

Zastosowanie metody DEA do określania poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw*

The Application of the DEA Method to Define the Level of Company Credit Risk

Anna Feruś**

Streszczenie

Celem artykułu jest zaproponowanie nowego postępowania prognozującego ryzyko kredytowe przedsiębiorstw w polskich warunkach gospodarczych, wykorzystującego metodę Data Envelopment Analysis (DEA). Za podjęciem proponowanych badań przemawia fakt, że dotychczas w naszym kraju nie podejmowano prób zastosowania metody DEA do szacowania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw w ramach *credit-scoringu*. Badania w artykule były prowadzone na zasadzie porównania stosowanych obecnie metod (tj. metoda punktowa, analiza dyskryminacyjna, regresja liniowa) z proponowaną metodą DEA. W celu sprawdzenia i porównania efektywności poszczególnych metod szacujących ryzyko kredytowe przedsiębiorstw została zbadana skuteczność klasyfikacji przedsiębiorstw zarówno w próbie poddawanej analizie (próbie uczącej), jak i próbie testowej, która nie była uwzględniana przy budowie modeli. Przeprowadzone badania wskazują, że metoda DEA umożliwia przewidywanie wystąpienia trudności finansowych, łącznie z zagrożeniem bankructwem przedsiębiorstw w polskich warunkach gospodarczych na poziomie porównywalnym lub nawet przewyższającym dotychczas stosowane metody.

Słowa kluczowe: *credit-scoringu*, ryzyko kredytowe, zdolność kredytowa, DEA, efektywność techniczna.

Abstract

The aim of the article is to present a new procedure of company credit risk forecast by using the DEA method under Polish economic conditions. The suggestion is strongly supported by the fact that so far the DEA method has not been applied to estimate credit risk of companies within the framework of credit-scoring. The research described in the article has been carried out on the basis of a comparison between presently used methods (i.e. a point method, discriminant analysis, regression analysis) and the DEA method. In order to verify and compare the effectiveness of various methods of company credit risk estimation the effectiveness of the classification of companies has also been examined. The study has involved an analysed sample (a teaching sample) as well as a test sample which was not taken into account in model building. The research proves that the DEA method allows for forecasting financial difficulties including the threat of bankruptcy at the level comparable or even exceeding the possibilities offered by the methods used so far.

Keywords: *credit-scoring*, credit risk, credit rating, Data Envelopment Analysis, technical effectiveness.

JEL: C12, C30, C67

*Autorka dziękuje panu prof. dr. hab. A. Gospodarowiczowi za uwagi i sugestie do niniejszego artykułu. W artykule zaprezentowano wyniki badań prowadzonych w ramach projektu badawczego nr H02B 015 30 finansowanego ze środków na naukę.

** Politechnika Rzeszowska, Wydział Zarządzania i Marketingu, Katedra Ekonomii.

Wstęp

Tematyka ryzyka kredytowego przedsiębiorstw jest w naszym kraju niezwykle aktualna. Zarówno w badaniach naukowych, jak i w praktyce trwają intensywne prace mające na celu zastąpienie tradycyjnego podejścia do analizy ryzyka kredytowego nowoczesnymi metodami, pozwalającymi na dokładniejsze ocenianie potencjalnych kredytobiorców pod kątem ich ewentualnej przyszłej wypłacalności. W praktyce bankowej jak dotąd najczęściej wykorzystuje się postępowania szacujące poziom ryzyka oparte na ustaleniach ekspertów. Polska należy do krajów, w których stosunkowo niedawno zaczęto stosować *credit-scoring*. Wraz z napływem kapitału zagranicznego zaczęto korzystać z doświadczeń zachodniej konkurencji i wprowadzać nowoczesne metody określające zdolność kredytową. *Credit-scoring* od 50 lat z powodzeniem stosuje wiele krajów, głównie Stany Zjednoczone. Początkowo wykorzystywały go banki i wystawcy kart kredytowych w celu zwiększenia szybkości podejmowania decyzji kredytowych, poprawienia obiektywności procesu rozpatrywania wniosków i zredukowania całkowitych kosztów podejmowania decyzji. Obecnie zastosowanie *credit-scoringu* jest znacznie szersze i dotyczy nie tylko etapu udzielania kredytu, lecz również procesu monitorowania jego spłaty. *Credit-scoring* zapewnia zobiektywizowaną, przeprowadzoną według tych samych kryteriów ocenę wiarygodności kredytowej. Umożliwia znaczną automatyzację, a w konsekwencji przyspieszenie podejmowania decyzji kredytowych. Wiąże się to ze zwiększeniem wydajności służb kredytowych i poprawą jakości obsługi klienta. Wprowadzenie w bankach metod scoringowych do oceny klientów ubiegających się o kredyt przyczyni się pośrednio do obniżenia kosztów, pozwalając jednocześnie na zobiektywizowanie procesu udzielania kredytu.

Obecnie tylko nieliczne banki w Polsce zaczynają stosować *credit-scoring* do oceny ryzyka kredytowego przedsiębiorstw. W większości przypadków wykorzystują wtedy analizę dyskryminacyjną. Jedną z podstawowych przyczyn tak niewielkiego zainteresowania *credit-scoringiem* jest brak wiedzy z tego zakresu wśród praktyków bankowych.

Warto zauważyć, że *credit-scoring* zyskał na znaczeniu po opublikowaniu przez Bazylejski Komitet ds. Nadzoru Bankowego wytycznych Nowej Umowy Kapitałowej, według których *credit-scoring* jest jednym z dopuszczalnych narzędzi kalkulacji ryzyka kredytowego w ramach wewnętrznych ratingów (Iwanicz-Drozdowska 2005, s. 130 oraz 150; Schab 2005, s. 98–101).

Zrewidowane podejście do redukcji ryzyka kredytowego pozwala na uznanie w odniesieniu do kapitału regulacyjnego szerszego zakresu metod redukcji

ryzyka kredytowego niż obecnie. Banki coraz intensywniej poszukują nowych metod i narzędzi oceny ryzyka kredytowego spełniających wymogi nowych uregulowań prawnych, a co za tym idzie skuteczniejszych w szacowaniu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw. W kontekście nowych wymogów Komitetu Bazylejskiego metoda DEA może być bardzo przydatnym narzędziem w ocenie zdolności kredytowej przedsiębiorstwa. Przedmiotem niniejszego artykułu jest zaproponowanie nowego postępowania prognozującego ryzyko kredytowe przedsiębiorstw w warunkach gospodarczych Polski.

