

Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności

Application of the Fuzzy Set Theory to Assessment of the Entity's Ability to Continue as a Going Concern

*Anna Smejda**

Streszczenie

W artykule przedstawiono rozmyty model oceny zdolności jednostki gospodarczej do kontynuacji działalności. Ocena ta dokonywana jest przez biegłych rewidentów w warunkach niejednoznacznych i nieprecyzyjnych informacji, co sprawia, że odpowiednim podejściem do zagadnienia jest zastosowanie zbiorów rozmytych. Podejście to jest całkowicie odmienne od probabilistycznego, opartego na logice dwuwartościowej. W pracy przedstawiono zarówno główne zagadnienia dotyczące kontynuacji działalności, jak i elementy teorii zbiorów rozmytych. Zmienne zaproponowanego modelu mają postać zmiennych lingwistycznych. Współzależności między nimi opisano za pomocą rozmytych reguł wnioskowania typu „jeżeli – to”. Proces wnioskowania ilustruje przykład liczbowy. W artykule omówiono propozycje rozszerzenia przedstawionego modelu. Końcowa część zawiera wnioski oraz kierunki dalszych studiów.

Słowa kluczowe: kontynuacja działalności, upadłość, teoria zbiorów rozmytych.

Abstract

This article presents a fuzzy model of assessment of the entity's ability to continue as a going concern. The assessment is made by auditors under conditions of ambiguous and imprecise information, and is therefore well suited to the fuzzy set approach which is entirely different from a probabilistic approach based on two-value logic. The basic going concern issues have been presented as well as elements of the fuzzy set theory. Variables of the proposed fuzzy model are expressed in terms of linguistic variables. If-then fuzzy rules of inference are developed to describe the interdependence among variables. To illustrate the process of inference a numeric example is given. The article discusses possible extension of the presented model. The final part provides conclusions and general suggestions for future research.

Keywords: going concern, bankruptcy, fuzzy set theory.

JEL: M42, M41,G33

* Krajowa Izba Biegłych Rewidentów w Warszawie.

Wprowadzenie

Postanowienia ustawy o rachunkowości oraz standardów zawodowych nakładają na biegłego rewidenta (audytora) obowiązek dokonania oceny, czy zachodzą zjawiska, które istotnie zagrażają kontynuacji działalności badanej jednostki gospodarczej¹. Stwierdzenie występowania poważnych zagrożeń dla kontynuacji działalności, zamieszczane w ogólnie dostępnej opinii z badania sprawozdania finansowego, wskazuje na szczególną odpowiedzialność biegłego rewidenta za poprawność takiej oceny. Poinformowanie w opinii o tego rodzaju zagrożeniach służy ochronie interesów potencjalnych inwestorów, właścicieli i wierzycieli firmy, a tym samym jest warunkiem bezpieczeństwa obrotu gospodarczego.

Bankructwa wielkich spółek giełdowych w Stanach Zjednoczonych, jak Enron czy WorldCom, przyczyniły się do wzrostu zainteresowania zagadnieniem wiarygodności oceny zdolności przedsiębiorstwa do kontynuacji działalności nie tylko wśród biegłych rewidentów, ale także banków, instytucji ratingowych, kontrahentów, osób odpowiedzialnych za zarządzanie przedsiębiorstwem. Obowiązujące biegłych rewidentów postanowienia standardów zawodowych udzielają jedynie ogólnych wskazówek dotyczących sposobu dokonywania takiej oceny. Brak odpowiednich narzędzi analizy ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności może przyczynić się do błędów w oszacowaniu jego poziomu. W tym świetle celowe wydaje się opracowanie modelu oceny tego ryzyka, który wiernie odzwierciedlałby jego naturę.

Formułowanie oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności można postrzegać jako proces przetwarzania informacji o charakterze niepewnym i nieprecyzyjnym. Wykorzystywane przez biegłych rewidentów tradycyjne metody prognozowania bankructwa opisują niepewność w ramach teorii prawdopodobieństwa (Altman 1968; Beaver 1966; Ohlson 1980)². Jednak teoria ta modeluje jedynie niepewność związaną z losowością (zdarzenie jest ściśle określone, niepewne jest jego pojawienie się). Nie pozwala ona natomiast analizować niepewności wynikającej z braku precyzji informacji i niejednoznaczności pojęć. Odpowiednie metody modelowania tego rodzaju niepewności oferuje teoria zbiorów rozmytych (ang. *fuzzy set theory*).

Celem artykułu jest przedstawienie zastosowania teorii zbiorów rozmytych do oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności. Brak wyraźnego rozgraniczenia między sytuacją, kiedy dany czynnik ry-

zyka nie sygnalizuje jeszcze zagrożenia utratą zdolności do kontynuacji działalności a sytuacją wskazującą na takie zagrożenie oznacza konieczność dokonywania oceny w warunkach niepewności związanej z brakiem precyzji informacji. Niejednoznaczność stanowi immanentną cechę takich pojęć jak właściwy poziom wskaźników finansowych dla danej jednostki gospodarczej oraz poziom ryzyka utraty zdolności kontynuacji działalności odpowiadający danej konfiguracji czynników ryzyka. Jak zauważają Ellingsen, Pany i Fagan (1989), nieprecyzyjne jest również samo pojęcie istotnych zagrożeń kontynuacji działalności. Brak precyzji informacji i niejednoznaczność są głównymi przesłankami zastosowania teorii zbiorów rozmytych w modelowaniu oceny tych zagrożeń.

Początkowa część opracowania zawiera omówienie zasady kontynuacji działalności i sposobu badania przez audytorów zdolności jednostki do kontynuacji działalności oraz analizę głównych czynników zagrożenia jej utratą. Zasadniczą część pracy stanowi konstrukcja rozmytego modelu oceny zdolności do kontynuacji działalności, poprzedzona charakterystyką podstaw teorii zbiorów rozmytych. Omówienie modelu uzupełnia przykład liczbowy. W zakończeniu przedstawiono główne zalety przedstawionego modelu oraz propozycje jego udoskonalenia.

Istota zasady kontynuacji działalności

W świetle jednej z nadrzędnych zasad rachunkowości, tzw. zasady kontynuacji działalności (ang. *going concern principle*), założenie kontynuacji działalności gospodarczej oznacza, że według stanu na dzień sporządzenia sprawozdania finansowego jednostka – zdaniem jej kierownictwa – będzie w dającej się przewidzieć przyszłości³ prowadzić działalność gospodarczą w niezmnijszym istotnie zakresie i nie ma zamiaru ani konieczności likwidacji, zaniechania działalności lub szukania ochrony przed wierzycielami działającymi zgodnie z przepisami prawa. Samo pojęcie „w niezmnijszym istotnie zakresie” nie zostało zdefiniowane ani w przepisach prawa⁴, ani w literaturze przedmiotu, co może dodatkowo utrudniać ocenę przejawów zagrożenia kontynuacji działania. Postanowienia ustawy o rachunkowości nakładają na kierownictwo jednostki obowiązek zadeklarowania już we wprowadzeniu do sprawozdania finansowego (podlegającemu publikacji), czy zostało ono sporządzone przy założeniu kontynuowania działalności gospodarczej⁵, a także czy nie zachodzą okoliczności wskazujące na poważne zagrożenia dla kon-

¹ Por. art. 65 ust. 3 pkt 2 ustawy o rachunkowości oraz Międzynarodowy Standard Rewizji Finansowej (MSRF) 570 „Kontynuacja działalności”, pkt 2 i 9.

