inflacji.

Podejście wykorzystujące AU może też pozwolić na rozszerzenie zakresu zagadnień możliwych do przeanalizowania zgodnie z powyższymi standardami metodologicznymi. Jako przykład można tu podać analizę skutków różnego podejścia przez instytucje prowadzące politykę gospodarczą do zagadnień dotyczących komunikacji i przejrzystości prowadzonej polityki oraz wiarygodności tych instytucji. W modelach z AU łatwo można te zagadnienia analizować, po prostu porównując (w kategoriach oczekiwanego dobrobytu) ze sobą modele gospodarki różniące się tylko zbiorem estymowanych przez podmioty parametrów (oczywiście w modelu z wiarygodnie komunikowanym celem stawianym polityce pieniężnej tych parametrów będzie odpowiednio mniej). Analizy tego typu zawarte są w pracach: Berardi, Duffy (2007), Orphanides, Williams (2007). Przykład takiej analizy, choć nieodwołującej się wprost do dobrobytu, lecz jedynie do właściwości stanu równowagi, zawiera dalsza część niniejszego tekstu.

Mając w pamięci powyższą, wstępną i nieformalną prezentację istoty hipotez RO i AU, można będzie przejść do analizy skutków osłabienia założenia RO w warunkach polityki pieniężnej prowadzonej według reguł określających wartości stopy procentowej. Analiza ta rozpocznie się od skrótovej prezentacji różnego ro-

dzaju proponowanych reguł dla instrumentów polityki pieniężnej w warunkach RO. Następnie zostaną omówione konsekwencje osłabienia tego założenia.

3. Reguły polityki pieniężnej w modelach z racjonalnymi oczekiwaniami

3.1. Proste reguły polityki

Na początku lat 90. XX w. kilku autorów zaproponowało proste, liniowe formuły opisujące sposób ustalania stóp procentowych traktowanych jako instrument polityki władz monetarnych. Największą popularność zdobyła reguła polityki przedstawiona w artykule Taylora (1993):

$$i_t = \pi_t + g y_t + h(\pi_t - \pi^*) + r^* \quad (1)$$

gdzie:

i_t – nominalna stopa procentowa (stopa funduszy federalnych),

π_t – stopa inflacji w ciągu 4 kwartałów poprzedzających kwartał t ,

π^* – cel w zakresie inflacji,

y_t – odchylenie realnego PKB od wartości wynikającej z trendu (w %),

r^* – realna stopa procentowa zgodna z równowagą gospodarki w długim okresie,

g, h – parametry ustalane przez władze monetarne; Taylor przyjął, że wynoszą 0,5.

Regułę (1) należy rozumieć w ten sposób, że wzrost (spadek) inflacji lub PKB ponad wartości oczekiwane przez władze monetarne spowoduje podjęcie przez władze decyzji o wzroście (spadku) stopy procentowej. Reguły tego typu mają ważne zalety, które zadecydowały o ich popularności w badaniach ekonomicznych:

- Reguła (1) dobrze odzwierciedla faktyczne decyzje FED,

- Reguła ma charakter endogeniczny w tym znaczeniu, że bieżąca sytuacja gospodarcza wpływa na wysokość stóp procentowych. Przy spełnieniu dodatkowych warunków nie dotyczą jej więc zarzuty przeciwko prowadzeniu polityki gospodarczej poprzez kształtowanie poziomu stóp procentowych, wysuwane m.in. przez Friedmana (Friedman 1968). Wskazywał on, że polityka zmierzająca do utrzymania stałego (np. niskiego) poziomu stóp procentowych – i w tym sensie niemająca charakteru endogenicznego – musi prowadzić do eksplozji inflacji. Do reguły (1) nie odnoszą się także zarzuty Sargenta i Wallace'a (1975), którzy wskazywali, że egzogeniczne reguły ustalania stóp procentowych zawsze prowadzą do braku zdeteminowania poziomu cen w gospodarce.

- Reguła (1) pozwala na skuteczniejsze osiągnięcie celów stawianych przed regułami wyznaczającymi zmianę tempa wzrostu podaży pieniądza jako instru-

ment polityki pieniężnej. Reguł tych również nie dotyczyła krytyka wskazana w powyższym punkcie.

Taylor (1999) podkreśla znaczenie wartości parametru poprzedzającego inflację w regułach typu (1). Warunkiem prowadzenia polityki prowadzącej do uzyskania inflacji stabilnej i bliskiej celowi inflacyjnemu π^* ma być spełnianie przez regułę warunku $h > 0$. Taylor wysunął też hipotezę (do dzisiaj sporną), że za niestabilną i wysoką inflację w USA w latach 60. i 70. odpowiada przede wszystkim polityka pieniężna, powodująca nie dość silne podwyżki stóp procentowych w odpowiedzi na zjawiska inflacyjne – mają to potwierdzać estymacje ujemnych wartości parametru h dla tego okresu.

Najważniejsze wady prostej reguły Taylora omawiane w pracach naukowych dotyczą, po pierwsze, nierealistycznych założeń informacyjnych (McCallum 1999a). W momencie podejmowania decyzji o wartości stóp procentowych bieżące wartości PKB i inflacji prawdopodobnie nie będą jeszcze znane, a to zakłada reguła (1). Drugi zarzut wskazuje na to, że rodzina reguł o postaci (1) jest zbyt uboga, by zawierać reguły optymalne, zarówno w warunkach polityki uznaniowej (ang. *discretion*), jak i takiej, w której władze monetarne podejmują zobowiązania. Innego rodzaju zarzuty są formułowane przez zwolenników fiskalnej teorii poziomu cen. Uważają oni, że wyznaczanie poziomu cen w gospodarce za pośrednictwem aktywnej polityki fiskalnej jest znacznie pewniejsze niż za pomocą reguł polityki pieniężnej – oryginalną argumentację na poparcie tego poglądu zawiera praca: Cochrane (2007, s. 13).

Na uniknięcie pierwszych dwóch ograniczeń pozwalają ogólniejsze postacie reguł wyznaczających wartości stóp procentowych.

3.2. Ogólna postać reguł polityki w modelach z racjonalnymi oczekiwaniami

3.2.1. Podstawowy model makroekonomiczny domknięty regułą polityki

Omówienie ogólnej postaci funkcji relacji władz monetarnych wymaga rozpatrzenia jej w kontekście konkretnego modelu gospodarki. Z jednej strony pozwoli to na interpretację ograniczeń, które musi spełniać polityka monetarna w warunkach RO. Z drugiej strony umożliwi omówienie optymalnych reguł – gdyż mogą one być wyznaczane tylko dla odpowiednio szczegółowo opisanej gospodarki.

Jak już wspomniano, obecnie do analiz polityki monetarnej najczęściej wykorzystuje się liniowe modele makroekonomiczne powstałe w ramach nurtu określanego jako „nowy keynesizm”. W uproszczonej wersji, abstrahującej od wymiany gospodarczej z zagranicą i niedoskonałości na rynku pracy, modele te składają się z 3 podstawowych równań: równania IS (2), krzywej Phillipsa (3) oraz reguły polityki w ogólnej po-

staci (4), która zastąpiła równanie LM z tradycyjnego modelu keynesowskiego. Najważniejszą cechą tego modelu, która zadecydowała o nazwaniu go „nowym”, jest zorientowanie go na przyszłość, wyrażające się uwzględnianiem w modelu racjonalnych oczekiwań. Wynika ono z rygorystycznego wyprowadzenia równań modelu z relacji o charakterze mikroekonomicznym. Wyprowadzenie to polega na rozwiązaniu zadania maksymalizacji użyteczności przez uczestników życia gospodarczego i pozwala na uzyskanie w tym modelu odporności na krytykę Lucasa. Szczegółowe wyprowadzenie modelu jest dostępne w licznych pracach (np. Woodford 2003) i dlatego je pominiemy, przestając na wyjaśnieniu, że liniowa postać równań jest uzyskana poprzez log–liniową aproksymację nieliniowych równań modelu wokół stanu stacjonarnego z zerową inflacją i elastycznymi cenami. Stosowanie takiego przybliżenia zamiast dokładnego rozwiązania oznacza, że model ten dobrze odzwierciedla niewielkie, ale wystarczające do opisu dynamiki ustabilizowanych gospodarek, odchylenia od stacjonarnego stanu gospodarki – czyli hipotetycznego stanu gospodarki w sytuacji braku oddziaływania na nią szoków losowych. Ze względu na stosowanie kategorii podmiotu reprezentatywnego wartości zmiennych makroekonomicznych zostały wyrażone w wartościach średnich przypadających na gospodarstwo domowe.

Równanie (2) uzyskano z warunków pierwszego rzędu, wyznaczających optymalne rozłożenie konsumpcji podmiotu reprezentatywnego w czasie. Równanie (3) opisuje dynamikę inflacji w przypadku optymalnego ustalania cen przez producentów działających w warunkach monopolistycznej konkurencji, przy założeniu, że w każdym okresie pewna część dóbr nie zmienia swojej ceny (jest to zaproponowane przez Calvo przybliżenie występujących w gospodarce nominalnych sztywności).

$$x_t = E_{t-p} x_{t+1} - \varphi(i_t - E_{t-p} \pi_{t+1}) + r_t^n \quad (2)$$

$$\pi_t = \lambda x_t + \beta E_{t-p} \pi_{t+1} + u_t \quad (3)$$

$$i_t = i_t^e + \varphi_\pi E_{t-p} (\pi_{t+m} - \pi^*) + \varphi_x E_{t-p} (x_{t+m} - x^*) + \varphi_L x_{t-1} \quad (4)$$

$$r_t^n = \rho_r r_{t-1}^n + \varepsilon_t^r$$

$$u_t = \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_t^u$$

gdzie:

$0 < \beta < 1$ – współczynnik dyskontujący,

$\lambda > 0$ – współczynnik wyrażający m.in. stopień sztywności cen,

$\varphi > 0$ – współczynnik elastyczności międzyokresowej substytucji konsumpcji,

$\pi_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ – stopa inflacji; P_t – poziom cen w okresie t ,

$x_t = y_t - y_t^n$ – „luka popytowa”, gdzie $y_t = \ln(Y_t/Y)$ to procentowe odchylenie produkcji (i zintegrowanego popytu) od produkcji w stanie stacjonarnym Y ,

$y_t^n = \ln(Y_t^n/Y)$, gdzie Y_t^n to poziom produkcji, która hipotetycznie miałaby miejsce w sytuacji pełnej swobody dostosowywania cen,

$$i_t = \ln\left(\frac{1+I_t}{1+I}\right) - \text{odchylenie (w punktach procentowych)}$$

nominalnej stopy procentowej od realnej stopy w stanie stacjonarnym, $I = 1/\beta - 1$,

i_t^e – egzogeniczny składnik reguły polityki wyznaczający wartość nominalnej stopy procentowej, która będzie miała miejsce, gdy inflacja i luka popytowa osiągną poziomy wyznaczone przez władze monetarne,

$\varphi_\pi, \varphi_x \geq 0, \varphi_L$ – parametry mierzące siłę reakcji władz monetarnych,

$p \geq 0$ – opóźnienie, z jakim następują obserwacje wartości agregatów makroekonomicznych w gospodarce,

π^*, x^* – cele wyznaczone polityce pieniężnej,

r_t^n – szok „popytowy”,

$0 \leq \rho_r \leq 1, \varepsilon_t^r$ – niezależne od siebie zmienne losowe o rozkładzie $N(0, \sigma_r)$,

u_t – szok „podażowy” wpływający bezpośrednio na poziom cen w gospodarce,

$0 \leq \rho_u \leq 1, \varepsilon_t^u$ – niezależne od siebie zmienne losowe o rozkładzie $N(0, \sigma_u)$.

Proces stochastyczny r_t^n jest wypadkową czynników wpływających na odchylenie poziomu stopy procentowej gwarantującej stabilność cen w warunkach braku szoków „podażowych” od wartości długookresowej. Wśród tych czynników można wymienić zmiany produktywności czynników produkcji, zmiany skłonności gospodarstw domowych do konsumpcji i (lub) pracy, zmiany poziomu wydatków rządowych: por. Woodford (2003, rozdział 4).

Omówiona powyżej hipoteza RO znajduje w modelu (2)–(4) formalny wyraz m.in. poprzez występujący w nim operator przeciętnych warunkowych oczekiwań matematycznych opartych na informacjach dostępnych na koniec okresu $t-p$, E_{t-p} . W modelu tym przyjmuje się, że w momencie formułowania oczekiwań władze monetarne i podmioty gospodarujące znają wartości wszystkich zmiennych występujących w modelu z okresów nie późniejszych niż $t-p$. Przykładowo dla $m=p=0$ oczekiwania w (4) są tożsame z faktyczną wartością zmiennej, gdyż jej wartość znajduje się wtedy w zbiorze informacji dostępnych podmiotom formułującym prognozę. Dodatnia wartość parametru p oznaczałaby opóźniony dostęp do tych informacji. W modelu zakłada się równy dostęp wszystkich podmiotów do informacji; brak przewagi informacyjnej władz monetarnych jest charakterystyczną cechą modeli z RO.