Przeprowadzone badania wskazują na uniwersalność zastosowań metody DEA do analizowania szerokiego zakresu zagadnień nie tylko w zakresie pomiaru efektywności czy produktywności podmiotów finansowych lub niefinansowych, ale również do pomiaru ryzyka kredytowego przedsiębiorstw.

Procedura określania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw z wykorzystaniem metody DEA (Data Envelopment Analysis)

Metodę granicznej analizy danych (DEA) po raz pierwszy zaprezentowali w 1978 r. amerykańscy ekonomiści Charnes, Cooper i Rhodes. Zastosowali oni programowanie matematyczne do estymacji miar efektywności technicznej i stworzyli pierwszy model znany w literaturze jako CCR – od pierwszych liter nazwisk autorów tej metody (Pawłowska 2005, s. 22). Opierając się na koncepcji produktywności sformułowanej przez Debreu i Farrela, definiującej miarę produktywności jako iloraz pojedynczego wyniku i pojedynczego nakładu zgodnie ze wzorem:

$$PRODUKTYWNOŚĆ = \frac{EFEKT}{NAKLAD} \quad (1.1)$$

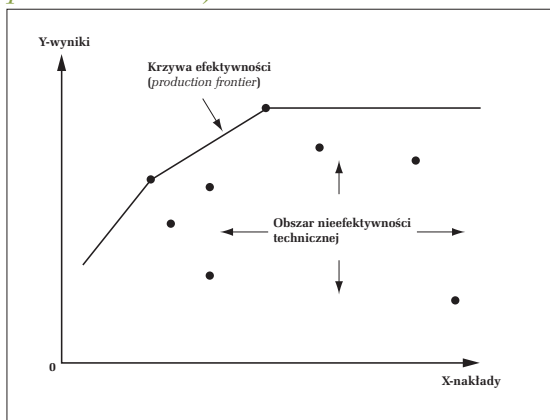
zastosowali ją do sytuacji wielowymiarowej, w której możemy dysponować więcej niż jednym nakładem i więcej niż jednym efektem (Gospodarowicz 2002, s. 52; Gospodarowicz 2000, s. 27–28; Rogowski, Pawłowska, Kopczewski 2003, s. 50; Pawłowska 2005, s. 22; Stępień 2004, s. 135). W ten sposób zaproponowali praktyczny sposób pomiaru efektywności. W modelu DEA efektywność można zdefiniować następująco (Gospodarowicz 2002, s. 56):

$$EFEKTYWNOŚĆ = \frac{\sum_{r=1}^s u_r EFEKT_r}{\sum_{i=1}^m v_i NAKLAD_i} \quad (1.2)$$

przy czym:

- s – liczba efektów,
- m – liczba nakładów,

Wykres 1 Krzywa efektywności (best practice frontier)



Źródło: *Gospodarowicz (2000, s. 12)*.

μ_r – wagi określające ważność poszczególnych efektów,

v_i – wagi określające ważność poszczególnych nakładów.

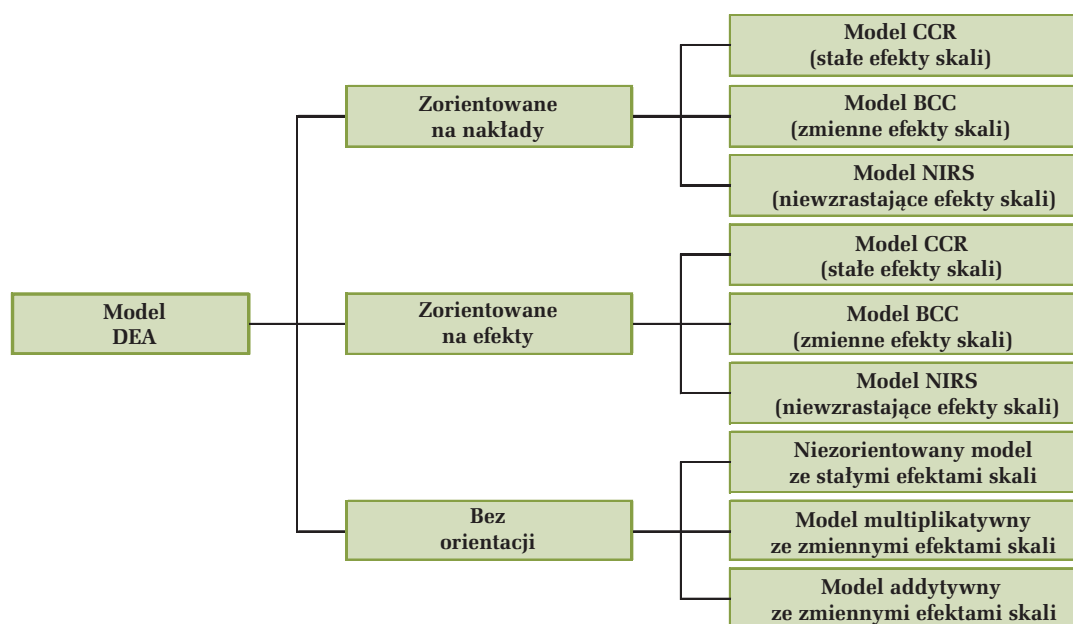
Metoda DEA nie wymaga uprzedniej znajomości wag. W trakcie obliczeń są bowiem wyszukiwane wagi maksymalizujące efektywność każdego obiektu. Metoda DEA ma wiele cech wspólnych z występującą w mikroekonomii graniczną funkcją produkcji. Podobieństwo między nimi polega na tym, że w obu metodach analizuje się zależność pomiędzy efektami a na-

kładami oraz konstruuje krzywą zależności efektów od nakładów (określaną jako krzywa produkcji bądź krzywa efektywności). Podstawową różnicą jest to, że w wypadku funkcji produkcji do konstrukcji tej krzywej potrzebna jest znajomość zależności funkcyjnej między nakładami a efektami, metoda DEA zaś – jako metoda nieparametryczna – nie wymaga znajomości tych zależności. Przedstawiając funkcję produkcji na wykresie, otrzymujemy tzw. krzywą produkcji (efektywności), przedstawiającą różne efekty, w zależności od różnych kombinacji nakładów. Krzywa efektywności w przypadku metody DEA jest określana na podstawie danych empirycznych w postaci nakładów oraz efektów każdego badanego obiektu. Metoda DEA umożliwia pomiar efektywności obiektów. Efektywność obiektu jest mierzona względem innych obiektów z badanej grupy.