² Warto zwrócić uwagę, że modele budowane na podstawie danych innych krajów wymagają adaptacji do warunków polskich ze względu na specyfikę gospodarki i systemu rachunkowości danego kraju (por. Hołda 2001).

³ Obejmującej okres co najmniej 12 miesięcy od dnia bilansowego.

⁴ Por. art. 5 ust. 2 ustawy o rachunkowości oraz MSRF 570, pkt 3.

⁵ Wpływa to na sposób wyceny poszczególnych pozycji sprawozdania finansowego.

tynuowania przez nią działalności⁶. Oznacza to, że zasadność samego założenia nie wyklucza wystąpienia takich zagrożeń. Kierownictwo jednostki powinno poinformować o nich we wprowadzeniu do sprawozdania finansowego oraz w informacjach dodatkowych i objaśnieniach, a w przypadku jednostek zobowiązanych do sporządzania sprawozdania z działalności (np. spółek kapitałowych i przedsiębiorstw państwowych) – także w tym sprawozdaniu.

Ogólna metodologia badania zdolności jednostki do kontynuacji działalności

Analiza możliwości kontynuacji działalności przez badaną jednostkę jest integralnym elementem każdego badania sprawozdania finansowego. Jej właściwe przeprowadzenie warunkuje osiągnięcie celu badania, którym jest „wyrażenie przez biegłego rewidenta pisemnej opinii wraz z raportem o tym, czy sprawozdanie finansowe jest prawidłowe oraz rzetelnie i jasno przedstawia sytuację majątkową i finansową, jak też wynik finansowy badanej jednostki”⁷.

Należy podkreślić, że przedmiotem oceny audytora jest nie tylko występowanie poważnych zagrożeń dla kontynuacji działalności, ale i zasadność przyjęcia do sporządzenia sprawozdania finansowego założenia kontynuowania działalności⁸. Podstawę tych ocen stanowią dowody badania⁹ pozyskane w toku badania, w tym dotyczące zdarzeń, które nastąpiły po dniu bilansowym, a przed sporządzeniem opinii. Ich źródłem jest nie tylko sprawozdanie finansowe, ale także wiedza o problemach wewnętrznych jednostki oraz sytuacji w branży przez nią reprezentowanej. Na osąd biegłego rewidenta wpływają rodzaj i warunki działalności prowadzonej przez jednostkę oraz zakres, w jakim podlega ona wpływom zewnętrznym.

Stwierdzenie występowania poważnych zagrożeń dla kontynuacji działalności wymaga zastosowania dodatkowych procedur badania. Polegają one na ocenie planów kierownictwa dotyczących działań, które w zamierzeniu mają zapobiec utracie tej zdolności, ocenie możliwości realizacji tych planów oraz zakresu ich potencjalnego wpływu na poprawę sytuacji jednostki. Plany te mogą dotyczyć np.: zwiększenia

kapitału własnego, zaciągnięcia kredytów i pożyczek, restrukturyzacji długu, ograniczenia wydatków lub ich opóźnienia, sprzedaży zbędnych aktywów. Audytor podejmuje ostateczną decyzję, czy w opinii z badania sprawozdania finansowego należy poinformować o zagrożeniu kontynuacji działalności dopiero po dokonaniu oceny tych planów. Odpowiedzialność biegłego rewidenta wobec użytkowników sprawozdań finansowych za wiarygodność oceny możliwości kontynuacji działalności jest tym większa, że plany takie z reguły nie są podawane do wiadomości publicznej.

Zgodnie z terminologią standardów zawodowych występowanie poważnych zagrożeń dla kontynuacji działalności oznacza, że zachodzi istotna niepewność co do tej zdolności, tzn. jej skala jest na tyle duża, że – według osądu biegłego rewidenta – nieujawnienie rodzaju i potencjalnych skutków tej niepewności w sprawozdaniu finansowym wprowadzałoby w błąd jego odbiorcę. Stopień tej niepewności oraz zakres jej ujawnienia przez badaną jednostkę decydują o typie wyrażonej opinii z badania sprawozdania finansowego¹⁰.

Biegły rewident powinien być świadomy, że odpowiedzialność za poinformowanie w opinii o poważnych zagrożeniach dla kontynuacji działalności dotyczy nie tylko użytkowników sprawozdań finansowych, ale i badanej jednostki. Taka informacja przy braku wystarczająco uzasadnionych przesłanek może spowodować wiele negatywnych konsekwencji dla firmy w postaci trudności z pozyskaniem nowych kapitałów, żądania natychmiastowej spłaty kredytów i pożyczek przez banki czy gwałtownego spadku kursu akcji. W skrajnych przypadkach może mieć charakter samospełniającej się prognozy. Z drugiej strony poinformowanie o zagrożeniach, o ile jest uzasadnione, umożliwia właścicielom przedsiębiorstwa podjęcie we właściwym czasie odpowiednich działań zapobiegawczych.

Czynniki zagrożenia kontynuacji działalności

Podstawą formułowania osądu biegłego rewidenta na temat zdolności jednostki do kontynuacji działalności jest rozpoznanie czynników ryzyka utraty tej zdolności. Przykłady zdarzeń i uwarunkowań wskazujących na istotne zagrożenia dla kontynuacji działalności są podane w standardach zawodowych. Zakres i sposób klasyfikacji czynników ryzyka w standardach zawodowych poszczególnych krajów nie jest jednolity. Postanowienia standardów są natomiast zbieżne pod względem ich ogólnej charakterystyki wskazując, że:

¹⁰ Podstawowe typy opinii to opinia bez zastrzeżeń, z zastrzeżeniem (zastrzeżeniami) oraz negatywna. Audytor może też odstąpić od wyrażenia opinii, np. jeśli jednostka wprawdzie poinformowała w sprawozdaniu finansowym o poważnych zagrożeniach dla kontynuacji działalności, ale stopień niepewności co do jej przetrwania jest bardzo duża.

⁶ Taki wymóg jest zgodny z postanowieniami Międzynarodowego Standardu Rachunkowości 1 „Prezentacja sprawozdań finansowych”.

⁷ Por. art. 65 ust. 1 ustawy o rachunkowości.