Dzięki ogólnie zapisanemu składnikowi egzogenicznemu i_t^e formuła (4) obejmuje bardzo szeroki zakres reguł polityki pieniężnej. W przypadku wyrażenia reguły (1) za pomocą ogólniejszej reguły (4) składnik egzogeniczny będzie po prostu wartością stałą. W bardziej rozbudowanych regułach będzie on funkcją egzogenicz-

nych szoków, uwzględniając w ten sposób bezpośredni wpływ czynników zewnętrznych na prowadzoną politykę pieniężną. W szczególności reguły polityki wyznaczone z myślą o prowadzeniu przez władze monetarne optymalnej polityki będą miały rozbudowaną część egzogeniczną formuły (4) oraz ewentualnie dodatkowo będą uwzględniać x_{t-1} , aby wyrazić zależność bieżącej polityki od podjętych uprzednio zobowiązań. Pewnym uproszczeniem przyjętym w formule (4) jest wyeliminowanie z niej czynnika odpowiadającego za wygładzanie ścieżki stóp procentowych, który często pojawia się w opracowaniach empirycznych (np. Clarida et al. 2000). Jego pominięcie nie ma wpływu na podstawowe wnioski płynące z niniejszej analizy i ma na celu jedynie uproszczenie rozważań.

W literaturze poświęconej analizie polityki pieniężnej pojawiło się bardzo wiele propozycji opisu prowadzenia tej polityki za pomocą reguł wyznaczających wartości stóp procentowych. Reguły te zwane są także „funkcjami reakcji” władz monetarnych i w tym artykule określenia te będą traktowane jak synonimy. Parametry poniższych dwóch reguł często były wyznaczane na podstawie estymacji i znajdowały zastosowanie w ekonomii pozytywnej.

R1. Prosta reguła Taylora, definiowana poprzez restrykcje: $\phi_L = m = 0$, ($p = 0$ lub $p = 1$) oraz $i_t^e = i^e$, ograniczające część egzogeniczną do stałej wartości. Podstawowym przykładem tej reguły jest formuła (1), którą można przybliżyć w formie (4), zastępując odchylenie PKB od trendu za pomocą luki popytowej oraz przyjmując $p = 0$, $i^e = \pi^*$, $x^* = 0$, $\phi_\pi = 3/2$, $\phi_x = 1/2$. Pominięcie w tym zapisie średniej realnej stopy z formuły (1) r^* wynika z przyjętej w modelu definicji nominalnej stopy procentowej i_t , wyrażonej jako odchylenie od realnej stopy w stanie stacjonarnym. W wersji z $p = 1$ przyjmuje się, że władze monetarne reagują na wartości inflacji i luki popytowej oczekiwane na podstawie danych dostępnych w poprzednim okresie.

R2. Prosta reguła Taylora „skierowana ku przyszłości” (ang. *forward looking*): $m > 0$, $p = \phi_L = 0$, $i_t^e = i^e$. W regule tej zakłada się, że władze monetarne, ustalając wysokość stóp procentowych, kierują się prognozami przyszłych wartości inflacji i luki popytowej. Wartości jej parametrów zostały wyznaczone w drodze estymacji pracy, np. Clarida et al. 2000. Niezerowe wartości parametrów p lub m w powyższych regułach są przyjmowane jako modyfikacje będące odpowiedzią na zarzut McCalluma (1999a) twierdzącego, że sytuację władz monetarnych można lepiej opisać, zakładając występowanie opóźnienia w uzyskiwaniu informacji o wartościach inflacji i luki popytowej.

Kolejne dwie reguły polityki są wykorzystywane jako narzędzie ekonomii normatywnej i jej wartości parametrów są określane w drodze rozwiązania przez władze monetarne zadania minimalizacji następującej lub podobnej funkcji straty:

$$\min \frac{1}{2} E_t \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left(\alpha (x_{t+i} - x^*)^2 + (\pi_{t+i} - \pi^*)^2 \right) \right\} \quad (5)$$

Zakłada się, że powyższa funkcja opisuje preferencje władz monetarnych co do wartości inflacji i luki popytowej w gospodarce. Postać funkcji celu (5) wskazuje na chęć utrzymania wartości tych zmiennych możliwie blisko wartości (π^*, y^*) . Parametr α opisuje zaś względną wagę przypisywaną zadaniu stabilizacji luki popytowej w porównaniu z zadaniem stabilizacji inflacji. Omawiane tu reguły polityki są optymalne w tym sensie, że pozwalają władzom monetarnym na możliwie największą stabilizację inflacji i luki popytowej gospodarki, co prowadzi do maksymalizacji dobrobytu w tej gospodarce. W sytuacji oddziaływania na nią szoków podażyowych pełna stabilizacja nie będzie możliwa i wówczas parametr α określi relacje między odchyleniami inflacji i luki popytowej od wartości długookresowych. Reguły tego typu mogą być wyznaczane:

1) przy założeniu prowadzenia przez władzę monetarną polityki dyskrejonarnej (władza monetarna ogranicza się wtedy do wpływania na bieżącą sytuację gospodarczą) lub

2) w warunkach podejmowania zobowiązań (władza monetarna, chcąc uzyskać jeszcze wyższy oczekiwany dobrobyt, kształtuje oczekiwania uczestników życia gospodarczego, wykorzystując swoją wiarygodność i podejmując stosowne zobowiązania odnośnie do prowadzonej polityki pieniężnej).

W drugiej z powyższych sytuacji niezerowe wartości dodatkowo przyjmie parametr ϕ_L , który obrazuje stabilizujący wpływ podjętych zobowiązań na gospodarkę. Kompleksowy przegląd literatury na temat wyznaczania tego typu reguł polityki władz monetarnych znajduje się w pracach: Clarida et al. (1999), Woodford (2003, rozdział 7). W tej ostatniej pozycji szczegółowo uzasadnio-no stosowanie następujących funkcji reakcji:

R3. Optymalna reguła oparta na zmiennych stanu,

$p = \phi_\pi = \phi_x = 0$; i_t^e jest jednoznacznie określoną przez rozwiązanie modelu funkcją aktualnych i oczekiwanych szoków r_t^n i u_t . Nazwa tej reguły (podobnie jak poniższej) została zaproponowana w pracach: Evans, Honkapohja (2003a; 2006). Określenie „zmienne stanu” pojawiające się w nazwie reguły odnosi się do zmiennych z góry ustalonych jako jedynych argumentów funkcji reakcji wyznaczającej poziom stóp procentowych. W sytuacji podejmowania zobowiązań jedynym endogenicznym argumentem będzie x_{t-1} , w sytuacji prowadzenia polityki dyskrejonarnej reguła ta nie zawiera żadnych zmiennych endogenicznych.

R4. Optymalna reguła oparta na oczekiwaniach,

$m = 1, p = 0$, symbol E_t oznacza w przypadku tej reguły faktyczne oczekiwania uczestników życia gospodarczego, zmierzone np. za pomocą badań ankietowych. i_t^e jest tutaj funkcją wyznaczaną bardzo podobnie jak w poprzedniej regule (choć oczywiście ma inne wartości pa-

rametrów). Regułę zaproponowano w pracach: Evans, Honkapohja (2003a; 2006). Jej ważną właściwością jest to, że w warunkach RO powinna prowadzić do tego samego, optymalnego rozwiązania modelu co reguła (R3).

Cechą charakterystyczną powyższej prezentacji reguł polityki jest wyraźne zaakcentowanie argumentów będących zmiennymi endogenicznymi (tj. π_t, x_t), a w przypadku reguł (R3) i (R4) brak szczegółów co do części egzogenicznej reguły, i_t^e . Uzasadnieniem takiego podejścia jest obserwacja, że jedynie zmienne endogeniczne mają wpływ na właściwości omawianych tu modeli, będące przedmiotem rozważań w niniejszym artykule; por. Blanchard, Kahn (1980, s. 1305), Preston (2006, s. 519). Postać części egzogenicznej tych reguł zależy od tego, czy władze monetarne podejmują wiarygodne zobowiązania odnośnie do celów polityki pieniężnej. W omówionych poniżej przykładach zostaną one wyznaczone, jednak ich ogólne określenie wykracza poza zakres tematyczny niniejszego artykułu i nie ma wpływu na przebieg poniższej analizy.

3.2.2. Jednoznaczność rozwiązania modelu makroekonomicznego z racjonalnymi oczekiwaniami

W klasycznym już artykule poświęconym rozwiązywaniu modeli z racjonalnymi oczekiwaniami (Blanchard, Kahn 1980) opisano procedurę redukcji liniowego modelu z racjonalnymi oczekiwaniami do postaci układu stochastycznych równań różnicowych pierwszego stopnia z oczekiwaniami:

$$y_t = BE_t y_{t+1} + Cz_t \quad (6)$$

gdzie:

y_t – wektor zmiennych endogenicznych (wolnych i z góry wyznaczonych),

z_t – wektor zmiennych egzogenicznych,

B i K – macierze parametrów modelu.

Następnie autorzy pokazują, że można ocenić pewne właściwości i jednoznaczność rozwiązania tego modelu, porównując liczbę wartości własnych macierzy B leżących wewnątrz okręgu jednostkowego z liczbą obecnych w modelu wolnych, czyli nieustalonych z góry, zmiennych endogenicznych. Ocena ta może wskazać na 3 możliwości:

a) jeśli liczby te są sobie równe, to model ma jednoznaczne, ograniczone (niepodlegające „eksplozji” wartości) rozwiązanie,

b) jeśli liczba wartości własnych leżących wewnątrz okręgu jednostkowego przewyższa liczbę wolnych zmiennych endogenicznych, to model nie ma rozwiązania, w którym nie następowałaby „eksplozja” wartości przyjmowanych przez zmienne w modelu,

c) jeśli liczba wartości własnych leżących wewnątrz okręgu jednostkowego jest mniejsza od liczby wolnych zmiennych endogenicznych, to model ma nieskończoną liczbę ograniczonych rozwiązań; w szczególności war-

tości zmiennych endogenicznych wyznaczone przez poszczególne rozwiązania mogą zależeć od wartości zmiennych nieobecnych w modelu (ang. *sunspot variables*).

W praktyce autorzy najczęściej ograniczają się w swoich analizach do rozwiązania mającego własność a) i wyrażonego za pomocą najmniejszego zbioru zmiennych stanu rekomendowanego przez McCalluma (1983) (ang. MSV, *minimal state variable*). Rozwiązania o własnościach b) i c) są najczęściej odrzucane, gdyż wiążą się z istotnym pogorszeniem warunków gospodarowania. Zwiększałyby bowiem dodatkowo, w porównaniu z wariantem a), wariancję zmiennych makroekonomicznych, co w modelu nowego keynesizmu, w którym nie następuje natychmiastowe dostosowanie cen, prowadziłoby do realnych zakłóceń zmniejszających dobrobyt w gospodarce – wyrażony wzrostem wartości funkcji straty (5). Źródłem dodatkowych wahań w wariancie (3) byłaby, z jednej strony, mnogość możliwych (w sensie zgodności z modelem) rozwiązań, spośród których podmioty wybierałyby jedno w sposób niemożliwy do przewidzenia bez wprowadzenia dodatkowych mechanizmów koordynacji. Z drugiej strony przynajmniej niektóre z tych rozwiązań cechują się dowolnie dużą zmiennością zmiennych makroekonomicznych generowaną na zasadzie samospełniających się prognoz.

Dlatego też prowadzenie przez władze monetarne polityki gwarantującej jednoznaczne określenie wartości inflacji i luki popytowej jest powszechnie postrzegane jako korzystne dla dobrobytu gospodarki. W tym kontekście warto wspomnieć o szeroko cytowanym artykule Clarida *et al.* (2000). Zawiera on ekonometryczną analizę objaśniającą znaczne wahania inflacji w USA w latach 1961–1979 za pomocą polityki pieniężnej, która w tym okresie miała nie gwarantować jednoznacznego określenia poziomu inflacji i tym samym pozostawiać miejsce na samospełniające się prognozy zmian poziomu inflacji.