Współczynnik obiektów leżących na krzywej efektywności wynosi 1, gdyż są to obiekty efektywne technicznie. W przypadku obiektów leżących poniżej krzywej efektywności wielkość miary jest mniejsza niż 1 i wskazuje poziom ich względnej efektywności technicznej (wykres 1).

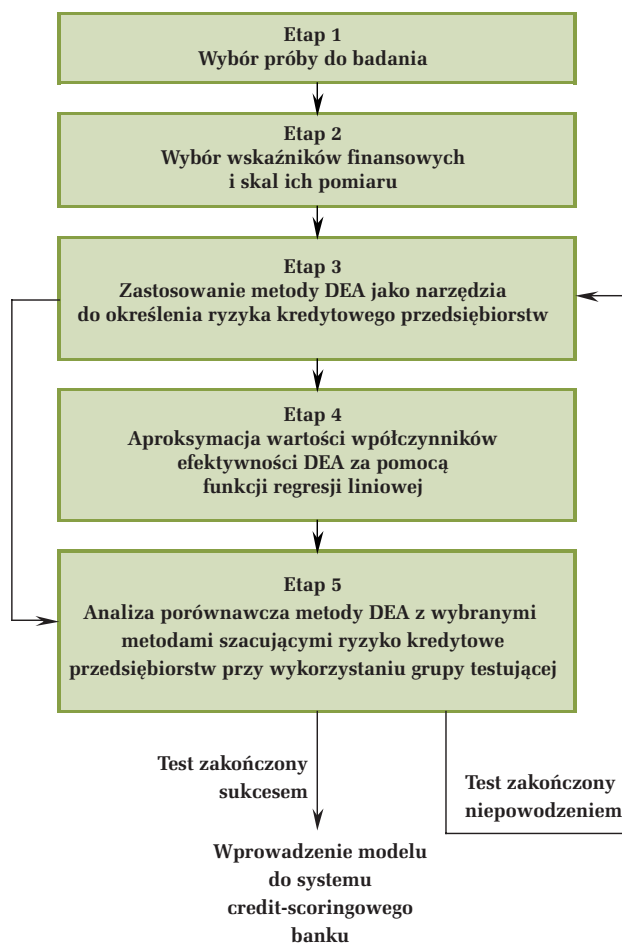
W 1984 r. Banker zaproponował rozwinięcie modelu CCR uwzględniającego stałe efekty skali (CRS DEA) do modelu przy założeniu zmiennych efektów skali (VRS DEA). Model ten w literaturze oznaczany jest jako BCC, również od nazwisk autorów (Banker, Charnes, Cooper). Model ten nie identyfikuje jednak efektów skali. Dopiero Färe, Grosskopf, Lovell (1985)

Schemat 1 Podział modeli DEA według kryterium orientacji i efektów skali



Źródło: *Gospodarowicz (2002, s. 62)*.

Schemat 2. Proponowana metodyka określania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw z wykorzystaniem metody DEA



Źródło: opracowanie własne.

zmodyfikowali go, wprowadzając dodatkowe założenie dotyczące wypukłości, co doprowadziło do powstania modelu przy założeniu nierosnących efektów skali (NIRS DEA) (Pawłowska 2005, s. 23).

Należy zauważyć, że modele DEA w ciągu ostatnich dwudziestu kilku lat podlegały uzupełnieniom i modyfikacjom. W celu klasyfikacji modeli DEA stosuje się jednocześnie dwa kryteria: rodzaj efektów skali oraz orientację modelu. Pierwsze kryterium wskazuje, czy minimalizowane są nakłady, czy maksymalizowane efekty. Drugie kryterium określa natomiast, jakie założenia dotyczące efektów skali zostały przyjęte w modelu (zmienne (VRS), stałe (CRS) czy nierosnące (NIRS)). Schemat 1 ilustruje podział modeli DEA¹.

Podana poniżej proponowana metodyka określania ryzyka kredytowego z wykorzystaniem metody DEA została opracowana na podstawie studiów literaturowych (Emel et al. 2003, s. 103–123; Simak 1999; Gospodarowicz 2004, s. 119–129) oraz

własnych dociekań w tym zakresie. Składa się ona z pięciu etapów, tak jak przedstawiono na schemacie 2.

Etap 1. Wybór próby do badania

W pierwszym kroku należy wybrać przedsiębiorstwa, które zostaną poddane dalszej analizie. Próba badawcza powinna składać się z przedsiębiorstw „wypłacalnych” (efektywnych) oraz przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” (nieefektywnych). Każde analizowane przedsiębiorstwo powinno zostać zakwalifikowane tylko do jednej z powyższych grup. Do grupy przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” (niewypłacalnych) zalicza się takie, w których wystąpiła jedna z następujących sytuacji (Prusak 2005, s. 19; Korol 2005, s. 12):

- ogłoszono w stosunku do nich upadłość,
- wszczęto postępowanie układowe (według polskiego prawa upadłościowego i naprawczego postępowanie układowe stanowi część postępowania upadłościowego) bądź naprawcze,

¹ Więcej na ten temat można przeczytać w literaturze przedmiotu np.: Gospodarowicz (2002, s. 60–68) oraz Gospodarowicz (2000, s. 39–47).

- wystąpiło opóźnienie spłaty kredytu, wynoszące 90 dni lub więcej,
- kredyt został w części lub w całości umorzony,
- kredyt otrzymał taki status, że nie są od niego naliczane odsetki.

Podobne kryterium definicji momentu uznania przedsiębiorstwa za „zagrożone upadkiem” (niewypłacalne) zawierają nowe wytyczne dla banków, ustalone w Nowej Umowie Kapitałowej. Według tych ustaleń przedsiębiorstwa należy zaliczyć do „zagrożonych upadkiem” (niewypłacalnych) wówczas, gdy opóźnienie spłaty kredytu wyniesie więcej niż 90 dni lub gdy zostanie zaplanowana restrukturyzacja długu w formie umorzenia bądź odroczenia spłaty kwoty kredytu (Prusak 2005, s. 14).

Do grupy przedsiębiorstw „wypłacalnych” zalicza się takie przedsiębiorstwa, w których powyższe sytuacje nie miały miejsca.