⁸ Wstępnej oceny tych zagadnień audytor dokonuje już na etapie planowania badania, co umożliwia zastosowanie odpowiednich procedur badania oraz uwzględnienie wpływu skali zagrożeń na ocenę ryzyka badania, tj. ryzyka wyrażenia przez biegłego rewidenta niewłaściwej (nieodpowiadającej stanowi rzeczywistości) opinii z powodu niewykrycia istotnych nieprawidłowości w sprawozdaniu finansowym.

⁹ Dowody badania to ogół informacji uzyskanych przez biegłego rewidenta w trakcie dochodzenia do wniosków leżących u podstaw opinii z badania (por. MSRF 500 „Dowody badania”, pkt 4).

Tabela 1. Objawy zagrożenia kontynuacji działalności oraz czynniki ryzyka utraty zdolności kontynuacji działalności

Objawy finansowe
1. Zbliżający się termin wymagalności spłaty pożyczek lub kredytów przy braku realistycznych perspektyw przedłużenia terminu lub możliwości ich spłaty
2. Nadmierny udział pożyczek krótkoterminowych w finansowaniu aktywów długoterminowych
3. Ujemne przepływy środków pieniężnych wykazywane w sprawozdaniach finansowych za okresy przeszłe lub wynikające z planów finansowych
4. Niekorzystne kształtowanie się głównych w finansowych
5. Ujemna wielkość kapitału obrotowego, tj. występowanie nadwyżki zobowiązań krótkoterminowych nad aktywami obrotowymi
6. Poważne straty z działalności operacyjnej lub znaczna utrata wartości aktywów zapewniających dopływ środków pieniężnych
7. Opóźnione, nieregularne wypłaty dywidend bądź zaprzestanie wypłat
8. Niezdolność do terminowego regulowania zobowiązań
9. Trudności w dotrzymaniu warunków umów kredytowych i pożyczkowych
10. Zdarzenia lub uwarunkowania wskazujące na trudności finansowe dłużników
11. Zmiana trybu rozliczeń z dostawcami z kredytu kupieckiego na płatność gotówkową w momencie dostawy
12. Brak możliwości zapewnienia finansowania prac rozwojowych nad nowym ważnym produktem lub niezbędnych inwestycji
13. Potencjalne straty na umowach długoterminowych
Objawy operacyjne
1. Utrata podstawowego rynku zbytu, licencji, umowy franchisingowej lub głównego dostawcy
2. Odejście głównego kierownictwa bez zapewnienia następców
3. Trudności z pozyskaniem ważnych surowców
4. Konflikty z załogą
5. Znacząca zależność od jednego dostawcy, odbiorcy lub produktu
6. Brak ubezpieczenia od skutków zdarzeń losowych
Pozostałe objawy zagrożeń i czynniki ryzyka
1. Nieprzebrnięcie wymogów dotyczących wysokości kapitału lub innych wymogów wynikających ze statutu lub umowy
2. Postępowanie sądowe lub administracyjne toczące się przeciwko jednostce, jeśli jego rozstrzygnięcie – niekorzystne dla jednostki – wiązałyby się z powstaniem zobowiązań, które prawdopodobnie nie mogłyby zostać zaspokojone
3. Zmiany w prawie lub polityce rządu, które mogą mieć niekorzystny wpływ na jednostkę (np. przepisów podatkowych, celnych)
4. Wielkość oraz wiek jednostki
5. Sytuacja w branży (konkurencja, ogólna sytuacja ekonomiczna)
6. Czynniki makroekonomiczne (tempo realnego wzrostu PKB, poziom wydatków konsumpcyjnych, wysokość inwestycji rządowych i prywatnych, poziom inflacji, poziom podaży pieniądza, stopa procentowa, kurs walutowy, sytuacja na giełdzie, faza cyklu koniunkturalnego)
7. Poinformowanie o zagrożeniach kontynuacji działalności w opiniach z badania sprawozdań finansowych za lata ubiegłe

Źródło: opracowanie własne na podstawie MSRF 570 „Kontynuacja działalności”, Guy, Carmichael, Lach (2005); La Salle, Anandarajan, Miller (1996); Sawicki (2002).

1) czynniki te mogą pojedynczo lub łącznie budzić wątpliwości co do zdolności jednostki do kontynuowania działalności,

2) ich przykładowe listy nie uwzględniają wszystkich potencjalnych zagrożeń, przy czym rodzaj takich zagrożeń zależy w dużej mierze od specyfiki badanej jednostki,

3) znaczenie tych samych czynników może się istotnie różnić w poszczególnych jednostkach.

Istotną pomoc w określeniu czynników ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności oferuje bardzo bogata literatura z dziedziny prognozowania bankructwa. Dorobek w tym zakresie pozwala nie tylko na identyfikację istotnych czynników, które nie zo-

stały wyszczególnione w standardach zawodowych, jak np. zmienne makroekonomiczne, ale i ustalenie ich wagi oraz wzajemnych interakcji między nimi (La Salle, Anandarajan, Miller 1996 oraz Mutchler, Hopwood, McKeown 1997). Wybór zespołu czynników powinien uwzględniać specyfikę firmy – przedmiot jej działalności, formę prawną, strukturę własności oraz cechy szeroko pojętego otoczenia firmy. Przykładowo, inne wskaźniki będą służyły do oceny banku niż zakładu ubezpieczeń. Dla spółek notowanych na giełdzie należy dodatkowo uwzględnić wskaźniki rynku kapitałowego.

Integralnym elementem oceny zdolności do kontynuacji działalności jest analiza finansowa. Typowy

mi oznakami zagrożenia przyszłości przedsiębiorstwa są np. wskaźniki finansowe sygnalizujące utratę płynności, niską rentowność, trudności ze ściąganiem należności lub spłatą zobowiązań. Ocena wartości poszczególnych wskaźników powinna uwzględniać zarówno indywidualne cechy jednostki, jak też sytuację branży (pomocne w analizie są sektorowe wskaźniki finansowe) i prognozy jej rozwoju (czy przedsiębiorstwo działa w branży schyłkowej czy rozwojowej, czy branża jako całość obciążona jest dużym ryzykiem działalności). Analiza wskaźnikowa, niewątpliwie bardzo użyteczna w ocenie możliwości kontynuacji działalności, nie pozostaje jednak wolna od istotnych ograniczeń interpretacyjnych. Przykładowo, pozycje krótkoterminowe występujące w bieżącym wskaźniku płynności mogą nie przedstawiać typowych wartości osiąganych przez przedsiębiorstwo w ciągu roku obrotowego. Ocena płynności finansowej nie powinna opierać się jedynie na analizie odpowiednich wskaźników. Płynność przedsiębiorstwa zależy bowiem od możliwości synchronizacji wpływów i wydatków gotówkowych w danym okresie. Wysokie wskaźniki płynności nie muszą być miarodajnym źródłem informacji o rzeczywistej płynności, gdyż np. w aktywach obrotowych mogą dominować zapasy, których nie można sprzedać.