W celu zilustrowania powyższych nieformalnych rozważań przeanalizujemy rozwiązanie modelu (2), (3), (4) w najprostszych warunkach gwarantujących prowadzenie optymalnej polityki pieniężnej. Jest to polityka prowadzona według reguły polityki (R3) z $p = 0^2$. Dla uproszczenia analizy i bez wpływu na ogólność wniosków przyjmijmy, że władze monetarne wyznaczają sobie cele $\pi^* = y^* = 0$, które realizują w warunkach polityki dyskrecyjnej. Oznacza to, że władza monetarna nie podejmuje wiarygodnych zobowiązań co do sposobu prowadzenia polityki w przyszłości i dlatego nie wpływa bezpośrednio na oczekiwania gospodarcze i ogranicza się do oddziaływania na bieżące wartości inflacji i luki popytowej, co znajduje formalny wyraz w restrykcji $\phi_L = 0$. Przy takich założeniach warunek pierwszego rzędu (dla każdego okresu t), wynikający z minimalizacji (5) przy ograniczeniu (3), przyjmuje postać:

$$\lambda\pi_t + \alpha x_t = 0 \quad (7)$$

Podstawiając (7) do (3) i zakładając RO, otrzymujemy następujące rozwiązanie z najmniejszą liczbą zmiennych stanu:

$$\begin{aligned} \pi_t &= a_\pi + d_\pi u_t \\ x_t &= a_x + d_x u_t \\ i_t &= i_t^e = \gamma_u u_t + \gamma_r r_t^n \\ a_x &= a_\pi = 0 \\ d_\pi &= -\lambda q \\ d_x &= \alpha q \\ \gamma_u &= ((1-\rho)\lambda + \alpha\rho\varphi)\varphi^{-1}q \\ \gamma_r &= \varphi^{-1} \\ q &= (\lambda^2 + \alpha(1-\beta\rho))^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Gdyby cele władz monetarnych π^* , y^* były niezerowe, to powyższe rozwiązanie określające wartości zmiennych endogenicznych modelu dodatkowo zawierałoby niezerowe wyrazy stałe a_π , a_x . Charakterystyczną cechą optymalnych reguł typu (R3) i (R4) jest niezależność rozwiązania wyznaczającego wartość zmiennych endogenicznych, x_t i π_t od zmiennej egzogenicznej r_t^n . Wynika to z tego, że optymalna (w sensie określonym powyżej) polityka prowadzi do pełnego równoważenia wpływu szoku popytowego na lukę popytową i inflację³.

Przyjrzyjmy się teraz dokładniej, w jaki sposób uzyskano powyższe rozwiązanie. Po podstawieniu reguły polityki z (8), $i_t = \gamma_u u_t + \gamma_r r_t^n$, do modelu (1) i (2) możemy go zapisać w postaci (6), gdzie:

$$B = \begin{bmatrix} \lambda\varphi + \beta & \lambda \\ \varphi & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\varphi\gamma_u \\ -\varphi\gamma_u \end{bmatrix}, \quad y_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ x_t \end{bmatrix}, \quad z_t = u_t \quad (9)$$

Zakładamy, że podmioty gospodarujące wiedzą, że do określenia warunków gospodarowania w sytuacji prowadzenia optymalnej, dyskrecyjnej polityki pieniężnej wystarczy rozwiązanie modelu będące funkcją liniową najmniejszego zbioru zmiennych stanu, czyli wyrazu stałego i u_t . Podmioty postępują zgodnie z tą wiedzą. Wyraża się ona formułą określaną jako „postrzegane prawo ruchu” (dalej PPR, ang. *perceived law of motion*)

$$y_t = k + cu_t \quad (10) \text{ (PPR)}$$

gdzie k i c to macierze parametrów o wymiarach 2 na 1.

Podmioty znające PPR potrafią też (znając proces generujący u_t) sformułować racjonalne prognozy zmiennych endogenicznych:

$$E_t y_{t+1} = k + cE_t u_{t+1} = k + c\rho_u u_t$$

Po podstawieniu tych prognoz do modelu (6) z parametrami z (9) otrzymujemy tzw. rzeczywiste prawo ruchu (dalej RPR, ang. *actual law of motion*)

² Przykład ten opisany jest w pracy: Evans, Honkapohja (2003a); omówienie rozwiązania modelu znajduje się w pracy: Clarida *et al.* (1999).

³ Por. Clarida *et al.* (1999, s. 1674).

$$y_t = Bk + (Bc\rho_u + C)u_t \quad (11) \text{ (RPR)}$$

Zgodnie z założeniem RO parametry PPR muszą mieć taką wartość, aby formułowane za jego pomocą oczekiwania były zgodne z faktycznym modelem gospodarki opisanym przez RPR. Zrównanie ze sobą PPR i RPR pozwala na ustalenie, że $k = 0$, $c = Bc\rho_u + C$, a to z kolei prowadzi do rozwiązania (8), $k = (a_\pi, a_x)'$, $c = (d_\pi, d_x)'$.

Czy to rozwiązanie jest jedynym ograniczonym co do wartości, a więc niepodlegającym „eksplozji” rozwiązaniem tego modelu? Jak można się domyślać, odpowiedź na to pytanie przynosi przywołany wcześniej artykuł Blancharda i Kahna. Wielomian charakterystyczny macierzy B w modelu (2)–(3) domkniętym regułą (R3) przyjmuje postać: $p(\mu) = \mu_2 - (1 + \lambda\varphi + \beta)\mu + \beta$. Zgodnie z obserwacją Woodforda (2003, s. 252) zauważmy, że dla przyjętych w modelu dodatnich znaków parametrów β , λ , ϕ wielomian ten ma własność, że $p(0) > 0$, $p(1) < 0$ i dla μ odpowiednio dużego $p(\mu) > 0$. Oznacza to, że macierz B ma dwie wartości własne, z których tylko jedna znajduje się wewnątrz okręgu jednostkowego, $0 < \mu_1 < 1 < \mu_2$. Woodford (1999b, s. 68) pokazuje, że dla każdego ograniczonego co do wartości procesu stochastycznego y_t będącego rozwiązaniem modelu (6) można znaleźć także inne rozwiązanie tego modelu za pomocą formuły:

$$y'_t = y_t + v\psi_t \quad (12) \text{ (PPR)}$$

$$\psi_{t+1} = \mu_2^{-1} \psi_t + \varepsilon_{t+1}^w$$

gdzie:

v – wektor własny macierzy B odpowiadający wartości własnej znajdującej się poza okręgiem jednostkowym $0 < \mu_2^{-1} < 1$,

ε_t^w – dowolny, ograniczony co do wartości proces stochastyczny spełniający warunek $E_{t-1} \varepsilon_t^w = 0$.

Powtarzając opisane powyżej kroki dla modelu, w którym jako PPR zamiast (10) podstawimy (12), łatwo sprawdzić, że również otrzymamy ograniczone co do wartości rozwiązanie spełniające warunki (6). Dodatkowe uwzględnienie procesu ε_t^w powoduje jednak, że otrzymane RPR może mieć zupełnie inne właściwości niż opisane równaniem (11). W szczególności może to oznaczać inne reakcje na występujące w gospodarce szoki: ε_t^w może być skorelowane z ε_t^u z formuły (3). Może to też oznaczać reakcje gospodarki na „bąble” spekulacyjne, gdyż ε_t^w nie występuje w modelu (2)–(4) i wpływa na gospodarkę jedynie poprzez PPR, może więc prowadzić do samospełniających się prognoz. Podsumowując, należy stwierdzić, że optymalna, dyskrecyjna polityka pieniężna prowadzona według reguły (R3) nie potrafi zapewnić jednoznacznego wyznaczenia wartości zmiennych endogenicznych w modelu nowego keynesizmu. W dalszym omówieniu tej reguły polityki, używając sformułowania „rozwiązanie”, mamy na myśli

rozwiązanie wyrażone za pomocą najmniejszego zbioru zmiennych stanu. Wyraża się ono formułą (10), gdyż ε_t^w nie wchodzi w skład tego zbioru zmiennych.

Możliwość występowania wielu rozwiązań modelu znika w sytuacji, gdy obie wartości własne macierzy B znajdują się wewnątrz okręgu jednostkowego, tj. $0 < \mu_1 < \mu_2 < 1$. PPR określone formułą (12) prowadzą wtedy do „eksplozji” wartości zmiennych endogenicznych, a rozwiązanie mające takie konsekwencje z pewnością nie zostałoby wybrane przez uczestników życia gospodarczego. W takiej sytuacji rozwiązanie (8) byłoby jedynym, ograniczonym co do wartości rozwiązaniem modelu gospodarki.

Powyższy przykład można analizować w sytuacji podjęcia przez władze monetarne wiarygodnego zobowiązania co do realizowanej polityki i uzyskania możliwości kształtowania oczekiwań gospodarczych publiczności. Powyższy warunek pierwszego rzędu – wymagany dla optymalności polityki – dla $t \geq t_0$ przyjąłby postać:

$$\lambda\pi_t + \alpha(x_t - x_{t-1}) = 0 \quad (7')$$

W takiej sytuacji rozwiązanie modelu przebiegałoby w sposób analogiczny do powyższego z tą różnicą, że w regule polityki oraz w najmniejszym zbiorze zmiennych stanu rozwiązania modelu pojawi się dodatkowo x_{t-1} . Zgodnie z ustaleniami z pracy Evans, Honkapohja (2006) w sytuacji prowadzenia polityki zmierzającej do realizacji warunku (7') za pomocą reguły (R3) model ma jednoznaczne rozwiązanie tylko dla niektórych wartości parametrów strukturalnych. Dla wielu empirycznie prawdopodobnych obszarów wartości parametrów strukturalnych β , λ , ϕ reguła (R3) w warunkach podejmowania zobowiązań nie określa jednoznacznego rozwiązania modelu. Oznacza to, że polityka prowadzona zgodnie z regułą (R3) nie gwarantuje optymalności uzyskanego rezultatu gospodarczego niezależnie od tego, czy regule tej towarzyszy podejmowanie przez władze monetarne wiarygodnego zobowiązania wpływającego na oczekiwania gospodarcze.

4. Stabilność gospodarki a reguły polityki w warunkach uczenia się przez uczestników życia gospodarczego

Pojawiające się propozycje reguł polityki podlegają ocenie ze względu na bardzo liczne kryteria. Przykładowo można tu wymienić empiryczną adekwatność (mierzoną w sposób właściwy dla procedur estymacji lub kalibracji), wartość oczekiwanych wyników gospodarczych osiąganych po zastosowaniu danej reguły (optymalność), realizm przyjmowanych założeń informacyjnych oraz odporność oczekiwanych wyników na błędy w specyfikacji modelu. Warunkiem koniecznym sensowności

kwalifikacji reguł z punktu widzenia tych kryteriów jest jednak wcześniejsza ocena proponowanej funkcji reakcji przez pryzmat takich podstawowych właściwości całego modelu gospodarki, jak:

1) omówiona powyżej ograniczoność i jednoznaczność rozwiązań w warunkach RO oraz

2) O-stabilność rozwiązań w warunkach AU uczestników życia gospodarczego.

Są to dwie niezależne od siebie cechy modeli ekonomicznych z oczekiwaniami. Ich interpretacji ekonomicznej oraz warunkom zapewniającym modelom posiadanie tych właściwości w dużej mierze poświęcony jest niniejszy artykuł. Przed podaniem precyzyjnej definicji O-stabilności zilustrujemy najpierw podejście badawcze wykorzystujące założenie AU na przykładzie rozwiązanego powyżej modelu domkniętego regułą polityki.

4.1. Adaptacyjne uczenie się makroekonomicznego modelu gospodarki

Zgodnie z uwagami z pierwszego rozdziału przyjmijmy, że podmioty gospodarujące co prawda nie znają wartości parametrów modelu zredukowanego (6), ale wiedzą, że wszystkie podmioty mają takie same preferencje i podejmują decyzje według takich samych reguł wynikających z rozwiązania zadania maksymalizacji użyteczności. W takiej sytuacji podmioty potrafią określić restrykcje nakładane przez mechanizm rynkowy na ich decyzje. W tej sytuacji założenie AU będzie oznaczać, że parametry PPR w postaci (10) nie są znane *a priori*, ale że w każdym okresie są ustalane w drodze estymacji. Oznaczając parametry uzyskane na podstawie estymacji przeprowadzonej w okresie t na podstawie danych do okresu $t-1$ włącznie jako $\xi_{\pi,t} = (k_{\pi,t}, c_{\pi,t})'$, $\xi_{x,t} = (k_{x,t}, c_{x,t})'$, można następująco zapisać formułę estymatora klasycznej metody najmniejszych kwadratów w postaci rekursywnej:

$$\begin{aligned}\xi_{\pi,t} &= \xi_{\pi,t-1} + g_t R_{U,t-1}^{-1} U_{t-1} (\pi_{t-1} - \xi'_{\pi,t-1} U_{t-1}) \\ \xi_{x,t} &= \xi_{x,t-1} + g_t R_{U,t-1}^{-1} U_{t-1} (x_{t-1} - \xi'_{x,t-1} U_{t-1}) \\ R_{U,t} &= R_{U,t-1} + g_t (U_{t-1} U_{t-1}' - R_{U,t-1})\end{aligned}\quad (13)$$

gdzie $U_t = (1, u_t)'$, $g_t = 1/t$.

Pierwsze dwa równania opisują proces uaktualniania wartości parametrów PPR na podstawie dostępnych danych. Ostatnie równanie przedstawia sposób aktualizacji estymacji drugich momentów zmiennych objaśniających $R_{U,t}$. Istotną rolę w formule (13) odgrywa ciąg g_t . Przyjęcie $g_t = 1/t$ oznacza, że kolejne obserwacje dostępne dla podmiotów mają w modelu taką samą wagę. Zakłada się bowiem, że pochodzą z tego samego procesu generującego dane i dlatego ich „świeżość” nie ma znaczenia dla oceny parametrów. Wiadomo jednak, że w wielu sytuacjach założenie o stabilności parametrów modelu strukturalnego jest nie do utrzymania i wtedy

należy oczekiwać, że podmioty będą większą wagę przypisywać najnowszym obserwacjom. Algorytm opisujący AU pozwala na łatwą formalizację tego zjawiska za pomocą ustalenia stałej wartości dla parametru $g_t = g$ (ang. *constant gain*). Jeśli nie zostanie zrobione inne zastrzeżenie, to w dalszych rozważaniach przyjmijmy założenie $g_t = 1/t$. Pozwala to na zbieżność procesu uczenia się do równowagi przy założeniu RO, o ile oczywiście takiej zbieżności nie wykluczają inne warunki.