Grupa badanych przedsiębiorstw powinna być możliwie jednorodna, co uzyskuje się dzięki spełnieniu następujących kryteriów (Gospodarowicz 2000, s. 49; Stępień 2004, s. 140–141):

- przedsiębiorstwa mają ten sam cel i dążą do niego,
- wszystkie przedsiębiorstwa działają w tych samych warunkach rynkowych,
- czynniki analizy charakteryzujące czynności poszczególnych przedsiębiorstw są identyczne, z wyjątkiem różnic w rozmiarze i intensywności ich zastosowania.

Istotną kwestią jest dobór odpowiedniej wielkości grupy badanych przedsiębiorstw. Liczba badanych przedsiębiorstw w grupie nie powinna być zbyt mała ani zbyt duża, gdyż grozi to niedokładnością uzyskiwanych rezultatów. Doświadczenie wskazuje, że duża liczba przedsiębiorstw powoduje zachwianie jednorodności grupy. Zbyt mała liczba badanych przedsiębiorstw niesie niebezpieczeństwo błędnego zaliczenia przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” (nieefektywnych) do „wypłacalnych” (efektywnych). Wybór przedsiębiorstw powinien być zatem zdeterminowany dwoma ograniczeniami (Gospodarowicz 2000, s. 49; Stępień 2004, s. 140–141):

- z jednej strony powinien uwzględniać organizacyjne, fizyczne i regionalne różnice pomiędzy przedsiębiorstwami,
- z drugiej strony, w trosce o zwartość zbioru danych, powinien wykluczać wartości skrajne.

Etap 2. Wybór wskaźników finansowych i skal ich pomiaru

W literaturze przedmiotu (Janc, Kraska 2001, s. 112–174; Rogowski 1998, s. 95–103; Prusak 2005, s. 105–186; Michaluk 2003, s. 111–127; Mejer 2000, s. 38–44; Appenzeller, Szarzec 2004, s. 120–128; Za-

wadzka 2001, s. 30–48; Otta 1998, s. 47–55) szeroko i szczegółowo opisano możliwości zastosowania wskaźników finansowych do badania zdolności kredytowej przedsiębiorstw. Wynika z niej, że możliwe jest operowanie bogatym zestawem wskaźników finansowych, których stopień szczegółowości powinien zależeć od potrzeb prowadzonej analizy.

Odpowiedni zestaw wskaźników finansowych pozwala na kompleksową ocenę obecnej i przyszłej pozycji finansowej przedsiębiorstwa. Ujawnia ona ponadto zdolność przedsiębiorstwa do generowania zysku (rentowności) oraz do wywiązywania się z bieżących zobowiązań. Jest też źródłem informacji o efektywności wykorzystania zasobów majątkowych firmy (Matuszyk 2004, s. 24).

Liczba wykorzystywanych przez banki wskaźników zależy od procedury przyjętej przez konkretny bank oraz rodzaju przedsiębiorstwa i charakteru przedsięwzięcia. Również metody liczenia i interpretacji poszczególnych wielkości mogą się nieco różnić (Grzywacz 2002, s. 165). W praktyce na ogół stosuje się od kilku do kilkunastu wskaźników finansowych. Wybierając wskaźniki finansowe (tabela 1), należy się kierować następującymi przesłankami (Prusak 2005, s. 117–118):

- przydatnością wskaźników finansowych w ocenie standingu przedsiębiorstwa,
- rodzajem i częstotliwością występowania wskaźników w dotychczas oszacowywanych modelach (zarówno zagranicznych, jak i polskich),
- sugestiami zawartymi w polskiej literaturze co do wskaźników najlepiej dyskryminujących przedsiębiorstwa „wypłacalne” i „zagrożone upadkiem”.

Ważnym zagadnieniem tego etapu jest dobór najistotniejszych wskaźników finansowych (zmiennych diagnostycznych) do modelu. Wyniki prac w tej fazie decydują bowiem o poprawności rezultatów badania, a także o sprawności i zwięzłości analizy.

Wśród praktyków nie ma zgodności co do przewagi jakiejś konkretnej metody doboru zmiennych nad innymi. Wybór metody doboru zmiennych każdorazowo zależy od wielu czynników: przedmiotu modelu, rodzaju danych, liczebności próby, dostępności informacji itd. Trzeba dodać, że większość statystycznych metod doboru zmiennych dotyczy modeli liniowych (Gruszczyński 1999, s. 59).

Kryteria doboru zmiennych diagnostycznych (wskaźników finansowych) można podzielić na dwa sposoby:

- podejście I – zbiór zawiera wszystkie zmienne diagnostyczne z tabeli 1,
- podejście II – zmienne wyznacza się na podstawie analizy macierzy współczynników korelacji.

W drugim podejściu zbiór zmiennych diagnostycznych (wskaźników finansowych) powinien być

tak dobrany, by cechy odznaczały się następującymi właściwościami²:

- powinny być słabo skorelowane z pozostałymi wskaźnikami ze zbioru wybranych cech,
- powinny być mocno skorelowane z pozostałymi wskaźnikami nie wybranymi do zbioru cech diagnostycznych.

Spełnienie pierwszego postulatu oznacza, że cechy diagnostyczne (wskaźniki finansowe) nie powielają informacji dostarczanych przez inne wskaźniki. Drugi postulat oznacza, że dobrane wskaźniki są wysoce informatywne, a tym samym są dobrymi reprezentantami pozostałych wskaźników nie wybranych jako diagnostyczne.

² Takie podejście doboru wskaźników finansowych (zmiennych diagnostycznych) jest szeroko rekomendowane w literaturze przedmiotu np.: Zaleska (2002, s. 20), Rogowski, Krysiak (1997, s. 97), Gruszczyński (1999, s. 59), Korol (2005, s. 12), Prusak (2005, s. 27), Lasek (2002, s. 48).