Zawężenie oceny możliwości kontynuowania działalności do analizy finansowej pomijałoby wiele istotnych czynników, w tym o charakterze jakościowym. Dane sprawozdań finansowych, będące podstawą konstrukcji wskaźników, nie ujmują takich niewymiernych finansowo czynników, jak wartość pozycji konkurencyjnej czy jakość zarządzania, a te elementy mają bardzo duży wpływ na ocenę przyszłej sytuacji przedsiębiorstwa¹¹. Analiza perspektyw firmy, zwłaszcza większej, mającej liczący się udział w rynku, powinna uwzględniać także ogólną sytuację makroekonomiczną. Platt (1989), Boritz (1991), Wod i Piesse (1987) podkreślają znaczenie warunków makroekonomicznych w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Badania Altmana (1983) wykazały znaczny wzrost prawdopodobieństwa bankructwa w wyniku skumulowanego efektu działania obniżenia tempa realnego wzrostu gospodarczego, pogorszenia sytuacji na rynku kapitałowym oraz spadku podaży pieniądza. Takie czynniki, jak: polityka gospodarcza rządu, decyzje banku centralnego, aktualna faza cyklu koniunkturalnego czy poziom kursu walutowego istotnie wpływają na kondycję poszczególnych sektorów gospodarki. Ponadto, niektóre zmienne makroekonomiczne mogą mieć szczególne znaczenie w przypadku konkretnych przedsiębiorstw. Dla firm prowadzących szeroką wymianę zagraniczną taką zmienną będzie poziom kursu walutowego. W warun-

kach wysokiej inflacji należy oszacować jej wpływ na zniekształcenie danych liczbowych sprawozdań finansowych, a zatem również interpretację wskaźników finansowych.

Wielu autorów postuluje uwzględnianie w ocenie możliwości kontynuacji działalności wielkości firmy (Mutchler 1984; Boritz 1991; Becker et al. 1998), wyrażonej jako suma bilansowa, przychody ze sprzedaży, wielkość zatrudnienia lub – w przypadku przedsiębiorstw notowanych na giełdzie – wartość kapitalizacji rynkowej. Rozmiary działalności firmy wiążą się bowiem z jej pozycją konkurencyjną, skalą powiązań z kontrahentami, perspektywami uzyskania pomocy z zewnętrznych źródeł finansowania oraz stabilnością wartości wskaźników finansowych.

Tabela 1 podaje przykłady zdarzeń i uwarunkowań, które mogą wskazywać na poważne zagrożenia dla kontynuacji działalności, oraz czynniki ryzyka utraty tej zdolności.

Podstawowe pojęcia teorii zbiorów rozmytych

Przedstawione przesłanki budowy modelu oceny zdolności do kontynuacji działalności na podstawie teorii zbiorów rozmytych i sama jego konstrukcja wymagają wcześniejszego przybliżenia podstaw tej teorii.

Trudności z zastosowaniem metod probabilistycznych do opisu złożonych lub słabo zdefiniowanych pojęć były bodźcem opracowania metod wnioskowania przybliżonego. Do tej klasy można zaliczyć metody teorii zbiorów rozmytych. Teoria ta pozwala analizować i przetwarzać informacje nieprecyzyjne. Naturalny język operuje głównie pojęciami jakościowymi, a to implikuje brak precyzji. Opis jakościowy z natury rzeczy jest nieprecyzyjny. Brak precyzji w określaniu pewnych własności prowadzi zaś do rozmycia granic zbioru obiektów, do których te własności się odnoszą. Jako pierwszy zwrócił na to uwagę Lotfi A. Zadeh (1965), twórca koncepcji zbioru rozmytego. W klasycznej teorii zbiorów przejście od pełnej przynależności elementu do zbioru do całkowitej nieprzynależności jest skokowe. Konsekwencją tej własności jest trudność w przedstawianiu pojęć nieprecyzyjnych za pomocą zbiorów klasycznych. W teorii zbiorów rozmytych przyjmuje się, że element może częściowo należeć do zbioru i do jego dopełnienia, a zatem nie obowiązuje tu prawo wyłączonego środka. W zbiorze rozmytym przejście od przynależności do zbioru do nieprzynależności jest stopniowe (tę stopniową zmianę wyraża tzw. funkcja przynależności). Granice zbioru rozmytego nie są ostre, dzięki czemu koncepcja ta pozwala określać pojęcia nieostre i wielkości nieprecyzyjne.

¹¹ Wskazuje to na celowość wykorzystania w analizie teorii zbiorów rozmytych, która pozwala na reprezentację zjawisk o charakterze jakościowym.

Aparat pojęciowy teorii zbiorów rozmytych jest bardzo bogaty. W niniejszej pracy ograniczono się do elementów teorii bezpośrednio wykorzystywanych w przedstawionym dalej modelu oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności.

Definicja 1¹². Zbiorem rozmytym A w pewnej przestrzeni X (zbiorze elementów x)¹³, nazywamy zbiór uporządkowanych par:

$A = \{(\mu_A(x), x); x \in X\}$, gdzie $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ jest tzw. funkcją przynależności zbioru rozmytego A . Funkcja ta każdemu elementowi $x \in X$ przyporządkowuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego A .

Definicja 2. Rozmyty zbiór A nazywamy normalnym, jeśli istnieje taki element $x \in X$, że spełniony jest warunek $\mu_A(x) = 1$. Innymi słowy, istnieje element na pewno należący do tego zbioru¹⁴.

Do podstawowych operacji na zbiorach rozmytych należą m.in. ich suma i iloczyn.

Definicja 3. Sumą zbiorów rozmytych A i B jest zbiór rozmyty $A \cup B$ określony funkcją przynależności:

$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$ dla każdego $x \in X$.

Definicja 4. Iloczynnem zbiorów rozmytych A i B jest zbiór rozmyty $A \cap B$ o funkcji przynależności:

$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$ dla każdego $x \in X$.

Definicja 5. Liczbą rozmytą nazywamy zbiór rozmyty A określony w zbiorze liczb rzeczywistych R , taki że A jest normalny i wypukły, a $\mu_A(x)$ jest przedziałami ciągła¹⁵.

W praktyce najczęściej stosuje się tzw. trapezowe liczby rozmyte $Tp(a_1, a_2, a_3, a_4)$. W przypadku, gdy $a_2 = a_3$, otrzymujemy trójkątną liczbę rozmytą. Granice trapezowej liczby rozmytej mają prostą interpretację praktyczną. Granice wewnętrzne tworzą odcinek $[a_2, a_3]$ na pewno zawierający nieznaną dokładną wartość, a zewnętrzne – odcinek $[a_1, a_4]$, którego dopełnienie na pewno nie zawiera tej wartości.