Adaptacyjnie uczące się podmioty, wiedząc, jakie zmienne tworzą najmniejszy zbiór zmiennych stanu, i znając ich historyczne wartości, w każdym kolejnym okresie będą szacować parametry PPR wynikające z modelu⁴:

$$y_t = k_t + c_t u_t \quad (10') \text{ (PPR)}$$

gdzie $k_t = (k_{\pi,t}, k_{x,t})'$, $c_t = (c_{\pi,t}, c_{x,t})'$ są parametrami użytymi za pomocą formuły (13).

Jeśli dla uproszczenia analizy przyjmijmy, że uczestnicy życia gospodarczego znają wartość parametru ρ_u z modelu (2)–(4), to racjonalne prognozy adaptacyjne uczących się podmiotów zostaną sformułowane na podstawie PPR (10) i przyjmą postać: $E_t y_{t+1} = k_t + \rho_u c_t u_t$. Podstawmy te prognozy do modelu (6), gdzie operator oczekiwań warunkowych E_t interpretujemy teraz jako operator warunkowych oczekiwań wyznaczonych przy wartościach parametrów określonych przez formuły (13). Otrzymujemy RPR w warunkach adaptacyjnego uczenia się podmiotów:

$$y_t = B k_t + (B c_t \rho_u + C) u_t \quad (11') \text{ (RPR)}$$

Powyższe równanie opisuje proces stochastyczny generujący dane w gospodarce opisywanej modelem (2)–(4), o ile oczekiwania dotyczące całej przyszłości będą formułowane na podstawie (10'). Formuła ta obrazuje też współokreślanie warunków gospodarowania przez parametry modelu strukturalnego (B , C) oraz aktualny stan wiedzy podmiotów gospodarujących na temat wartości parametrów rozwiązania modelu (k_t , c_t). Porównując (10') z (11'), można zauważyć, że równania te definiują odwzorowanie parametrów PPR w parametry RPR:

$$T(k_t, c_t) = (B k_t, B c_t \rho_u + C) \quad (14)$$

Odwzorowanie to przedstawia następującą zależność: przy postrzeganiu warunków gospodarowania jako możliwych do opisanie wartościami współczynników rozwiązania modelu (k_t , c_t) faktycznie istniejące warun-

⁴ Podstawowe znaczenie dla tego wnioskowania ma uwzględnienie przez podmioty gospodarujące zmiennych wchodzących w skład najmniejszego zbioru zmiennych stanu. Uwzględnianie dodatkowych zmiennych będzie miało tylko przejściowy wpływ na gospodarkę (dopóki dostępny zbiór danych nie wykaże braku istotności statystycznej dodatkowych zmiennych). Preston (2005, s. 100, przypis) podkreśla brak wpływu dodatkowych zmiennych na O-stabilność rozwiązań.

ki gospodarowania można opisać wartościami współczynników (Bk_t , $Bc_t\rho_u + C$). Z definicji punkty stałe tego odwzorowania przedstawiają sytuację, gdy parametry PPR i RPR są sobie równe. Punkty te będą więc stanami równowagi w warunkach RO. Wynika to z definicji RO. Wymaga ona, aby oczekiwania gospodarcze były formułowane w sytuacji znajomości prawdziwego modelu gospodarki, a więc również znajomości parametrów tego modelu. Ponieważ w PPR (10') założyliśmy, że podmioty uczą się stanu równowagi określonego rozwiązaniem z najmniejszą liczbą zmiennych stanu, można oczekiwać, że punktem stałym odwzorowania (14) będzie stan równowagi zapisany powyżej w formule (8). Jeśli jednak z modelu nie wynika, że jest to jedyny stan równowagi w warunkach RO, to odpowiednie odwzorowanie PPR w RPR będzie miało większą liczbę punktów stałych.

W tym momencie zasadnicze pytanie będzie brzmiało następująco: czy potrafimy określić, w jakich warunkach adaptacyjne uczenie się modelu gospodarki prowadzi do oszacowania prawdziwych wartości parametrów w rozwiązaniu modelu w warunkach RO. Odpowiedź na to pytanie nie jest bynajmniej oczywista. Formuła RPR (11') pokazuje, że szacunki parametrów różniące się od prawdziwych wartości parametrów modelu będą powodować, iż wartości produkcji, inflacji i stóp procentowych będą inne niż generowane przez gospodarkę opisaną modelem (6). Będzie to dodatkowo utrudniać szacowanie parametrów, co z kolei może jeszcze dalej „odepchnąć” gospodarkę od stanu równowagi w warunkach RO. Pytanie o zbieżność tego procesu nie jest zatem pytaniem trywialnym.

Marcet i Sargent w swojej pracy z 1989 r. zaproponowali takie ujęcie problemu adaptacyjnego uczenia się za pomocą estymatorów rekursywnych, w rodzaju formuły (13), które umożliwiło bezpośrednie zastosowanie do tego problemu technik matematycznych dotyczących zbieżności i asymptotycznego zachowania się stochastycznych algorytmów rekursywnych (oraz algorytmów stochastycznej aproksymacji). Prace nad tymi ostatnimi zapoczątkowali Robbins i Monro (1951), dalsze badania prowadził Ljung (1977). Pewnego rodzaju zwieńczeniem tych prac była koncepcja O-stabilności (ang. *E-stability*, *expectational stability*) autorstwa Evansa i Honkapohja (2001). Pozwala ona określać za pomocą relatywnie prostych układów równań różniczkowych, czy dane rozwiązania modeli są możliwe do nauczenia się przez podmioty zachowujące się podobnie jak w hipotezie AU. Przeprowadzone analizy wielu podstawowych modeli ekonomicznych wykazały, że w wielu przypadkach stany równowagi wynikające z modeli nie były O-stabilne, czyli nawet nieznaczne odchylenia faktycznych oczekiwań od tego rozwiązania w warunkach RO (co w praktyce jest nieuniknione) prowadziłyby do krytycznej destabilizacji gospodarki.

Stosując metody stochastycznej aproksymacji, szczegółowo omówione w przywołanej powyżej mo-

nografii Evans, Honkapohja (2001), można wykazać, że O-stabilność omawianego powyżej rozwiązania modelu makroekonomicznego – czyli lokalna zbieżność procesu uczenia się, opisanego równaniami (13) do stanu równowagi w warunkach RO – jest określona przez lokalną asymptotyczną stabilność rozwiązania zwykłego układu równań różniczkowych

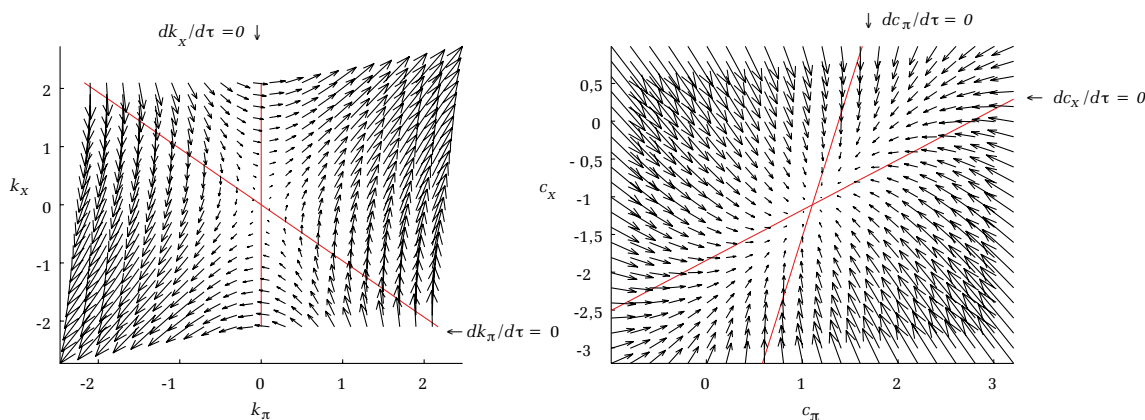
$$\frac{d}{d\tau}(k, c) = T(k, c) - (k, c) \quad (15)$$

dla wartości parametrów (k, c) tego rozwiązania, gdzie τ oznacza sztuczny czas, a $T(k, c)$ jest określone przez (14). W celu zilustrowania znaczenia tego ważnego twierdzenia zastosujemy je teraz do omówionego powyżej przykładu modelu domkniętego regułą polityki pieniężnej. Korzystając z twierdzeń zawartych w pracy Evans, Honkapohja (2001), można łatwo pokazać, że powyższy warunek dla parametrów k jest spełniony, jeżeli obie wartości własne macierzy $B-I$ mają ujemne części rzeczywiste. Dla parametrów c ujemne muszą być rzeczywiste części wartości własnych macierzy $\rho_u B-I$. Wykorzystując twierdzenie Routha (Chiang 1994, s. 544), można łatwo wykazać, że warunki te będą spełnione wtedy i tylko wtedy, gdy $|B-I| > 0$ i $\text{tr}(B-I) < 0$. Ponieważ w omawianym przykładzie B jest zdefiniowane jak w formule (9), I jest macierzą jednostkową o wymiarach 2 na 2 i wszystkie parametry modelu strukturalnego w macierzy B są dodatnie, łatwo sprawdzić, że wyznacznik macierzy $B-I$ jest ujemny. Oznacza to, że rozwiązanie o najmniejszej liczbie zmiennych stanu modelu nowego keynesizmu dla reguły polityki (R3) opisanej formułą (8) nie jest O-stabilne.

Przedstawmy teraz przykład dynamiki uczenia się przez podmioty stanu równowagi powyższego modelu za pomocą portretu fazowego układu (15) dla następujących wartości parametrów, przyjętych za pracę Evans, Honkapohja (2003b): $\rho_r = \rho_u = 0,4$; $\alpha = 0,3$; $\beta = 0,99$; $\phi = 1$; $\lambda = 0,3$; $\sigma_u = 0,5$; $\sigma_r = 1$. Czerwone linie na wykresach obrazują punkty, gdzie $dk/d\tau = 0$ oraz $dc/d\tau = 0$, dla $i = x, \pi$. Przecięcia tych linii obrazują więc wartości parametrów, dla których PPR i RPR są sobie równe i wartości te są także rozwiązaniem modelu w warunkach RO. Portret fazowy wyraźnie pokazuje, że dla modelu z regułą polityki (R3) w warunkach polityki prowadzonej dyskretnie, dla podanych wartości parametrów modelu strukturalnego, nawet niewielkie odchylenie opinii podmiotów gospodarujących na temat wartości chociaż jednego z wyrazów wolnych PPR od wartości wynikających z rozwiązania w warunkach RO, będzie prowadzić do narastania destabilizacji sytuacji gospodarczej.

Gdyby omówiony właśnie przykład dotyczył polityki pieniężnej w warunkach podejmowania zobowiązań przez władze monetarne, zarówno PPR, jak i RPR dodatkowo uwzględniałyby zmienną stanu x_{t-1} . Jednoznaczność i O-stabilność rozwiązania modelu są wtedy określone w sposób analogiczny do przedstawionego powyżej. Evans i Honkapohja (2006, s. 22) przeprowadzili

Wykres 1. Portret fazowy dynamiki warunku O-stabilności (15) dla rozwiązania modelu (2)–(4) z optymalną regułą polityki opartą na zmiennych stanu (8)



Uwaga: rozwiązanie wyrażone za pomocą najmniejszego zbioru zmiennych stanu nie jest O-stabilne.
Źródło: opracowanie własne.

analizę modelu w takiej sytuacji, tj. polityki pieniężnej prowadzonej zgodnie z regułą (R3) w warunkach podejmowania zobowiązań. Stwierdzili, że niezależnie od wartości parametrów strukturalnych uzyskiwane rozwiązania nie są O-stabilne, mimo że dla niektórych wartości parametrów taki model ma jednoznaczne rozwiązanie.

Podsumowując powyższą analizę, należy zwrócić uwagę, że warunki O-stabilności stanu równowagi są niezależne od warunków jednoznaczności rozwiązań w sytuacji opisanej hipotezą RO. O-stabilność jest po prostu cechą niektórych rozwiązań modelu w sytuacji opisanej hipotezą RO. W sytuacji, gdy model ma więcej niż jedno rozwiązanie spełniające warunki pozwalające traktować ten stan równowagi jako „kandydata” na opis warunków gospodarowania (np. spełniające warunek braku „eksplozji” wartości zmiennych wyznaczanych przez rozwiązanie modelu), kryterium O-stabilności może być użyte do predykcji, które z rozwiązań zostaną wybrane przez podmioty gospodarujące jako mechanizm koordynacji życia gospodarczego. Zastosowanie tego kryterium selekcji rozwiązań opiera się na założeniu, że O-niestabilne rozwiązania modelu nie mogą opisywać warunków produkcji i wymiany gospodarczej, gdyż najmniejsze, a więc nieuniknione, odchylenie od stanu równowagi spowoduje coraz większe oddalanie się gospodarki od tego właśnie rozwiązania.