Etap 3. Zastosowanie metody DEA jako narzędzia do określenia ryzyka kredytowego przedsiębiorstw

Niezwykle istotnym problemem na tym etapie jest wybór właściwych nakładów i efektów wykorzystywanych w modelu przedsiębiorstwa. Przyporządkowanie poszczególnych wskaźników finansowych do zbioru nakładów bądź efektów zależy przede wszystkim od sformułowanego problemu badawczego. W literaturze przedmiotu (Gospodarowicz 2000, s. 15–16; Rogowski, Pawłowska, Kopczeński 2003, s.51; Pawłowska 2005, s. 24–25; Stępień 2004, s. 141–142) najczęściej wymienia się pięć podstawowych podejść do określenia nakładów i efektów:

- koncepcję producenta (ang. *production approach*), zaproponowaną przez Humpreya i Benstona,

Tabela 1. Wskaźniki finansowe zastosowane w badaniach

Wskaźniki rentowności	X_1 = stopa zysku ze sprzedaży = (wynik ze sprzedaży * 100)/(przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi)
	X_2 = wskaźnik stopy zysku netto = (wynik finansowy*100)/(przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi + pozostałe przychody operacyjne + przychody finansowe)
	X_3 = wskaźnik stopy zwrotu z aktywów (ROA netto) = (wynik finansowy*100*12/n)/suma aktywów
	X_4 = wskaźnik stopy zwrotu z kapitału własnego (ROE netto) = (wynik finansowy netto*100*12/n) /kapitał własny
	X_5 = wskaźnik rentowności netto = (wynik finansowy netto * 100)/(koszty działalności operacyjnej + pozostałe koszty dział operacyjnej + koszty finansowe) <i>n</i> – liczba miesięcy w okresie, za który liczony jest wskaźnik
Wskaźniki płynności	X_6 = wskaźnik płynności bieżącej = majątek obrotowy/zobowiązania krótkoterminowe
	X_7 = wskaźnik płynności szybkiej = (majątek obrotowy-zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe
	X_8 = wskaźnik kapitału obrotowego = kapitał własny + zobowiązania długoterminowe – majątek trwały
	X_9 = wskaźnik bilansu operacyjnego netto = zapasy + należności z tytułu dostaw i usług – zobowiązania z tytułu dostaw i usług
Wskaźniki sprawności gospodarowania	X_{10} = wskaźnik rotacji należności z tyt. dostaw i usług w dniach = (należności z tytułu dostaw i usług * liczba dni)/przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi
	X_{11} = wskaźnik rotacji zapasów ogółem w dniach = (zapasy * liczba dni)/przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi
	X_{12} = wskaźnik rotacji zobowiązań z tytułu dostaw i usług w dniach = (zobowiązania z tytułu dostaw i usług * liczba dni)/przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi
	X_{13} = wskaźnik rotacji aktywów w dniach = (suma aktywów * liczba dni)/(przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi + pozostałe przychody operacyjne + przychody finansowe)
Wskaźniki struktury finansowania	X_{14} = wskaźnik udziału majątku trwałego w sumie aktywów = majątek trwały * 100/suma aktywów
	X_{15} = wskaźnik udziału kapitału własnego w finansowaniu majątku trwałego = (kapitał własny * 100)/majątek trwały
	X_{16} = wskaźnik dźwigni finansowej 1 = (rezerwy + zobowiązania długoterminowe + zobowiązania krótkoterminowe i fundusze specjalne + rozliczenia międzyokresowe i przychody przyszłych okresów)/suma pasywów
	X_{17} = wskaźnik dźwigni finansowej 2 = (rezerwy + zobowiązania długoterminowe + zobowiązania krótkoterminowe i fundusze specjalne + rozliczenia międzyokresowe i przychody przyszłych okresów)/kapitał własny
	X_{18} = wskaźnik ogólnego zadłużenia = zobowiązania ogółem * 100 / suma aktywów
	X_{19} = wskaźnik zadłużenia kapitałem własnym = zobowiązania ogółem/kapitał własny
	X_{20} = wskaźnik zadłużenia długoterminowego = zobowiązania długoterminowe/kapitał własny
	X_{21} = wskaźnik kapitałowy = (kapitał własny * 100)/suma aktywów
	X_{22} = wskaźnik pokrycia = ((kapitał własny + zobowiązania długoterminowe)*100)/majątek trwały

Źródło: opracowanie własne.

- koncepcję pośrednika finansowego (ang. *intermediation approach*),
- koncepcję zasobów finansowych (ang. *the assets approach*),
- koncepcję wartości dodanej (ang. *the value added approach*),
- koncepcję kosztu użytkownika (ang. *the user cost approach*).

Rozwiązanie określonego problemu badawczego za pomocą metody DEA zależy od wyboru odpowiedniego modelu DEA. Modele DEA są klasyfikowane ze względu na dwa kryteria – orientację oraz efekty skali. Pierwsze kryterium wskazuje, czy minimalizujemy nakłady, czy maksymalizujemy efekty. W zależności od wyboru orientacji modelu oblicza się efektywność techniczną zorientowaną na nakłady lub efektywność techniczną zorientowaną na wyniki oraz tzw. modele niezorientowane. Drugie kryterium określa natomiast, jakie założenia dotyczące efektów skali zostały przyjęte w modelu (rosnące, malejące czy stałe efekty skali) (Gospodarowicz 2000, s. 50; Stępień 2004, s. 140–141; Rogowski, Pałowska, Kopczewski 2003, s. 50).

Określenie efektywności przedsiębiorstw metodą DEA wymaga w odniesieniu do każdego przedsiębiorstwa wyliczenia wartości współczynnika efektywności i skoncentrowania się przy tym na identyfikacji najlepszych przedsiębiorstw na ustanowionej granicy efektywności oraz określeniu przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem”, które są najdalej od granicy efektywności (Gospodarowicz 2004, s. 125).

Jednym z ograniczeń związanych z wykorzystaniem metody DEA jest warunek zachowania dodatnich wartości wszystkich składowych wektorów nakładów i efektów. W przypadku przedsiębiorstw, które ogłosiły upadłość, niektóre ze wskaźników finansowych mogą mieć wartości ujemne. Problem ten można rozwiązać na dwa sposoby:

- do każdej zmiennej ujemnej należy dodać najniższą wartość spośród wszystkich tego rodzaju ujemnych wartości zmiennych (wskaźników finansowych) charakteryzujących poszczególne przedsiębiorstwa, a następnie otrzymaną wartość należy zwiększyć o jeden (Simak 1999; Gospodarowicz 2004, s. 123),
- za każdą wartość ujemnych wartości zmiennych można podstawić zero (Emel et al. 2003, s. 113).

Na tym etapie niezbędne staje się ustalenie wartości punktu progowego (punktu odcięcia) współczynnika efektywności, który będzie oddzielał grupę przedsiębiorstw „wypłacalnych” od „zagrożonych upadkiem”.