Bardzo ważnym pojęciem omawianej teorii jest zmienna lingwistyczna. Chociaż formalizm matematyczny zmiennej lingwistycznej jest dość skomplikowany (dlatego zrezygnowano tu z formalnej definicji), to jej intuicyjny sens jest prosty. Zmienna lingwistyczna przyjmuje jako swe wartości wyrażenia języka naturalnego, utożsamiane z określonymi zbiorami rozmytymi. Np. zmienna lingwistyczna o nazwie

„temperatura” może przyjmować jako wartości zbioru rozmyte reprezentujące cechy: wysoka, średnia, niska, tj. cechy jakościowe, a nie ilościowe.

W wielu praktycznych zastosowaniach spotykamy się z zagadnieniem wyznaczania z liczb rozmytych wielkości dokładnej, czyli precyzyjnie określonej liczby rzeczywistej. Procedurę tę nazywamy defuzyfikacją (ostrzeniem). Jedną z najpopularniejszych metod jest defuzyfikacja metodą środka ciężkości, który definiujemy jako:

$$S(A) = \frac{\int_{a_1}^{a_4} x \mu_A(x) dx}{\int_{a_1}^{a_4} \mu_A(x) dx} \quad (1)$$

gdzie $S(A)$ oznacza środek ciężkości liczby rozmytej A .

Jedną z odmian tej metody zastosujemy w przedstawionym dalej modelu.

Model oceny zdolności do kontynuacji działalności w ujęciu teorii zbiorów rozmytych

Proces formułowania osądu biegłego rewidenta na temat możliwości kontynuacji działalności przez badaną jednostkę polega na pozyskiwaniu i ocenie dowodów badania, tj. wszystkich informacji będących podstawą takiego osądu. Prezentowany model ilustruje zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do wyznaczania poziomu ryzyka utraty zdolności kontynuacji działalności przez jednostkę (RK).

Wyniki badań empirycznych wskazują, że audytorzy postrzegają i oceniają ryzyko w kategoriach języka naturalnego, a nie ścisłych wielkości liczbowych (Peters 1990). W modelu ryzyko wyrażono w postaci zmiennej lingwistycznej o nazwie „ryzyko utraty zdolności do kontynuacji działalności”, która może przyjmować wartości: niskie, średnie i wysokie. Punktem wyjścia budowy modelu jest określenie czynników tego ryzyka. Każdy czynnik ryzyka jest charakteryzowany przez zmienną lingwistyczną. Przykładowo, wskaźnik zadłużenia ogólnego opisuje zmienna lingwistyczna o nazwie „poziom wskaźnika zadłużenia”, przyjmująca wartości: bardzo wysoki, wysoki, przeciętny, niski. Wartości odpowiadające zmiennym lingwistycznym wyrażone są w postaci trapezowych liczb rozmytych. Podstawą określenia zbioru rozmytego np. dla czynnika związanego z toczącym się procesem sądowym przeciwko jednostce może być wysokość potencjalnej straty w przypadku niekorzystnego wyniku procesu, przedstawiona jako procentowy udział w wielkości aktywów ogółem. Dla wyniku z działalności operacyjnej (w postaci procen-

¹² Wszystkie definicje pochodzą z prac: Czogała, Pedrycz (1985) oraz Kacprzyk (1986).

¹³ Przestrzeń X jest dowolnym zbiorem niepustym, skończonym lub nieskończonym.

¹⁴ Zbiór rozmyty, którego największa wartość funkcji przynależności jest mniejsza od 1, to tzw. zbiór subnormalny.

¹⁵ Wypukłość zbioru rozmytego A określonego na przestrzeni liczb rzeczywistych R oznacza, że dla wszystkich liczb x, y i $z \in R$, $y \in [x, z]$ spełniona jest nierówność $\mu_A(y) \geq \min[\mu_A(x), \mu_A(z)]$. Zauważmy, że liczby rzeczywiste możemy traktować jako szczególny przypadek liczb rozmytych.

¹⁶ Granice całkowania określono dla trapezowej liczby rozmytej.

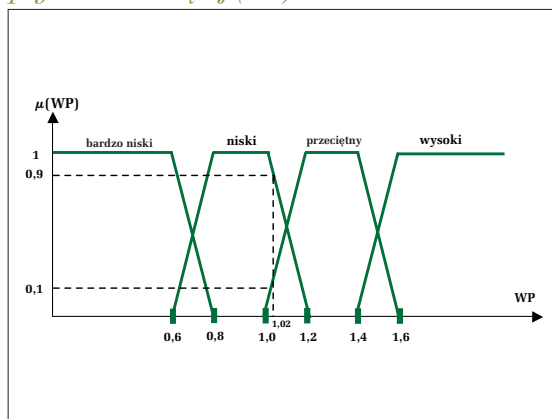
tu aktywów ogółem) celowe będzie włączenie do modelu 3 odrębnych zmiennych, opisujących wyniki osiągnięte w 3 ostatnich latach. Pozwala to ocenić tendencję do kształtowania się tej wielkości (Spieceland, Garzon, George 1995).

Sposób wnioskowania zilustrowano na przykładzie uproszczonego modelu zawierającego tylko 3 czynniki ryzyka. W tabeli 2 przedstawiono ich charakterystykę.

Na wykresie 1 przedstawiono funkcję przynależności dla wskaźnika płynności bieżącej.

Dla jasności dalszej analizy uściślijmy: w uproszczonym modelu występują 3 zmienne lingwistyczne, których nazwy zamieszczonych w drugiej

Wykres 1 Funkcja przynależności dla zmiennej lingwistycznej: poziom wskaźnika płynności bieżącej (WP)



Źródło: opracowanie własne.

kolumnie tabeli 2, oraz zmienna lingwistyczna o nazwie „ryzyko utraty zdolności do kontynuacji działalności”.

Przyjmijmy, że według oceny biegłego rewidenta zmienne modelu (czynniki ryzyka) mają następujące wartości: WP = 1,02; WZ = 0,64; WA = 0,9. Na wykresie 1 zaznaczono, że wartości WP = 1,02 odpowiada przynależność w stopniu 0,9 do zbioru rozmytego „niski” oraz w stopniu 0,1 do zbioru „przeciętny”. By wyznaczyć te wartości, należy skorzystać z postaci analitycznej funkcji przynależności dla wskaźnika płynności „niskiego” i „przeciętnego”¹⁷. W analogiczny sposób ustalamy stopnie przynależności dla wskaźnika ogólnego zadłużenia WZ = 0,64, otrzymując: 0,2/Przeciętny i 0,8/Wysoki (funkcję przynależności dla czynników ryzyka opisują dane trzeciej kolumny tabeli 2). Wartości aktywów ogółem WA = 0,9 odpowiada pełna przynależność do zbioru rozmytego „średnia”.