Drugą kwestią wartą podkreślenia jest, wspomniana na początku artykułu, odporność na krytykę Lucasa. Jej brak objawiłby się wprowadzeniem do modelu dodatkowych, wolnych parametrów, których wartości nie wynikałyby z podstawowych, mikroekonomicznych parametrów modelu. Porównując ze sobą RPR w warunkach RO (11) i AU (11'), można odnieść wrażenie, że wraz z osłabieniem założeń RO nie nastąpiło wprowadzenie do RPR dodatkowych parametrów. Takie parametry pojawiają się jednak w formule (13), opisującej wy-

konywane na bieżąco estymacje. Dotyczy to wartości początkowych $\xi_{\pi,0}$, $\xi_{x,0}$, $R_{U,0}$ oraz ciągu wag dla kolejnych obserwacji, g_t . Jeśli wybrane wartości początkowe nie są odległe od wartości oczekiwanych tych parametrów, to wpływ tego wyboru na ocenę różnych reguł polityki będzie mało istotny. Wybór ciągu g_t nie ma natomiast wpływu na O-stabilność (choć może mieć pewien wpływ na wartość funkcji straty (5)), jeśli tylko jest to nierosnący, deterministyczny ciąg dodatnich wartości, spełniający warunek: $\lim_{t \rightarrow \infty} t g_t = 1$ (Sargent 1993, s. 40).

Kolejna ważna obserwacja to całkowita niezależność powyższej analizy od egzogenicznej części reguły polityki, t_t^e i fakt, że podstawowe znaczenie ma w niej macierz B poprzedzająca zmienne endogeniczne. Sugeruje to, że kluczem do uzyskania jednoznaczności i O-stabilności rozwiązania modelu jest reakcja władz monetarnych na zmienne, których wartość zależy od decyzji podmiotów gospodarujących.

Powyższa analiza jasno wskazuje, że wymaganiem stawianym przed regułą polityki pieniężnej nie może być tylko optymalność rozwiązania w warunkach RO. Pomimo że *ex ante* parametry funkcji reakcji (R3) zostały wyznaczone optymalnie, ze względu na brak O-stabilności i występujące zagrożenie niejednoznacznością rozwiązań należy się spodziewać, że nastąpi destabilizacja sytuacji gospodarczej i gospodarka nie będzie spełniać warunków maksymalizacji dobrobytu. Rozpoznanie warunków, których spełnienie przez regułę polityki pozwala na uniknięcie sytuacji z powyższego przykładu, jest ważnym wkładem omawianej tu teorii ekonomii w prowadzenie właściwej polityki pieniężnej.

Podstawowe pytanie brzmi zatem: w jaki sposób powinna być prowadzona polityka pieniężna, aby (1) mogły zostać jednoznacznie wyznaczone w gospodarce: inflacja, luka popytowa i stopa procentowa, zabezpieczając gospodarkę przed niepotrzebną utratą dobrobytu,

a (2) uczestnicy życia gospodarczego mogli ten wyznaczony poziom inflacji (i innych zmiennych) rozpoznać i zrealizować. Jak pokaże poniższy przegląd literatury zajmującej się tymi zagadnieniami, odpowiedź na to pytanie zależy od dwóch czynników. Pierwszym jest chęć uzyskania przez władze monetarne optymalnego poziomu dobrobytu w gospodarce (czyli stosowania prostych lub optymalnych reguł polityki). Po drugie, odpowiedź ta zależy od prawdziwości modelu strukturalnego (2)–(3) zakładającego, że podmioty gospodarujące znają preferencje, oczekiwania i sposób podejmowania decyzji przez innych uczestników życia gospodarczego. Pozwala to na opisanie ich decyzji za pomocą równań zawierających tylko oczekiwania dotyczące najbliższej przyszłości. Zaproponowane przez Prestona osłabienie tych założeń umożliwi sprawdzenie prawdziwości wniosków uzyskanych w ramach modelu (2)–(3) stosowanego w warunkach AU na uwzględnienie przez publiczność oczekiwań gospodarczych wybiegających daleko w przyszłość.

4.2. Oczekiwania dotyczące najbliższej przyszłości

Omówiony powyżej przykład jest tylko szczególnym przypadkiem zastosowania następującego twierdzenia: model składający się z równań (2), (3) i (4) przy wartościach parametrów $\phi_\pi = \phi_x = \phi_L = 0$, nie jest w stanie, niezależnie od wartości parametrów strukturalnych, jednoznacznie wyznaczyć poziomu inflacji i luki popytowej. Jego rozwiązania nie są O-stabilne, czyli uczestnicy życia gospodarczego nie mogą, funkcjonując w gospodarce opisanej tym modelem, przeprowadzić estymacji zbieżnych do prawdziwych parametrów opisujących RPR gospodarki⁵.

Nieformalne uzasadnienie tego twierdzenia ma następującą postać: w sytuacji prowadzenia polityki pieniężnej za pomocą stóp procentowych i przy braku reakcji władz monetarnych na odchylenia zmiennych endogenicznych od celów wyznaczonych przez te władze nie powstanie bariera funkcjonowania mechanizmu samospełniającej się przepowiedni. Egzogeniczna reguła polityki (np. polityka utrzymywania stóp procentowych na określonym, np. niskim poziomie) w szczególności oznaczałaby zapowiedź braku reakcji na nagły wzrost (spadek) oczekiwań inflacyjnych, które doprowadziłyby do obniżki (wzrostu) realnej stopy procentowej w równaniu (2), co pociągnie za sobą wzrost (spadek) produkcji i dodatkowy wzrost (spadek) poziomu cen w równaniu (3). Zmiany produkcji i cen w tej sytuacji miałyby taki sam kierunek jak oczekiwania uczestników życia gospodarczego. Wartości zmian byłyby nawet większe, niż wynikało to z przewidywań, co dodatkowo wzmocniłoby dynamikę zmian (Evans, Honkapohja 2003a, s. 813). Powyższy rezultat uzyskano, mimo że parametry reguły (R3) wyznaczono w sposób mający *ex ante* pozwolić

na optymalizację dobrobytu w sytuacji prowadzenia dyskrejonalnej polityki pieniężnej. Brak jednoznaczności rozwiązania modelu oraz brak O-stabilności tych rozwiązań spowodują jednak istotne pogorszenie warunków gospodarowania i niezrealizowanie warunku (7)⁶.

Jakie właściwości będzie miało rozwiązanie tego samego modelu, ale z innymi regułami polityki? Rozważmy najpierw zagadnienie wyznaczania jednoznacznego i O-stabilnego stanu równowagi w przypadku stosowania przez władze monetarne prostych reguł polityki. W artykule Bullard, Mitra (2002) kompleksowo omówiono to zagadnienie. Określono, jakie wartości muszą przyjąć parametry ϕ_π , ϕ_x w regułach (R1) lub (R2), aby mogły być odczytane przez społeczeństwo jako zapowiedź na tyle zdecydowanych reakcji władz monetarnych na zmiany poziomu cen lub luki popytowej, aby nie doszło do zmian inflacji pod wpływem czynników nieobecnych w modelu i w tym sensie niemających związku z cenami (ang. *sunspot variables*). W sposób analogiczny do analizy powyższego przykładu wyznaczono dopuszczalne wartości tych parametrów w regule (R1), wyrażonej następującą nierównością, zwaną „zasadą Taylora” (ang. *Taylor principle*):

$$\phi_\pi + \frac{1-\beta}{\lambda} \phi_x > 1 \quad (16)$$

Lewa strona powyższej nierówności pokazuje zwiększenie, w długim okresie, poziomu nominalnej stopy procentowej spowodowane zastosowaniem przez władze monetarne reguły (R1) lub (R2) w sytuacji trwałego wzrostu inflacji o 1 pkt proc. Parametr poprzedzający ϕ_x wynika z równania (3) wskazującego, że takie zwiększenie inflacji spowoduje trwałe zwiększenie luki popytowej o $(1-\beta)/\lambda$ pkt proc. Zalecenie płynące z formuły (16) uogólnia zalecenie z pracy Taylora (1999): wzrostowi oczekiwanej inflacji powinna towarzyszyć odpowiednio silna korekta nominalnej stopy procentowej, by doprowadzić do korekty realnej stopy procentowej. Poprzez ograniczenie produkcji spowoduje to ograniczenie inflacji (i oczekiwań inflacyjnych) do wartości wynikającej z jednoznacznego rozwiązania modelu. Wartości parametrów ϕ_π , ϕ_x , spełniające warunek (16), działają zatem jak pewnego rodzaju groźba podjęcia zdecydowanych działań przez władze monetarne, która ma zapewnić osiągnięcie przez gospodarkę jednoznacznie określonej stopy inflacji (szczegółowo, choć nie bezkrytycznie, mechanizm determinacji rozwiązania w warunkach RO opisuje Cochrane (2007)). W szczególności warunek (16) spełniają reguły polityki zalecane przez Taylora, tj. spełniające warunek $\phi_\pi > 1$.

Bullard i Mitra (2002, s. 1115–1116 i 1124) pokazują, że (16) jest warunkiem koniecznym i wystarczającym

⁵ Dowód twierdzenia został zarysowany powyżej i opiera się na badaniu własności macierzy B (jednoznaczność rozwiązania) i $B-I$ (O-stabilność). Por. Evans, Honkapohja, 2003a, s. 813.

⁶ Jak wspomniano, Evans i Honkapohja (2006, s. 22) podobny rezultat uzyskują dla (R3) stosowanej w sytuacji podejmowania przez władze monetarne zobowiązań, gdzie $\phi_L < 0$ w (R3). W tych warunkach reguła ta nie dawała O-stabilności i nie potrafiła zagwarantować jednoznaczności rozwiązania modelu.

do jednoznacznego i O-stabilnego wyznaczenia inflacji i luki popytowej przy prostych regułach Taylora, gdzie władze monetarne reagują na znane lub oczekiwane bieżące wartości inflacji i luki popytowej, czyli dla reguły (R1) z $m = 0$ i $p = 0$ lub $p = 1$.

W przypadku prostych reguł „skierowanych ku przyszłości” (R2) autorzy, w sposób analogiczny do zaprezentowanego powyżej, pokazali, że zasada Taylora jest koniecznym i wystarczającym warunkiem O-stabilności, ale już tylko koniecznym i niewystarczającym warunkiem jednoznaczności wyznaczania inflacji i produkcji. Pozostałe warunki określają, że model z polityką prowadzoną według (R2) będzie miał jednoznaczne i O-stabilne rozwiązanie, jeśli ϕ_π będzie większe od 1 i dodatnie ϕ_x będzie wystarczająco małe. Nadmierne agresywna polityka władz monetarnych w odpowiedzi na oczekiwane odchylenie wartości luki od wyznaczonego celu, tj. prowadzona według (R2) z dużym ϕ_x , będzie prowadzić do dodatkowych, suboptymalnych wahań w gospodarce z powodu niepożądanych właściwości rozwiązania modelu. Pojawi się bowiem wiele możliwych O-stabilnych rozwiązań. Pokazuje to też, że nie ma prostych zależności pomiędzy możliwością jednoznacznego rozwiązania modelu a możliwością naczenia się go przez uczestników życia gospodarczego.

Skoro można określić postać prostej reguły gwarantującej jednoznaczność i O-stabilność stanu równowagi gospodarki, to naturalnym kolejnym krokiem będzie poszukiwanie reguły mającej te właściwości, ale dodatkowo zapewniającej gospodarce spełnienie w każdym okresie warunków optymalizacji dobrobytu, tj. (7) albo (7'). Wobec zaprezentowanego powyżej, niezadowolającego rezultatu zastosowania funkcji reakcji (R3) Evans i Honkapohja (2003a; 2006) zaproponowali optymalną regułę opartą na oczekiwaniach (R4), jako funkcję reakcji pozwalającą na uzyskanie wszystkich tych celów. Wyprowadza się ją, wyznaczając i_t z (2) i podstawiając za x_t wartość luki określoną za pomocą (3) i (7) albo (7'). Użytkowana w ten sposób funkcja (R4) różni się od (R3) sposobem traktowania oczekiwań: w (R3) *implicite* przyjmuje się, że oczekiwania są zgodne z rozwiązaniem modelu w warunkach RO, czyli można je wyrazić jako liniową kombinację zmiennych egzogenicznych i ewentualnie x_{t-1} . Z kolei w (R4) oczekiwania są wyrażone *explicite* i dlatego (R4) zawiera obietnicę odpowiedniego reagowania przez władze monetarne na odchylenie faktycznych oczekiwań od wartości oczekiwanych w sytuacji RO. W regule tej zakłada się, że władze monetarne prowadzą badania ankietowe wśród konsumentów oraz przedsiębiorców i na tej lub podobnej podstawie potrafią dokonywać ich pomiaru. Jest to oczywiście zgodne z praktyką wielu banków centralnych; prowadzenie takich badań zleca również NBP. Podsumowując, funkcja (R4) pozwala władzy monetarnej znającej faktyczne oczekiwania oraz model strukturalny (2)–(3) na takie ustalenie wartości stopy procentowej, aby gospodarka

zrealizowała w każdym okresie warunek optymalności dobrobytu, tj. (7) dla polityki dyskrecjonalnej albo (7') dla polityki podejmowania zobowiązania przez władze monetarne. Wyprowadzenie reguły z równania zagregowanego popytu (2) pozwala na zrównoważenie ewentualnego destabilizującego wpływu faktycznych oczekiwań gospodarczych, niezależnie od przyjmowanych przez nie wartości. W szczególności dotyczy to oczekiwań podlegających zmianom ze względu na adaptacyjne uczenie się uczestników życia gospodarczego.