Dobrą koncepcją, pozwalającą ustalić odpowiednią wartość punktu progowego przy jednoczesnym

uwzględnieniu kosztu błędnych klasyfikacji obiektów, jest zbadanie zależności między kosztem błędnych klasyfikacji a wartością punktu progowego. W tym podejściu optymalny punkt progowy wystąpi dla minimalnego całkowitego kosztu błędnego zaklasyfikowania. Ponadto koncepcja ta umożliwi przeprowadzenie analizy wielowariantowej, np. pozwala zbadać, jak zmieniłby się optymalny punkt progowy wskutek zmiany kosztu błędnej klasyfikacji I lub II rodzaju (Simak 1999).

W celu wyznaczenia całkowitego kosztu błędnej klasyfikacji należy posłużyć się następującą formułą (Simak 1999):

$$TC = i(p) \cdot C_1 + j(p) \cdot C_2 \quad (1.3)$$

gdzie:

C_1 – wskaźnik straty dla błędów I typu,

C_2 – wskaźnik straty dla błędów II typu,

$i(p)$ – liczba błędów I typu,

$j(p)$ – liczba błędów II typu przy granicznym wyniku p .

Altman oszacował w badaniach empirycznych, że wartość C_1 wynosi 0,62 dla banków komercyjnych. Hull umieszcza przeciętny wskaźnik straty C_1 w przedziale od 0,6 do 0,7. Wartość C_2 może się natomiast wahać od 3% do 5% i zmieniać się w czasie (Simak 1999). Do celów niniejszego badania przyjęto, że wartość C_1 wynosi 0,6, a $C_2 = 0,03$.

Etap 4. Aproksymacja wartości współczynników efektywności DEA za pomocą funkcji regresji liniowej

Głównym celem tego etapu jest próba zniwelowania niedogodności metody DEA, spowodowanej koniecznością rozwiązania oddzielnego programu optymalizacji liniowej dla każdego nowego badanego przedsiębiorstwa starającego się o kredyt (Gospodarowicz 2000, s. 59).

Sposobem rozwiązania powyższego problemu może być zastosowanie funkcji regresji liniowej, która pozwoli na znalezienie zależności pomiędzy uzyskanymi wartościami współczynników efektywności DEA a zdefiniowanymi nakładami i efektami. W takim przypadku funkcja regresji liniowej może posłużyć jako liniowe przybliżenie wartości współczynników efektywności DEA bez konieczności budowy algorytmu DEA przy każdorazowym dodawaniu nowego przedsiębiorstwa starającego się o kredyt. Innymi słowy, funkcja regresji liniowej może być wykorzystana do określenia poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw bez konieczności przechodzenia przez wcześniejsze 3 etapy (Emel, Oral, Reisman, Yolalan 2003, s. 108–115).

W celu wyznaczenia modelu funkcji regresji liniowej uzyskane wcześniej wartości współczynni-

ków efektywności DEA powinny być traktowane jako zmienna zależna Y (zmienna objaśniana), a zdefiniowane nakłady i efekty jako zmienne niezależne X_i (zmienne objaśniające).

Dzięki zastosowaniu funkcji regresji liniowej można również statystycznie zweryfikować istotność zmiennych objaśniających X_i (wskaźników finansowych) wybranych do modelu przedsiębiorstwa.

Na ogół za zadowalający uważa się model, który nie tylko jest dobrze dopasowany do danych empirycznych, lecz w którym wszystkie uwzględnione zmienne objaśniające X_i (wskaźniki finansowe) wywierają istotny wpływ na zmienną objaśnianą Y (Gruszczyński et al. 1979, s. 117–118).

Do oceny istotności wpływu poszczególnych zmiennych objaśniających X_i (wskaźników finansowych) na zmienną objaśnianą Y można wykorzystać parametryczny test t -Studenta. W tym celu należy sprawdzić hipotezę zerową $H_0: \alpha_i = 0$ wobec hipotezy alternatywnej (konkurencyjnej) $H_1: \alpha_i \neq 0$, gdzie α_i jest współczynnikiem regresji w populacji generalnej. Test istotności pozwalający na weryfikację hipotezy H_0 jest następujący (Nowak 1998, s. 107–108; Greń 1984, s. 215; Luszczewicz, Słaby 2003, s. 223):

$$t(\alpha_i) = \frac{|\alpha_i|}{D(\alpha_i)} \quad (1.4)$$

gdzie:

α_i – ocena parametru α_i

$D(\alpha_i)$ – średni błąd szacunku parametru α_i .

Obliczoną wartość t należy porównać z wartością krytyczną t_α dla określonego poziomu istotności α oraz dla $n - k - 1$ stopni swobody (gdzie k – liczba zmiennych (wskaźników finansowych), a n – liczba obserwacji). Jeżeli z porównania obliczonej wartości t z wartością krytyczną t_α otrzymamy nierówność $|t| \geq t_\alpha$, to hipotezę H_0 należy odrzucić. Odrzucenie H_0 na korzyść H_1 oznacza istotność współczynnika regresji przy zmiennej X_i w funkcji regresji liniowej, czyli zmienna X_i wywiera istotny wpływ na kształtowanie się wartości zmiennej zależnej Y . Gdy $|t| < t_\alpha$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 (Greń 1984, s. 215; Sobczyk 1997, s. 257).

W testach istotności jako poziom istotności wybiera się najczęściej liczby 0,10; 0,05, 0,01; 0,001. Oczywiście im mniejszy przyjmie się poziom istotności w teście (czyli im mniejsze dopuszcza się ryzyko popełnienia błędu pierwszego rodzaju), tym trudniej jest odrzucić hipotezę H_0 (Greń 1984, s. 56).

Wyraz wolny w funkcji regresji nie ma samodzielnej interpretacji i spełnia tylko formalną funkcję. Dlatego na ogół weryfikuje się jedynie hipotezę dotyczącą wartości współczynnika regresji, pomijając hipotezę co do wyrazu wolnego. Ogólnie możemy

stwierdzić, że w modelu regresji weryfikujemy z reguły parametry stojące przy zmiennych objaśniających (Sobczyk 1997, s. 257–258).

Do badania istotności doboru zmiennych objaśniających (wskaźników finansowych) ogółem można natomiast wykorzystać parametryczny test F -Snedecora dla k i $n - k - 1$ stopni swobody (gdzie k – liczba zmiennych (wskaźników finansowych), a n – liczba obserwacji). Test ten weryfikuje hipotezę zerową $H_0: R = 0$ o braku korelacji wielorakiej między badanymi cechami Y (zmienną zależną) a X_i (zmiennymi niezależnymi – wskaźnikami finansowymi) wobec hipotezy alternatywnej $H_1: R \neq 0$.