Do oceny ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności (RK) wykorzystamy schemat wnioskowania oparty na regułach określonych przez biegłego rewidenta. Baza reguł ma postać rozmytych zdań warunkowych, które pozwalają przedstawić zależności między zmiennymi modelu. Dla 3 zmiennych (czynników ryzyka) pełna baza reguł składa się z 64 reguł (w modelu każda z 3 zmiennych może przyjmować odpowiednio 4 wartości, por. tabelę 2). Aby otrzymać

¹⁷ Postać analityczna dla lewego boku liczby trapezowej „przeciętny”: $\mu(WP) = 5 WP - 5$, a dla prawego boku liczby trapezowej „niski”: $\mu(WP) = -5 WP + 6$, stąd dla WP = 1,02 otrzymamy wartości 0,1/Przeciętny i 0,9/Niski.

Tabela 2. Charakterystyka czynników ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności

Nazwa czynnika	Zmienna lingwistyczna	Wartości zmiennej lingwistycznej
Wskaźnik płynności bieżącej $WP = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$	Poziom wskaźnika płynności bieżącej (WP)	bardzo niski: < 0,8 niski: 0,6–1,2 przeciętny: 1-1,6 wysoki: > 1,4
Wskaźnik ogólnego zadłużenia $WZ = \frac{\text{zadłużenie ogółem}}{\text{aktywa ogółem}}$	Poziom wskaźnika zadłużenia (WZ)	bardzo wysoki: > 0,8 wysoki: 0,85–0,6 przeciętny: 0,65–0,4 niski: < 0,5
Wielkość jednostki	Wartość aktywów ogółem (suma bilansowa)(WA)*	niska: < 0,75 średnia: 0,6–1,4 wysoka: 1,35–4 bardzo wysoka: > 3

* W celu uniknięcia dużych wartości, w przykładzie przyjęto, że wartość 1 odpowiada średniej arytmetycznej przedziału wartości sumy bilansowej dla jednostek, których suma bilansowa charakteryzuje się pełną przynależnością do zbioru „średnia”.

Źródło: opracowanie własne.

stopnie przynależności czynników ryzyka WP, WZ i WA do zbiorów rozmytych reprezentujących wartości zmiennych lingwistycznych potrzebna jest znajomość tylko 4 reguł takiej bazy. Przyjmijmy, że biegły rewident określił je następująco:

- R1: Jeżeli WP = Przeciętny (P) i WZ = Wysoki (W) i WA = Średnia (Ś), to RK = Wysokie (RW)
 R2: Jeżeli WP = Przeciętny i WZ = Przeciętny i WA = Średnia, to RK = Średnie (RŚ)
 R3: Jeżeli WP = Niski (N) i WZ = Wysoki i WA = Średnia, to RK = Wysokie
 R4: Jeżeli WP = Niski i WZ = Przeciętny i WA = Średnia, to RK = Wysokie

Z powyższej bazy reguł wynika, że według biegłego rewidenta większe znaczenie dla całkowitego ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności mają wskaźniki płynności bieżącej i ogólne zadłużenie niż wielkość jednostki. W procesie wnioskowania na podstawie wyżej określonych reguł wykorzystamy operator max – min (Klir, Yuan 1995).

Ustalamy minimum ze stopni przynależności poszczególnych przesłanek danej reguły, a następnie stosujemy operator max. Otrzymujemy zatem (por. definicje 3 i 4):

$$0,1/P \wedge 0,8/W \wedge 1/\dot{S} = 0,1/RW \quad (2)$$

$$0,1/P \wedge 0,2/P \wedge 1/\dot{S} = 0,1/R\dot{S} \quad (3)$$

$$0,9/N \wedge 0,8/W \wedge 1/\dot{S} = 0,8/RW \quad (4)$$

$$0,9/W \wedge 0,2/P \wedge 1/\dot{S} = 0,2/RW \quad (5)$$

$$0,1/RW \vee 0,1/R\dot{S} \vee 0,8/RW \vee 0,2/RW = 0,8/RW \vee 0,1/R\dot{S}$$

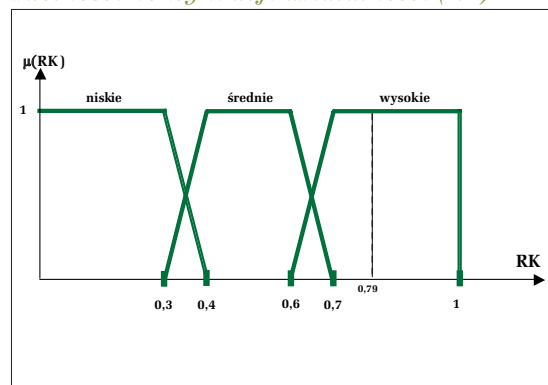
Wartości zmiennych lingwistycznych lewej strony równości (2) – (5) (P, W i Ś) dotyczą czynników ryzyka, natomiast wynik wnioskowania (RW i RŚ) odnosi się do ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności. Otrzymany wynik wnioskowania ma postać rozmytą. Dla otrzymania wartości dokładnej (nie-rozmytej) zastosujemy operację defuzyfikacji wyniku opartą na definicji środka ciężkości, tzw. metodę środka obszaru. Istnieje wiele metod przeprowadzania defuzyfikacji. Wybór metody zależy każdorazowo od rozważanego zagadnienia. Przyjmuje się, że optymalna metoda defuzyfikacji powinna cechować się m.in. prostotą obliczeniową, jednoznacznością i ciągłością, co oznacza, że niewielkiej zmianie w przesłankach reguł wnioskowania odpowiada niewielka zmiana wyniku defuzyfikacji (Driankov, Hellendoorn, Reinfrank 1996). Przyjęta metoda defuzyfikacji spełnia te kryteria. Stosując tę metodę, ostateczną ocenę ryzyka utraty zdolności kontynuacji działania otrzymamy, obliczając średnią ważoną środków ciężkości liczb rozmytych „wysokie” i „średnie” (Lee 1996). Wartość $S\{Tp(0,3; 0,4; 0,6; 0,7)\}$ łatwo ustalić: jest to

symetryczna liczba rozmyta, natomiast środek ciężkości drugiej z liczb trapezowych obliczamy bezpośrednio korzystając z definicji środka ciężkości (por. wzór (1)):

$$[0,8 \times S\{Tp(0,3; 0,4; 0,6; 0,7)\} + 0,1 \times S\{Tp(0,6; 0,7; 1; 1)\}] / (0,8 + 0,1) = (0,8 \times 0,8238 + 0,1 \times 0,5) / 0,9 = 0,79$$

Z wykresu 2 odczytujemy, że otrzymanej wartości odpowiada pełna przynależność do zbioru „wysokie”.

Wykres 2 Funkcja przynależności dla zmiennej lingwistycznej: ryzyko utraty zdolności kontynuacji działalności (RK)



Źródło: opracowanie własne.