Powróćmy teraz do powyższego przykładu, modyfikując go w ten sposób, że władza monetarna wciąż prowadzi politykę dyskrecjonalną, ale tym razem kieruje się regułą (R4). Tak jak wcześniej przyjmijmy, w sposób nieograniczający ogólności wniosków, cele na poziomie $\pi^* = y^* = 0$. Zgodnie z pracą Evans, Honkapohja (2003a, s. 814) reguła polityki wyznaczona za pomocą warunku (7) przyjmie następującą postać:

$$\begin{aligned}\pi_t &= a_\pi + d_\pi u_t \\ x_t &= a_x + d_x u_t \\ i_t &= i_t^e + \eta_\pi E_t \pi_{t+1} + \eta_x E_t x_{t+1} \\ i_t^e &= \eta_u u_t + \eta_r r_t^n\end{aligned}\quad (8')$$

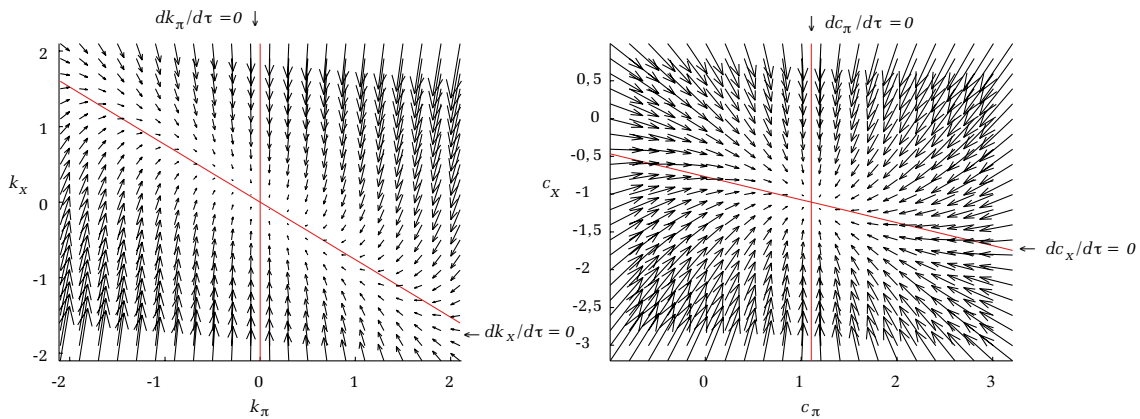
$$\begin{aligned}a_x &= a_\pi = 0 \\ \eta_x &= \varphi^{-1} \\ \eta_g &= \varphi^{-1} \\ \eta_u &= (\lambda^2 + \alpha)^{-1} \varphi^{-1} \lambda \\ \eta_\pi &= 1 + \eta_u \beta\end{aligned}$$

Ponieważ zastosowano tę samą funkcję celu (5), dla rozwiązania wyrażonego za pomocą najmniejszego zbioru zmiennych stanu powinniśmy uzyskać takie same ścieżki inflacji i luki popytowej jak w poprzednim przykładzie. Dlatego właśnie parametry a_π , a_x , d_π i d_x nie zmieniły się w porównaniu z poprzednim rozwiązaniem (8). Istotnie zmieniła się natomiast postać reguły polityki, która oprócz składnika egzogenicznego i_t^e ma również część endogeniczną. Po podstawieniu powyższej reguły polityki do modelu (2)–(3) otrzymujemy model w postaci $y_t = BE_t y_{t+1} + Cu_t$, gdzie:

$$B = \begin{bmatrix} \alpha\beta(\lambda^2 + \alpha)^{-1} & 0 \\ -\beta\lambda(\lambda^2 + \alpha)^{-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\varphi\eta_u \\ -\varphi\eta_u \end{bmatrix}, \quad y_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ x_t \end{bmatrix} \quad (9')$$

Sposób postępowania analogiczny do wcześniejszej analizy naszego przykładu oraz obserwacje, że macierz B w (9') ma dwie wartości własne $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \alpha\beta(\lambda^2 + \alpha)^{-1}$, gdzie $0 < \mu_2 < 1$ oraz $|B - I| = \mu_2 > 0$ i $\text{tr}(B - I) = \mu_2 - 2 < 0$, wystarczą do sformułowania wniosku, że model nowego keynesizmu domknięty regułą polityki typu (R4) o postaci (8') ma jednoznaczne, ograniczone co do wartości rozwiązanie. Jest to rozwiązanie O-stabilne niezależnie od wartości parametrów strukturalnych modelu. Przy aktualnej postaci macierzy B (9') warunek (15) generuje sta-

Wykres 2. Portret fazowy dynamiki warunku O-stabilności (15) dla modelu (2)–(4) z optymalną regułą polityki opartą na oczekiwaniach (8')



Uwaga: jednoznaczne rozwiązanie wyrażone za pomocą najmniejszego zbioru zmiennych stanu jest O-stabilne.

Źródło: opracowanie własne.

bilną dynamikę uczenia się, co obrazuje wykres 2. Dzięki odpowiedniej polityce pieniężnej odchylenia szacunków parametrów od wartości wynikających z hipotezy RO zostaną skorygowane w trakcie procesu AU i występujące błędy nie będą się wówczas kumulować.

Evans i Honkapohja pokazują, że zaproponowana przez nich reguła (R4) jest wciąż O-stabilna nawet przy daleko idącym osłabieniu założeń upraszczających. Rozważając zatem takie komplikacje modelu, jak: równoległe uczenie się parametrów modelu gospodarki przez władze monetarne (które przecież również muszą estymować parametry modelu), występowanie losowych błędów w obserwacji oczekiwań, wprowadzenie do modelu dodatkowej dynamiki luki popytowej oraz przyjęcie, że podmioty estymujące parametry modelu upraszczają sobie obliczenia kosztem optymalności wyników i nie uwzględniają macierzy drugich momentów zmiennych objaśniających.

4.3. Oczekiwania wybiegające daleko w przyszłość

Jak wspomniano, model nowego keynesizmu składający się z równań (2)–(4) został wyprowadzony przy hipotezie RO jako rozwiązanie zadania maksymalizacji oczekiwanej użyteczności przez podmiot reprezentatywny w warunkach nominalnych sztywności ograniczających możliwości zmian cen przez producentów. Model zakłada zatem, że konsument dokonuje optymalnego rozłożenia konsumpcji posiadanego majątku w czasie całego swojego życia (formalnie dokonuje się to za pomocą międzyokresowego ograniczenia budżetowego, z którego wynika, że zdyskontowana wartość konsumpcji w ciągu całego życia podmiotu nie może przekraczać majątku tego podmiotu). Takie optymalne rozłożenie konsumpcji wymaga zatem formułowania oczekiwań, które wybiegają daleko w przyszłość.

Preston (2005, s. 95) zwrócił uwagę, że tylko w szczególnej sytuacji, gdy podmiot działa w warunkach pełnej

znajomości preferencji, reguł podejmowania decyzji oraz oczekiwań gospodarczych innych uczestników życia gospodarczego, model uzależniający inflację i lukę popytową od oczekiwań wybiegających daleko w przyszłość redukuje się do modelu opisanego równaniami (2) i (3). Przedstawione powyżej analizy modelu w warunkach AU zakładały takie osłabienie założeń RO, które spowodowało w ostatecznej postaci modelu tylko jedną zmianę: operator oczekiwań E_t już nie oznaczał oczekiwań warunkowych wynikających z pełnej znajomości modelu i procesów generujących dane, lecz tylko najlepsze możliwe oczekiwania warunkowe wynikające z estymacji przeprowadzonych na podstawie dostępnych danych.

Zdaniem Prestona należy – stosując się dalej do wytycznej, aby osłabiać hipotezę RO – przyjąć, że podmioty wiedzą tylko tyle, ile jest im potrzebne, by móc postępować zgodnie z pierwszym składnikiem założenia RO. Mówi on, że działania i decyzje podmiotu wynikają z maksymalizacji oczekiwanej użyteczności. Dlatego Preston zakłada, że podmioty znają tylko swoje preferencje, ograniczenia budżetowe i warunki pierwszego rzędu wyznaczające ich optymalne decyzje, nie mają natomiast takiej wiedzy na temat innych uczestników życia gospodarczego (Preston 2005, s. 84). Przyjęcie takich założeń podczas wyprowadzania modelu z tak zmodyfikowanych mikrofundamentów i jego agregacji prowadzi do zmian jego postaci końcowej. Zamiast oczekiwań wybiegających wyłącznie o jeden okres do przodu model musi uwzględniać oczekiwania dotyczące całej przyszłości i przyjmuje wówczas następującą postać:

$$x_t = E_{t-p} \sum_{T=t}^{\infty} \beta^{T-t} [(1-\beta)x_{T+1} - \phi(i_T - \pi_{T+1}) + r_T^n] \quad (17)$$

$$\pi_t = \lambda x_t + E_{t-p} \sum_{T=t}^{\infty} (\theta\beta)^{T-t} [\lambda\theta\beta x_{T+1} + (1-\theta)\beta\pi_{T+1} + u_T] \quad (18)$$

gdzie operator E_{t-p} oznacza oczekiwania podmiotów gospodarujących, wyznaczane na podstawie przeprowadzanych na bieżąco estymacji za pomocą formuł analogicznych do (13).

Nieobecny we wcześniejszej postaci modelu parametr $0 < 1 - \theta < 1$ oznacza prawdopodobieństwo, że firma zmieni cenę w pojedynczym okresie. Założenie to ogranicza swobodne ustalanie cen i zostało zaproponowane przez Calvo; przyjęto je także, wyprowadzając model opisany równaniami (2) i (3).

Preston w swoich artykułach (2005; 2006; 2008) analizuje, jaki wpływ na sformułowane powyżej zalecenia dotyczące prowadzenia polityki pieniężnej będzie miało przyjęcie założenia, że prawdziwy model strukturalny gospodarki ma postać (17)–(18), a nie (2)–(3). W warunkach opisywanych hipotezą RO równania (17)–(18) redukują się do postaci (2)–(3), a zatem omawiane osłabienie założeń nie może wpływać na jednoznaczność uzyskiwanych rozwiązań w warunkach RO. Z kolei uwzględnienie oczekiwań wybiegających daleko w przyszłość może mieć i często ma wpływ na O-stabilność uzyskiwanego rozwiązania modelu gospodarki w warunkach AU.

W pierwszej z wymienionych prac Preston przeanalizował najprostszy wariant modelu, gdzie polityka pieniężna prowadzona jest zgodnie z prostą regułą (R1) z argumentami w postaci aktualnych wartości zmiennych endogenicznych, $\phi_L = m = p = 0$. Autor ten wykazał, że zasada Taylora (16) pozostaje warunkiem koniecznym i wystarczającym O-stabilnego wyznaczenia poziomu inflacji i luki popytowej w modelu (17)–(18). Drugi rezultat, który się nie zmienił, to brak O-stabilności rozwiązań, gdy polityka jest prowadzona według funkcji reakcji wykorzystujących tylko zmienne egzogeniczne, np. (R3).

Dalsze analizy (Preston 2008, twierdzenie 5) wykazały jednak, że funkcja reakcji (R4), pomimo gwarancji optymalności i O-stabilności rozwiązania w modelu (2)–(3), nie zapewnia tych właściwości rozwiązaniu modelu z oczekiwaniami wybiegającymi daleko w przyszłość. Wynika to stąd, że reguła (R4), uwzględniając tylko oczekiwania gospodarcze dotyczące najbliższej przyszłości, nie potrafi zrównoważyć destabilizującego wpływu długoterminowych oczekiwań, jeśli odbiegają one od hipotetycznych oczekiwań formułowanych w warunkach RO. Oznacza to, że jeśli prawdziwy model strukturalny ma postać (17)–(18), a władze monetarne są błędnie przekonane, że ma on postać (2)–(3), to prowadzenie polityki pieniężnej opisaną za pomocą funkcji reakcji (R4) nie zagwarantuje spełnienia kryterium optymalizacji dobrobytu (7) albo (7') i prawdopodobnie doprowadzi do realizacji samospełniających się prognoz. Uniemożliwi to nauczenie się przez uczestników życia gospodarczego parametrów rozwiązania modelu, opisującego funkcjonowanie gospodarki w warunkach RO.