Empiryczną wartość parametru F oblicza się według poniższego wzoru (Jóźwiak, Podgórski 1997, s. 431; Sobczyk 1997, s. 255):

$$F = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \right] / k}{\left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \right] / (n - k - 1)} \quad (1.5)$$

gdzie:

Y_i – wartość empiryczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji,

\hat{Y} – średnia wartość zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji,

\hat{Y}_i – wartość teoretyczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji.

Obliczoną wartość F należy następnie porównać z wartością krytyczną F^* dla określonego poziomu istotności (np. $\alpha = 0,05$) oraz dla k i $n - k - 1$ stopni swobody. W przypadku hipotezy alternatywnej H_1 odrzuca się hipotezę H_0 , gdy obliczona wartość F jest większa od wartości krytycznej F^* lub jej równa (Sobczyk 1997, s. 255–256).

W analizie regresji do oceny dopasowania modelu funkcji regresji liniowej do wykorzystywanych danych najczęściej wykorzystuje się współczynnik determinacji. Współczynnik determinacji oblicza się według następującego wzoru (Janc, Kraska 2001, s. 72; Ignatczyk, Chromińska 1998, s. 208):

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (1.6)$$

gdzie:

Y_i – wartość empiryczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji,

\bar{Y} – średnia wartość zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji,

\hat{Y}_i – wartość teoretyczna zmiennej zależnej (objaśnianej) i -tej obserwacji.

Wartość R^2 mieści się pomiędzy 0 a 1 i mierzy, w jakim stopniu model wyjaśnia kształtowanie się zmiennej Y . Im bliższa jedności jest wartość R^2 , tym lepsze dopasowanie modelu. Gdy R^2 jest równe jedności, oznacza to, że wszystkie obserwacje leżą dokładnie na prostej regresji i mamy ścisłą zależność pomiędzy zmienną objaśnianą Y a zmiennymi objaśniającymi X_j ; w przypadku $R^2 = 0$ nie ma żadnej liniowej zależności pomiędzy zmiennymi.

Etap 5. Analiza porównawcza metody DEA z wybranymi metodami szacującymi ryzyko kredytowe przedsiębiorstw przy wykorzystaniu grupy testującej

W związku z tym, że istnieje wiele metod szacowania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw, nasuwa się pytanie: którą z metod należy wykorzystać, aby osiągnąć jak najlepsze wyniki prognozy. W literaturze przedmiotu (Rogowski 1999, s. 56–72; Korol 2005, s. 10–17; Appenzeller, Szarzec 2004, s. 120–128; Mejer 2000, s. 38–44; Skweres 2000, s. 37–40) można zauważyć, że w praktyce do szacowania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw najczęściej wykorzystuje się: liniową wielowymiarową analizę dyskryminacyjną oraz regresję liniową.

W celu sprawdzenia i porównania skuteczności poszczególnych metod szacujących ryzyko kredytowe przedsiębiorstw, w tym także skuteczności progностycznej postępowania z wykorzystaniem metody DEA, należy zbadać skuteczność klasyfikacji przedsiębiorstw zarówno w próbie poddawanej analizie (próbie uczącej), jak i próbie testowej, która nie będzie uwzględniana przy budowie modeli. Dzięki procesowi testowania poszczególnych metod możliwe będzie zweryfikowanie rzeczywistej skuteczności progностycznej uzyskanych modeli. Jeżeli w wyniku testowania rzeczywista skuteczność progностyczna modelu DEA okaże się wyższa od innych metod szacujących ryzyko kredytowe przedsiębiorstw lub co najmniej porównywalna z nimi, to proces tworzenia modelu DEA można uznać za zakończony i model ten można wprowadzić do procedury scoringowej. W przeciwnym wypadku procedurę budowy modelu należy powtórzyć od etapu 3.

Prezentacja proponowanej metodyki określania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw z wykorzystaniem metody DEA na konkretnym przykładzie

Proces badawczy polegał na skonstruowaniu postępowania rozpatrywanego w *credit-scoringu*, który pozwoli na zaklasyfikowanie dowolnego przedsiębiorstwa, scharakteryzowanego określonym zestawem wskaźników finansowych do jednej z dwóch grup: przedsiębiorstw „wypłacalnych” i przedsiębiorstw

„zagrożonych upadkiem”. Badania prowadzono, porównując stosowane obecnie metody (tj. metoda punktowa, analiza dyskryminacyjna, regresja liniowa) z proponowaną metodą DEA. Dla porównania poszczególnych metod zbadano skuteczność klasyfikacji przedsiębiorstw zarówno w próbie poddawanej analizie, jak i próbie testowej, która nie była uwzględniana przy budowie modeli. Celem tego badania było zweryfikowanie rzeczywistej skuteczności progностycznej uzyskanych modeli, w tym także skuteczności progностycznej postępowania z wykorzystaniem metody DEA.

Etap 1. Wybór próby do badania

Podstawą badania był materiał statystyczny składający się z informacji udostępnionych przez jeden z banków na temat 100 kredytowanych przedsiębiorstw w latach 2001–2003 wraz z adnotacją o stanie spłaty kredytów (materiał statystyczny obejmował 50 przedsiębiorstw „wypłacalnych” i 50 przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem”).

Etap 2. Wybór wskaźników finansowych i skal ich pomiaru

Autorka w swoich badaniach wykorzystwała 22 wskaźniki finansowe (tabela 1). Analiza została przeprowadzona dla jednego roku oraz dwóch lat przed uznaniem przedsiębiorstw za upadłe. W tym celu zestawiono ze sobą:

- wskaźniki finansowe przedsiębiorstw „wypłacalnych” ze wskaźnikami przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” obejmujące rok przed uznaniem ich za upadłe;
- wskaźniki finansowe przedsiębiorstw „wypłacalnych” ze wskaźnikami przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” obliczone za okres dwóch lat przed uznaniem ich za upadłe.