Audytora oceni zatem ryzyko utraty zdolności do kontynuacji działalności jako wysokie.

Decyzja, jaka wielkość ryzyka uzasadnia zwrócenie uwagi na zagrożenia dla kontynuacji działalności w opinii z badania sprawozdania finansowego oraz jak tego dokonać (tj. jaki typ opinii wyrazić), zależy od zawodowego osądu audytora. Model dostarcza podstaw do podjęcia takiej decyzji¹⁸.

Jeżeli uzasadnia to wstępna ocena ryzyka, do modelu można włączyć zmienne lingwistyczne opisujące czynniki równoważące ryzyko, określone na podstawie oceny planów kierownictwa jednostki. Przykładowo, planowana kwota ograniczenia wydatków w ciągu roku może być wyrażona jako procent aktywów ogółem.

Do zilustrowania procesu wnioskowania w przedstawionym modelu przyjęto tylko 3 zmienne. Pełna postać modelu powinna uwzględniać wszystkie istotne czynniki ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności. Proces wnioskowania w ramach pełnego modelu nie różni się co do istoty od przedstawionego schematu wnioskowania dla modelu uproszczonego; liczba operacji wymaga jednak wykorzystania komputera.

¹⁸ Zauważmy, że model pozwala także na porównywanie poziomu ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności dla różnych jednostek.

Zakończenie

Zagadnienie oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności jest jednym z najbardziej złożonych elementów procesu weryfikacji sprawozdań finansowych (Chow, McNamee, Plumlee 1987). Ta złożoność, przejawiająca się m.in. brakiem precyzji informacji, wskazuje na celowość budowy normatywnych modeli dokonywania takiej oceny. W świetle wyników badań empirycznych przyczyną błędów w ocenie zagrożeń dla kontynuacji działalności często okazuje się bowiem brak odpowiednich narzędzi opisu i analizy tego zagadnienia (Asare 1992; Johnson 1983).

W literaturze przedmiotu spotyka się wiele propozycji metod, które mogą być pomocne w ocenie zagrożenia kontynuacji działalności przedsiębiorstwa. Do najpopularniejszych należą wskaźnikowa analiza finansowa oraz metody statystyczne, w tym modele oparte na analizie dyskryminacyjnej, logitowej oraz probitowej. Skuteczność tych metod zależy w dużej mierze od dostosowania do warunków danego kraju (głównie jego sytuacji makroekonomicznej oraz rozwiązań przyjętych w dziedzinie rachunkowości). Wskazane wyżej słabości analizy wskaźnikowej oraz trudności z doбором próby reprezentatywnej dla badanej jednostki ograniczają użyteczność tych metod w ocenie możliwości jej przetrwania. Ich podstawowym ograniczeniem jest zawężenie analizy do czynników o charakterze jakościowym oraz brak adekwatnych narzędzi modelowania niepewności, której źródło stanowią nieprecyzyjność i niejednoznaczność informacji wykorzystywanych w wysoce złożonej ocenie możliwości kontynuacji działalności. Według Zadeha „... złożoność i precyzja są ze sobą w relacji odwrotnej w tym sensie, że jeżeli złożoność rozpatrywanego problemu wzrasta, to zmniejsza się możliwość jego precyzyjnej analizy...”¹⁹. Z tej perspektywy teoria zbiorów rozmytych wydaje się lepszym narzędziem modelowania ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności niż teoria prawdopodobieństwa oparta na logice dwuwartościowej. Model wykorzystujący metody teorii zbiorów rozmytych pozwala uwzględnić niepewność związaną z brakiem precyzji informacji (informacją rozmytą) i niejednoznacznością pojęć, która stanowi immanentną cechę rzeczywistości. W szczególności teoria ta pozwala na reprezentację jakościowych aspektów wiedzy (dowody badania mają często charakter jakościowy), agregację ocen poszczególnych czynników ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności, wyrażenie nieliniowych zależności między czynnikami a poziomem tego ryzyka, porównywanie wielkości ryzyka dla różnych jednostek gospodarczych.

Przedstawiony model spełnia wymogi w zakresie oceny zdolności do kontynuacji działalności nałożone przez standardy zawodowe. Dotyczy to uwzględnienia nie tylko czynników ryzyka o charakterze jakościowym oraz wpływu specyfiki jednostki na ocenę poszczególnych czynników, ale także planów kierownictwa służących redukcji tego ryzyka²⁰. Może on zarazem stanowić punkt wyjścia konstrukcji modeli bardziej złożonych, jednak lepiej opisujących rzeczywistość. Przykładowe propozycje w tym zakresie to modele oparte na połączeniu metod logiki rozmytej oraz sztucznych sieci neuronowych, algorytmów genetycznych, teorii zbiorów przybliżonych lub systemów ekspertowych²¹. Szczególnie obiecująca wydaje się perspektywa włączenia do modelu elementów teorii Dempstera – Shafera (tzw. teorii funkcji przekonania)²². Teoria ta służy analizie niepewności związanej z niewiedzą (brakiem informacji lub informacją niepełną). Rozszerzony model umożliwiłby reprezentację niepewności, której źródło tkwi zarówno w braku precyzji, jak i niekompletności informacji, a tym samym pozwalałaby na bardziej realistyczne i dokładniejsze określenie reguł wnioskowania opartych na strukturze przekonań. W szczególności taki model uwzględniałby trudności w ścisłym określeniu zależności między przesłankami a wynikiem wnioskowania reguł rozmytych, kiedy dowody badania nie dają podstaw do pełnego przekonania o prawdziwości danej reguły. Podane wcześniej reguły, np. R1 i R3, mogłyby mieć wówczas postać:

R1: Jeżeli WP = Przeciętny i WZ = Wysoki i WA = Średnia, to RK = Wysokie w stopniu 0,5, Średnie w stopniu 0,3 i Niskie w stopniu 0,2.

R3: Jeżeli WP = Niski i WZ = Wysoki i WA = Średnia, to RK = Wysokie w stopniu 0,8 i Średnie w stopniu 0,2.

Przedstawiony w pracy model formułowania oceny zdolności jednostki do kontynuacji działalności opiera się na teorii, której formalizm umożliwia kwantyfikację subiektywnych sądów (ocen) biegłych rewidentów i wnioskowanie w warunkach niepewności, a tym samym stwarza szerokie perspektywy dla teorii i praktyki rewizji finansowej. Jego konstrukcja nie wyklucza użyteczności równoczesnego stosowa-

²⁰ Dodatkową zaletą modelu jest jego uniwersalność, przejawiająca się tym, że może on służyć ocenie zdolności kontynuacji działalności zarówno na etapie planowania badania, jak i do jej oceny końcowej.