Preston pokazuje, że w modelu z oczekiwaniami wybiegającymi daleko w przyszłość można wyprowadzić

optymalną regułę w sposób analogiczny do zaproponowanego przez Evansa i Honkapohję dla modelu (2)–(3). Po wyznaczeniu i_t z (17) i podstawieniu aktualnej luki popytowej wyznaczonej przez (18) i (7') uzyskujemy odpowiednik (R4). Gwarantuje on optymalność i O-stabilność polityki pieniężnej w modelu nowego keynesizmu, osłabiając założenia RO w sposób zaproponowany przez Prestona. Jednak skutecznym ograniczeniem zastosowania w praktyce takiej funkcji reakcji są ogromne wymagania informacyjne stawiane władzy monetarnej. Argumentami tej funkcji reakcji są bowiem całe, wybiegające w przyszłość, oczekiwane przez publiczność ścieżki stóp procentowych, inflacji i luki popytowej oraz szoków losowych wpływających na gospodarkę. Przypisywanie takiej wiedzy organom odpowiedzialnym za prowadzenie polityki pieniężnej jest mało realne. Z tego względu Preston (2006) rozważa, jako pewnego rodzaju kompromis, prowadzenie polityki pieniężnej za pomocą następującej funkcji reakcji, którą można uznać za połączenie reguł (R2) i (R4):

$$i_t = \bar{i}_t + \varphi_\pi (E_{t-p} \pi_{t+m} - E_{t-p} \bar{\pi}_{t+m}) + \varphi_x (E_{t-p} x_{t+m} - E_{t-p} \bar{x}_{t+m}) \quad (R5)$$

gdzie ($p = 0$ i $m = 1$) albo ($p = 1$ i $m = 0$), a zmienne $\bar{i}_t$, $\bar{\pi}_t$, $\bar{x}_t$ oznaczają liniowe funkcje egzogenicznych składników modelu określające wartości endogenicznych zmiennych, które wystąpiłyby w gospodarce w warunkach RO ze spełnionym kryterium optymalności (7) albo (7'). Funkcje te są tożsame z formułą (8) albo analogiczne do niej. E_{t-p} oznacza, jak wcześniej, operator oczekiwań warunkowych w sytuacji AU z dostępnymi obserwacjami zmiennych do okresu $t - p$ włącznie. $E_{t-p} \pi_{t+m}$, $E_{t-p} x_{t+m}$ oznaczają oczekiwania dotyczące wartości zmiennych endogenicznych, na które reagują władze monetarne. Mogą to być faktyczne oczekiwania podmiotów gospodarujących lub wewnętrzne prognozy władz monetarnych uwzględniające faktyczne oczekiwania publiczności. Reguła (R5) nie jest regułą optymalną w tym sensie, że nie gwarantuje realizacji kryterium optymalności w każdym okresie. Opisuje natomiast podejmowanie przez władze monetarne działań zmierzających do korekty każdego odchylenia oczekiwań od stanu optymalnego i pokazuje, że osiągnięcie optimum dobrobytu w gospodarce będzie możliwe po uzyskaniu, dzięki algorytmowi AU, zgodności oczekiwań gospodarczych ze stanem optymalnym w warunkach RO. Preston następnie przepisuje tę regułę polityki w dwóch postaciach: (R2) dla $p = 0$ i $m = 1$ oraz (R1) dla $p = 1$ i $m = 0$ w następujący sposób:

$$\begin{aligned} i_t &= i_t^e + \varphi_\pi E_{t-p} \pi_{t+m} + \varphi_x E_{t-p} x_{t+m} \\ i_t^e &= \bar{i}_t - \varphi_\pi E_{t-p} \bar{\pi}_{t+m} - \varphi_x E_{t-p} \bar{x}_{t+m} \end{aligned} \quad (R5')$$

Preston rozważa prowadzenie polityki pieniężnej w warunkach podejmowania zobowiązań przez władze monetarne. Najmniejszy zbiór zmiennych stanu, których liniowa kombinacja wyznacza rozwiązanie mo-

delu z RO, zostaje zatem rozszerzony, w porównaniu z powyższym przykładem, o dodatkową zmienną egzogeniczną $\Lambda_t = \mu\Lambda_{t-1} + u_t$, gdzie μ jest jedyną leżącą wewnątrz okręgu jednostkowego wartością własną równania różnicowego służącego do wyznaczenia wartości $\bar{i}_t, \bar{\pi}_t, \bar{x}_t$ jako rozwiązania zadania minimalizacji funkcji celu (5). Zmienna ta wyraża wpływ, który wywiera na gospodarkę podjęcie przez władze zobowiązania co do sposobu prowadzenia polityki w przyszłości. Jest również argumentem części egzogenicznej reguły ($\bar{i}_t$), jednak nie wpływa, jako zmienna egzogeniczna, na O-stabilność rozwiązania modelu.

W podejściu Prestona zakłada się, że podmioty gospodarujące nie znają preferencji i reguł decyzyjnych innych podmiotów, a zatem dotyczy to również nieznaności postaci reguły polityki (R5') przyjętej przez władze monetarne. Podmioty wiedzą tylko, jakie zmienne tworzą najmniejszy zbiór zmiennych stanu, i estymują, wykorzystując formuły analogiczne do (13), dla tych zmiennych parametry (k, b, c, e) PPR o postaci:

$$y_t = k_t + b_t y_{t-1} + c_t u_t + e_t r_t^n, \quad (10'') \text{ (PPR)}$$

gdzie:

$$y_t = (\pi_t, x_t, i_t, \Lambda_t)',$$

k_t, c_t, e_t – 4-elementowe wektory parametrów,

b_t – macierz o wymiarach 4 na 4, gdzie tylko ostatnia kolumna, odpowiadająca Λ_t , może przyjmować wartości różne od zera.

Porównując formułę (10'') z PPR (10'), można zauważyć kilka różnic. Wcześniejsze założenie o znajomości optymalnej reguły dyskrecjonalnej polityki decydowało o przyjmowaniu (bez estymacji) przez podmioty restrykcji (prawdziwych w tamtym modelu) $b_t = 0$ i $e_t = 0$. W warunkach rozpatrywanych przez Prestona ta druga restrykcja musi być ustalona przez podmioty w drodze estymacji, pierwsza zaś nie jest już prawdziwa ze względu na założenie prowadzenia przez władze monetarne polityki podejmowania zobowiązań. Podobnie jak w poprzednim przykładzie podmioty gospodarujące określają RPR, obliczając oczekiwane w kolejnych okresach wartości zmiennych endogenicznych na podstawie (10'') i podstawiając je do modelu (17), (18), (R5'). W sposób analogiczny do wcześniej opisanego uzyskuje się odwzorowanie parametrów PPR w RPR, będące odpowiednikiem formuły (14), pozwalające na zbadanie O-stabilności rozwiązania modelu.

Preston (2006) dalej pokazuje, że dla uogólnionego modelu uwzględniającego oczekiwania wybiegające daleko w przyszłość i domkniętego regułą polityki (R5') zasada Taylora (16) jest wciąż koniecznym, ale już niewystarczającym warunkiem O-stabilności rozwiązania modelu. Okazuje się, że – wbrew zachęcającym wnioskowi z poprzedniego punktu – zapewnienie O-stabilności w warunkach reagowania przez władze monetarne na formułowane przez publiczność oczekiwania dotyczące tylko najbliższej przyszłości wymagałoby, przy

$\phi_x = 0$, nadania parametrowi ϕ_π wartości znacznie przekraczającej empirycznie rozsądne granice⁷. Pokazuje to, że gdyby prawdziwy model strukturalny gospodarki wyrażał się równaniami (17)–(18), a władze monetarne prowadziły politykę pieniężną zgodnie z powyższymi zaleceniami dotyczącymi (R2), błędnie zakładającymi, że model strukturalny ma postać (2)–(3), spowodowałoby to narastanie destabilizacji gospodarki, wynikające z braku O-stabilności stanu równowagi modelu.

Ten ważny wniosek wynika z tego, że model w uogólnionej postaci pokazuje konieczność określenia przez uczestników życia gospodarczego oprócz całych ścieżek oczekiwanej inflacji i luki popytowej także całej ścieżki oczekiwanych stóp procentowych. Nie było to konieczne w modelu wyrażonym równaniami (2)–(3), gdzie nie pojawiała się konieczność nauczenia się reguły polityki wyznaczającej stopy procentowe. Ta dodatkowa komplikacja powoduje, że gospodarka staje się dużo podatniejsza na niestabilność płynącą z algorytmu formułowania oczekiwań w warunkach AU. Następnie Preston prezentuje dwie możliwości modyfikacji reguły (R5), które uczynią zasadę Taylora (16) warunkiem koniecznym i wystarczającym O-stabilności gospodarki opisaną równaniami (17)–(18) w sytuacji AU.

Pierwszym sposobem jest uwzględnianie faktycznych oczekiwań inflacyjnych (ustalanych np. w drodze badań ankietowych) nie po prostu jako argumentów reguły polityki, ale jako jednego z czynników istotnych przy sporządzaniu przez władze monetarne własnych, wewnętrznych prognoz inflacji i luki popytowej. W tym wariancie ustalanie stopy procentowej odbywałoby się za pomocą reguły (R5) wykorzystującej jako $E_{t-p}\pi_{t+m}, E_{t-p}x_{t+m}$ właśnie te wewnętrzne projekcje, a nie faktyczne oczekiwania podmiotów gospodarujących. Dzięki zastosowaniu tej procedury władze monetarne będą w istocie reagować nie tyle na oczekiwania uczestników życia gospodarczego, ile na czynniki kształtujące oczekiwania publiczności (Preston 2006, twierdzenie 4). Propozycji tej można jednak postawić ten sam zarzut braku realizmu, co powyżej omówionej optymalnej regule dla modelu (17)–(18). Taki sposób postępowania wymagałby mianowicie, aby władze monetarne znały całe wybiegające w przyszłość ścieżki oczekiwań publiczności, a nie wydaje się, by banki centralne dysponowały taką wiedzą.

Drugim rozważanym przez Prestona podejściem jest upublicznienie faktycznej postaci analitycznej reguły polityki stosowanej przez władze monetarne. Preston pokazuje, że w sytuacji, gdy uczestnicy życia gospodarczego będą wiedzieć, w jaki sposób będzie kształtowana stopa procentowa (w zależności od wartości inflacji i luki popytowej), znacznie ułatwi to formułowanie oczekiwań zgodnych ze stanem równowagi modelu, któ-

⁷ Preston pokazuje też, że wniosek ten pozostaje w mocy, jeśli w (R5) założy się $p = 1$ i $m = 0$, czyli opóźnienie w obserwacji danych makroekonomicznych i reagowanie przez władze monetarne na oczekiwania dotyczące aktualnych wartości zmiennych makroekonomicznych formułowane na podstawie wcześniejszych danych.

ry zamierza uzyskać władza monetarna (Preston 2006, twierdzenie 3). Posiadanie takiej wiedzy przez uczestników życia gospodarczego formalnie jest wyrażone poprzez podstawienie reguły polityki ($R5'$) do (17) i rezygnację z konieczności niezależnej estymacji równania służącego do prognozy stóp procentowych w (10"). Autor pokazuje, że w takiej sytuacji zasada Taylora jest warunkiem koniecznym i wystarczającym O-stabilności rozwiązania modelu.

Powyższe analizy pokazują, że przy ograniczonej znajomości faktycznych oczekiwań gospodarczych publiczności oraz jej ograniczonej wiedzy na temat sposobu wyznaczania agregatów makroekonomicznych przez mechanizm rynkowy władze monetarne powinny dążyć do osiągnięcia optymalnego stanu dobrobytu w gospodarce za pomocą zwiększania przejrzystości prowadzonej polityki pieniężnej⁸. W tym wariantie pozytywny, stabilizujący efekt jest osiągany poprzez wprowadzenie „kottwicy” pozwalającej ograniczać i określać oczekiwania inflacyjne.

Na koniec warto jeszcze podkreślić, że wszystkich tych zagadnień nie można by poruszyć ani w ramach standardowych modeli z hipotezą RO, ani tradycyjnych modeli z adaptacyjnymi oczekiwaniami, gdzie oczekiwania inflacyjne są funkcją tylko historii inflacji i historii samych oczekiwań. W drugim przypadku tego typu analiza nie byłaby możliwa z przynajmniej z dwóch powodów: (1) wykorzystywanie narzędzi ekonomii dobrobytu (porównywanie oczekiwanej użyteczności, konsumentów i przedsiębiorców w różnych możliwych warunkach gospodarowania) wymaga przyjęcia założenia o optymalizującym działaniu podmiotów, co jest sprzeczne z tradycyjną hipotezą adaptacyjnych oczekiwań, (2) taki model w oczywisty sposób podlegałby krytyce Lucasa.