²¹ Warto odnotować, że modele oparte na tych nowoczesnych technikach (w tym modele hybrydowe) znajdują coraz większe zastosowanie w ocenie możliwości kontynuacji działalności (por. na ten temat np. Boritz 1991, Leonard et al. 2001 oraz Vasarhelyi, Kogan 1998).

²² Teoria Dempstera – Shafera jest jedną z najbardziej rozwiniętych teorii niepewności. Obszerne studium poświęcone tej teorii stanowi praca Shafera (1976).

¹⁹ Cytat za: Kacprzyk (1986, s. 25).

nia popularnych metod statystycznych do oceny zdolności do kontynuacji działalności. Przeciwnie, uzyskane dzięki nim wyniki mogą być wiarygodnym źródłem budowy bazy rozmytych reguł wnioskowania. Z punktu widzenia możliwości zastosowania modelu w praktyce celowe wydaje się podjęcie badań empirycznych, które pozwoliłyby określić – w zależności od specyfiki jednostek – postać funkcji przynależności dla wartości zmiennych lingwistycznych, optymalne metody defuzyfikacji oraz bazy reguł roz-

mytych. Obiecującym kierunkiem dalszych prac wydają się także badania procesów poznawczych związanych z formułowaniem oceny zagrożeń kontynuacji działalności, percepcji przez biegłych rewidentów ryzyka utraty zdolności do kontynuacji działalności, związków między tym ryzykiem a procedurami badania, a wreszcie – empiryczna weryfikacja zdolności predykcyjnej prezentowanego modelu i jego porównanie pod tym względem z modelami opartymi na tradycyjnych metodach ilościowych.

Bibliografia

- Altman E.I. (1968), *Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy*, "The Journal of Finance", Vol. 23, September, s. 589–609.
- Altman E.I. (1983), *Corporate Distress: a Complete Guide to Predicting, Auditing and Dealing with Bankruptcy*, John Wiley & Sons, New York.
- Asare S.K. (1992), *The Auditor's Going Concern Decision: Interaction of Task Variables and the Sequential Processing of Evidence*, "The Accounting Review", Vol. 67, No. 2, s. 379–393.
- Beaver W.H. (1966), *Financial Ratios as Predictors of Failure*, „Journal of Accounting Research”, Vol. 4, No. 3, Supplement, s. 71–111.
- Becker C.L., Defond M.L., Jiambalvo J., Subramanyam K.R. (1998), *The Effect of Audit Quality on Earnings Management*, „Contemporary Accounting Research”, Vol. 15, No. 1, s. 1–24.
- Boritz J.E. (1991), *The „Going Concern” Assumption: Accounting and Auditing Implications*, "Research Report", CICA, Toronto.
- Chow C.W., McNamee A.H., Plumlee R.D. (1987), *Practitioner's Perceptions of Audit Research*, „Auditing: A Journal of Practice and Theory”, Vol. 6, Spring, s. 123–133.
- Czogała E., Pedrycz W. (1985), *Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Driankov D., Hellendorn H., Reinfrank M. (1996), *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer – Verlag, Berlin.
- Ellingsen J., Pany K., Fagan P. (1989), *SAS no. 59: How to evaluate going concern*, "Journal of Accountancy", Vol. 167, January, s. 24–30.
- Guy D.M., Carmichael D.R., Lach L.A. (2005), *Practitioner's Guide to GAAS 2005*, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Hołda A. (2001), *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej ZH*, „Rachunkowość”, nr 5, s. 306–310.
- Johnson W. B. (1983), „Representativeness” in *Judgmental Predictions of Corporate Bankruptcy*, "The Accounting Review", Vol. 58, No. 1, s. 78–97.
- Kacprzyk J. (1986), *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Klir G.J., Yuan B. (1995), *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- La Salle R.E., Anandarajan A., Miller A. F. (1996), *Going Concern Uncertainties: Disclaimer of Opinion versus Unqualified Opinion with Modified Wording*, "Auditing: A Journal of Practice and Theory", Vol. 15, Fall, s. 29–48.
- Lee H.M. (1996), *Applying Fuzzy Set Theory to Evaluate the Rate of Aggregative Risk in Software Development*, „Fuzzy Sets and Systems”, Vol. 79, s. 323–336.
- Lenard M.J., Alam P., Booth D., Madey G. (2001), *Decision – Making Capabilities of a Hybrid System Applied to the Auditor's Going – Concern Assessment*, "International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management", Vol. 10, s. 1–24.
- IFAC (2005), *Międzynarodowe Standardy Rewizji Finansowej; 2005*, tłumaczenie Stowarzyszenie Księgowych w Polsce i Krajowa Izba Biegłych Rewidentów.
- IASB (2004), *Międzynarodowe Standardy Sprawozdawczości Finansowej (MSSF 2004)*, tłumaczenie Stowarzyszenie Księgowych w Polsce.

- Mutchler J.F. (1984), *Auditors' Perceptions of the Going – Concern Opinion Decision*, "Auditing: A Journal of Practice and Theory", Vol. 3, Spring, s. 17–30.
- Mutchler J.F., Hopwood W., McKeown J. (1997), *The Influence of Contrary Information and Mitigating Factors on Audit Opinion Decisions on Bankrupt Companies*, "Journal of Accounting Research", Vol. 35, No. 2, s. 295–310.
- Ohlson J.A. (1980), *Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy*, "Journal of Accounting Research", Vol. 18, No. 1, s. 109–131.
- Peters J. (1990), *A Cognitive Computational Model of Risk Hypothesis Generation*, "Journal of Accounting Research", Vol. 28, No. 3, Supplement, s. 83–109.
- Platt H. (1989), *The Determinants of Interindustry Failure*, "Journal of Economics and Business", Vol. 41, s. 107–126.
- Sawicki K. (2002), *Kontynuacja działalności a opinia biegłego rewidenta o sprawozdaniu finansowym*, „Rachunkowość”, dodatek „Audytor”, nr 11, s. 3–9.
- Shafer G. (1976), *Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton.
- Spiceland J.D., Garzon M. H., George C. R. (1995), *Going – Concern Audit Decision Outcomes: a Fuzzy Set Approach* w: P. H. Siegel, A. de Korvin, K. Omer (red.), *Applications of Fuzzy Sets and the Theory of Evidence to Accounting*, "Studies in Managerial and Financial Accounting", Vol. 3, JAI Press Inc, Greenwich.
- Vaserhelyi M.A., Kogan A. (red.) (1998), *Artificial Intelligence in Accounting and Auditing: Towards New Paradigms*, Vol. 4, Markus Wiener Publishers, Princeton.
- Wood D., Piesse J. (1987), *The Information Value of MDA Based Financial Indicators*, "Journal of Business Finance and Accounting", Vol. 14, No. 1, s. 27 – 38.
- Zadeh L.A. (1965), *Fuzzy Sets*, "Information and Control", Vol. 8, s. 338–353.