5. Adaptacyjne uczenie się a strukturalne zmiany modelu

W powyższych rozważaniach przyjęto podstawową wersję algorytmu AU zbieżną, wraz z poszerzającym się zbiorem danych, do stanu równowagi w warunkach RO. Formalnie uzyskuje się to, przyjmując $g_t = 1/t$ w formule opisującej aktualizację ocen parametrów PPR modelu (13). Oprócz ważnych zalet natury metodologicznej podejście to ma kilka ograniczeń. Przede wszystkim po pierwszym okresie uczenia się przez podmioty i po zbliżeniu się szacunków parametrów do wartości określanych przez hipotezę RO algorytm AU przestaje być źródłem dodatkowej dynamiki zmiennych endogenicznych modelu. Takie podejście oznacza, że wszystkim obserwacjom przypisuje się taką samą wagę, co odpowiada

założeniu, że gospodarka nie doświadcza zmian o charakterze strukturalnym.

Jak wspomniano na początku artykułu, alternatywą dla powyższego założenia jest przyjęcie, że nowszym obserwacjom przypisuje się większą wagę, zakładając $g_t = g > 0$ lub $g_t \rightarrow g > 0$. Przy takich założeniach AU opisywane jest jako „nieustanne uczenie się” (ang. *perpetual learning*) (Orphanides, Williams 2004). Proces AU jest wówczas źródłem dodatkowej dynamiki zmiennych wyznaczonych przez model, gdyż jest zbieżny nie do rozwiązania (wyrażonego wartościami parametrów) w warunkach RO, lecz do pewnego rozkładu prawdopodobieństwa parametrów uzyskiwanych rozwiązań (Evans, Honkapohja 2001, s. 164–165). Oznacza to, że estymowane wartości parametrów wahają się w otoczeniu tego rozwiązania w zależności od bieżącej sytuacji gospodarczej. Im większa jest stała wartość parametru g , tym większe są wahania szacunków parametrów, co powoduje zwiększenie wariancji zmiennych makroekonomicznych i spadek dobrobytu w gospodarce. Z drugiej jednak strony nieustanne uczenie się umożliwia szybkie dostosowanie się oczekiwań do zmian strukturalnych gospodarki. W pracy Orphanides, Williams (2007, s. 6) wskazuje się, że wartości parametru g z przedziału od 0,01 do 0,04 dają najlepsze dopasowanie prognoz generowanych przez formułę rodzaju (13) do prognoz dla USA, pochodzących z ankiet ekonomistów zajmujących się prognozowaniem (ang. SPE, Survey of Professional Forecasters). Jednocześnie Orphanides i Williams zastrzegają, że w przypadku gospodarek przechodzących transformację ustroju gospodarczego wartość tego parametru może być większa. Wydaje się, że w sposób szczególny to rozszerzenie algorytmu uczenia się podmiotów może znaleźć zastosowanie w modelowaniu dynamiki polskiej gospodarki lat 90. XX w., gdy z oczywistych względów nastąpiły istotne zmiany wartości parametrów strukturalnych gospodarki.

Istotnym ograniczeniem stosowania algorytmu nieustannego uczenia się przez podmioty gospodarujące do oceny różnych reguł polityki jest jednak fakt, że parametr g jest wolnym parametrem. Co prawda w pracy Marcet, Niccolini (2003) formalnie pokazano optymalność takiej modyfikacji procedury uczenia się w sytuacji hiperinflacji, gdy uczestnicy życia gospodarczego doświadczają nagłej i destabilizującej zmiany otoczenia gospodarczego. Zgodnie ze standardami ekonomii jako nauki taka optymalność jest oczywiście silnym argumentem na rzecz wykorzystywania tego algorytmu w przeprowadzanych symulacjach. Jednak w gospodarkach bardziej stabilnych wybór wartości parametru g pozostaje do pewnego stopnia arbitralny.

Z drugiej jednak strony trzeba zaznaczyć, że w modelach wykorzystujących mechanizm nieustannego uczenia się problem arbitralności (wynikający z obecności wolnych parametrów i związany z krytyką Lucasa) jest bez porównania mniejszy niż w przypadku trady-

⁸ Zwiększanie przejrzystości polityki jest coraz powszechniejszą praktyką współczesnych banków centralnych począwszy od lat 90. XX w. Badania empiryczne tego procesu prezentuje praca: Dincer, Eichengreen (2007).

cyjnych modeli adaptacyjnych oczekiwań, stosowanych przed upowszechnieniem się (przynajmniej w środowisku akademickim) modeli z RO. Algorytm nieustającego uczenia się nie oddziałuje też na O-stabilność uzyskiwanych rozwiązań i dlatego nie ma większego wpływu na wnioski płynące z powyższej analizy.

6. Podsumowanie

Celem niniejszego artykułu były syntetyczne przedstawienie i rekonstrukcja rozwoju ważnego nurtu współczesnej makroekonomii, powstałego przez zastosowanie współczesnej wersji założenia o ograniczonej racjonalności do modelu polityki pieniężnej proponowanego przez przedstawicieli szkoły nowego keynesizmu. W modelu tym realistycznie osłabia się hipotezę RO na rzecz założenia adaptacyjnego uczenia się uczestników życia gospodarczego.

Analizę tej nowej propozycji organizacji badań ekonomicznych przeprowadzono w kilku wymiarach. Po pierwsze, w zakresie metodologicznym wskazano, że osłabienie założeń RO przebiega w znacznym stopniu zgodnie z bardzo wysokimi standardami wniesionymi do ekonomii przez przedstawicieli szkoły nowych klasyków. Analiza modeli polityki pieniężnej domkniętych regułą wyznaczającą stopy procentowe w warunkach AU jest, przynajmniej asymptotycznie, odporna na krytykę Lucasa w stopniu nie mniejszym niż sam model nowego keynesizmu. Zgodne z tymi wymogami metodologicznymi pozostaje też ważne i konsekwentne rozszerzenie zastosowania AU do modeli tego typu zaproponowane przez Prestona. Pozwala ono na analizowanie procesu adaptacyjnego uczenia się podmiotów gospodarujących bez zakładania, że mają one pełną wiedzę na temat preferencji i wiedzy innych podmiotów gospodarujących czy też znajomość restrykcji nakładanych na model przez warunki równowagi rynkowej.

Wprowadzanie omawianych zmian w podejściu do analizy modeli makroekonomicznych wiąże się też z określeniem i uzasadnieniem warunków, które musi spełniać polityka pieniężna prowadzona za pomocą stóp procentowych, zmierzająca do stabilizacji inflacji i luki popytowej. Duża część tych zaleceń jest już realizowana przez wiele banków centralnych, jednak opisywane tu podejście do tworzenia modeli pozwala na przedstawienie ich spójnego uzasadnienia, przekonującego od strony metodologicznej. Analizy uzasadniające te zalecenia pokazują, że algorytm AU umożliwia naukowe przebadanie wielu kwestii dotyczących polityki pieniężnej, które dotychczas pozostawały poza zasięgiem technik badawczych dostępnych ekonomistom.

Kolejnym ważnym zagadnieniem jest duża elastyczność algorytmu adaptacyjnego uczenia się uczestników życia gospodarczego. Algorytm może być w bardzo prosty sposób zmodyfikowany, aby oddać obawę podmiotów, że w gospodarce mogą zachodzić zmiany o charakterze strukturalnym.

Wszystkie przywołane powyżej cechy charakterystyczne omawianego tu nowego podejścia badawczego do analizowania oczekiwań gospodarczych sugerują postawienie pytania o możliwość zastosowania algorytmu AU (wraz z jego rozszerzeniami) do objaśnienia dynamiki gospodarek w krajach podlegających transformacji ustroju ekonomicznego. Zgodnie z tym, co powiedziano powyżej, taka analiza będzie narażona na zarzut pewnej arbitralności. Coraz szerszy zakres zastosowań modeli z AU w pracach teoretycznych wskazuje jednak na potrzebę weryfikacji przynajmniej możliwości aplikacji tego algorytmu formułowania oczekiwań gospodarczych w warunkach najtrudniejszych dla formalnych modeli ekonomicznych – tj. w warunkach niestabilności parametrów strukturalnych gospodarki.

Bibliografia

- Berardi M., Duffy J. (2007), *The Value of Central Bank Transparency When Agents Are Learning*, "European Journal of Political Economy", Vol. 23, No. 1, s. 9–29.
- Blanchard J., Kahn C. (1980), *The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations*, "Econometrica", Vol. 48, No. 5, s. 1305–1311.
- Bullard J., Mitra K. (2002), *Learning about Monetary Policy Rules*, "Journal of Monetary Economics", Vol. 49, No. 6, s. 1105–1129.
- Chari V. (1998), *Nobel Laureate Robert E. Lucas, Jr.: Architect of Modern Economics*, "Journal of Economic Perspectives", Vol. 12, No. 1, s. 171–189.
- Christiano L., Eichenbaum M., Evans C. (1999), *Monetary Policy Shocks: What Have We Learned And To What End?*, w: J. Taylor, M. Woodford (red.), *Handbook of Macroeconomics*, North-Holland, Amsterdam.

- Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999), *The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective*, "Journal of Economic Literature", Vol. 37, No. 4, s. 1661–1707.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (2000), *Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability: Evidence and Some Theory*, "Quarterly Journal of Economics", Vol. 115, No. 1, s. 147–180.
- Cochrane J. (2007), *Inflation Determination with Taylor Rules: A Critical Review*, "Working Paper", No. 13409, NBER, Cambridge.
- Dincer N., Eichengreen B., *Central Bank Transparency: Where, Why, and with What Effects?*, "Working Paper", No. 13003, NBER, Cambridge.
- Evans G., Honkapohja S. (2001), *Learning and Expectations in Macroeconomics*, Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- Evans G., Honkapohja S. (2003a), *Expectations and the Stability Problem for Optimal Monetary Policies*, "Review of Economic Studies", Vol. 70, No. 4, s. 807–824.
- Evans G., Honkapohja S. (2003b), *Adaptive Learning and Monetary Policy Design*, "Journal of Money, Credit and Banking", Vol. 35, No. 6, s. 1045–1072.
- Evans G., Honkapohja S. (2006), *Monetary Policy, Expectations and Commitment*, "Scandinavian Journal of Economics", Vol. 108, No. 1, s. 1–38.
- Friedman M. (1968), *The Role of Monetary Policy*, "American Economic Review", Vol. 58, No. 3, s. 1–17.
- Lucas R. (1976), *Econometric Policy Evaluation: A Critique*, "Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy", Vol. 1, s. 19–46.
- Lucas E. (1980), *Methods and Problems in Business Cycle Theory*, "Journal of Money, Credit, and Banking", Vol. 12, No. 4, s. 696–715.
- Łyziak T. (2003), *Consumer Inflation Expectations in Poland*, "Working Paper", No. 287, ECB, Frankfurt.
- Marcet A., Nicolini J. (2003), *Recurrent Hyperinflations and Learning*, "American Economic Review", Vol. 93, No. 5, s. 1476–98.
- Marcet A., Sargent T. (1989), *Convergence of Least Squares learning Mechanisms in Self-Referential linear Stochastic Models*, "Journal of Economic Theory", Vol. 48, No. 2, s. 337–368.
- McCallum B. (1983), *On non-uniqueness in rational expectations models: An attempt at perspective*, "Journal of Monetary Economics", Vol. 11, No. 2, s. 139–168.
- McCallum B. (1999a), *Issues in the design of monetary policy rules*, w: *Handbook of Macroeconomics*, w: J. Taylor, M. Woodford (red.), *Handbook of Macroeconomics*, North-Holland, Amsterdam.
- McCallum B. (1999b), *Recent Developments in the Analysis of Monetary Policy Rules*, "Federal Reserve Bank of St. Louis Review", November, s. 3–12.
- Orphanides A., Williams J. (2004), *Imperfect Knowledge, Inflation Expectations and Monetary Policy*, w: B. Bernanke, M. Woodford (red.), *The Inflation-Targeting Debate*, University of Chicago Press, Chicago.
- Orphanides A., Williams J. (2007), *Inflation Targeting under Imperfect Knowledge*, "Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review", s. 1–23.
- Preston B. (2005), *Learning about Monetary Policy Rules when Long-Horizon Expectations Matter*, "International Journal of Central Banking", Vol. 1, No. 2, s. 81–126.
- Preston B. (2006), *Adaptive Learning, Forecast-Based Instrument Rules and Monetary Policy*, "Journal of Monetary Economics", Vol. 53, No. 3, s. 507–535.
- Preston B. (2008), *Adaptive Learning and the Use of Forecasts in Monetary Policy*, mimeo, <http://www.columbia.edu/~bp2121/targetrules.pdf>
- Sargent T.J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press, New York.
- Taylor J. (1993), *Discretion versus Policy Rules in Practice*, "Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy", Vol. 39, No. 12, s. 195–214.
- Taylor J. (1999), *A Historical Analysis of Monetary Policy Rules*, w: J. Taylor (red.), *Monetary Policy Rules*, University of Chicago.
- Woodford M. (1999a), *Revolution and Evolution in Twentieth-Century Macroeconomics*, mimeo, <http://www.columbia.edu/~mw2230/>
- Woodford M. (1999b), *Optimal Monetary Policy Inertia*, "Working Paper", No. 7261, NBER, Cambridge.
- Woodford M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press, Princeton.