Przed opracowaniem modelu przedsiębiorstwa należy określić listę zmiennych z pierwotnego zestawu wskaźników finansowych, tj. zmiennych z tabeli 1, które zostaną wykorzystane w dalszych badaniach. Dane wejściowe do modelu wyznaczono na podstawie macierzy korelacji, wybierając jedynie cechy, które są słabo skorelowane między sobą i silnie skorelowane ze zmienną grupującą (Y). Podejście to zapewnia dobór takich cech, które nie powielają informacji dostarczanych przez inne wskaźniki finansowe, a jednocześnie są dobrymi reprezentantami wskaźników nie wybranych jako diagnostyczne (Korol 2005, s. 12).

Na tej podstawie wyznaczono następujące wskaźniki finansowe:

X_2 = wskaźnik stopy zysku netto = (wynik finansowy * 100)/(przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi + pozostałe przychody operacyjne + przychody finansowe)

X_3 = wskaźnik stopy zwrotu z aktywów (ROA netto) = (wynik finansowy * 100)/suma aktywów

X_4 = wskaźnik stopy zwrotu z kapitału własnego (ROE netto) = (wynik finansowy netto * 100 * 12/n)/kapitał własny

X_6 = wskaźnik płynności bieżącej = majątek obrotowy/zobowiązania krótkoterminowe

X_{13} = wskaźnik rotacji aktywów w dniach = (suma aktywów * liczba dni)/(przychody ze sprzedaży i zrównane z nimi + pozostałe przychody operacyjne + przychody finansowe)

X_{18} = wskaźnik ogólnego zadłużenia = (zobowiązania ogółem * 100)/suma aktywów.

Etap 3. Zastosowanie metody DEA jako narzędzia do określenia ryzyka kredytowego przedsiębiorstw

Istotnym elementem badania w metodzie DEA było określenie modelu przedsiębiorstwa odpowiedniego do potrzeb badania, czyli zdefiniowanie pojęć nakładów i efektów. Na podstawie szerokich studiów literatury (Emel et al. 2003, s.108–121; Simak 1999; Gospodarowicz 2004, s. 123–129), wywiadów z inspektorami kredytowymi oraz własnych doświadczeń w tym zakresie skonstruowano następującą klasyfikację nakładów i efektów³:

– **nakłady:** X_{13} = wskaźnik rotacji aktywów w dniach oraz X_{18} = wskaźnik ogólnego zadłużenia;
– **efekty:** X_2 = wskaźnik stopy zysku netto, X_3 = wskaźnik stopy zwrotu z aktywów (ROA netto), X_4 = wskaźnik stopy zwrotu z kapitału własnego (ROE netto) oraz X_6 = wskaźnik płynności bieżącej.

Opracowując model przedsiębiorstwa, należy dążyć do tego, aby wśród efektów wystąpiły takie wskaźniki finansowe, dla których „więcej znaczy lepiej”, w nakładach zaś powinny się znaleźć wskaźniki finansowe, dla których „mniej oznacza lepiej” (Gospodarowicz 2004, s. 125).

W celu obliczenia wartości współczynników efektywności technicznej badanych przedsiębiorstw wykorzystano model CCR (stałych efektów skali) zorientowany na nakłady. Celem było znalezienie minimalnej wartości współczynnika efektywności, przy której możliwa jest redukcja nakładów umożliwiająca danemu obiektowi osiągnięcie tego samego efektu. Do obliczeń wykorzystano program optymalizacji liniowej EMS⁴.

Wyniki z zakresu współczynników efektywności, jakie mogło osiągnąć każde przedsiębiorstwo, zawierały się w przedziale od 0 do 1. Wartość wskaźnika równa 1 oznacza przedsiębiorstwo efektywne, na-

tomiast wartość wskaźnika efektywności na poziomie niższym od 1 oznacza, że dane przedsiębiorstwo może poprawić relację nakładów do efektów – określa stopień utraty efektywności.

Prowadzone były również badania mające na celu ustalenie wartości punktu progowego (wzór 1.3) współczynnika efektywności. Dla modelu CCR (stałych efektów skali) zorientowanego na nakłady progową wartość na rok oraz na dwa lata przed upadłością oszacowano na poziomie 0,40. Ustalony dla konkretnego przedsiębiorstwa współczynnik efektywności na poziomie 0,40 i niższym oznacza więc duże zagrożenie upadłością. Współczynnik większy od 0,40 wskazuje natomiast na niewielkie ryzyko upadłości.

Skuteczność klasyfikacji za pomocą metody DEA została przedstawiona w tabelach 2–3. Oprócz tego autorka porównała uzyskane wyniki z metody DEA (tabele 2–3) z wynikami przeprowadzonej analizy punktowej, analizy dyskryminacyjnej oraz regresji liniowej. Wykorzystanie tego samego materiału statystycznego umożliwiło autorce dokonanie wiarygodnej analizy porównawczej. Model analizy dyskryminacyjnej oraz regresji liniowej zbudowano z wyprzedzeniem roku i z wyprzedzeniem dwóch lat w stosunku do okresu, w którym uznano przedsiębiorstwa za upadłe

Szacowanie parametrów funkcji analizy dyskryminacyjnej oraz regresji liniowej przeprowadzono korzystając z oprogramowania Statistica 6.0. Przy ocenie jakości modeli przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,1$.

Postać modelu analizy dyskryminacyjnej $D_{2001-2002}$ jest następująca (punkt progowy⁵ = 0):

$$D_{2001-2002} = 0,038006 X_3 + 0,777093 X_6 - 0,003001 X_{13} - 0,006346 X_{18} + 0,304060$$

Postać modelu regresji liniowej $Y_{2001-2002}$ jest następująca (punkt progowy = 0,5):

$$Y_{2001-2002} = 0,009592 X_3 + 0,196131 X_6 - 0,000757 X_{13} - 0,001602 X_{18} + 0,576742$$

gdzie:

X_3 = wskaźnik stopy zwrotu z aktywów (ROA netto),

X_6 = wskaźnik płynności bieżącej,

X_{13} = wskaźnik rotacji aktywów w dniach,

X_{18} = wskaźnik ogólnego zadłużenia.

Tabele 2–3 przedstawiają analizę porównawczą wyników klasyfikacji przedsiębiorstw z poszczególnych metod obliczeniowych. Na podstawie wyników klasyfikacji zawartych w tabelach 2–3 można stwierdzić, że skuteczność klasyfikacji I i II⁶ rodzaju przy użyciu metody DEA jest podobna jak w przypadku analizy dyskryminacyjnej oraz regresji linio-

³ Autorka przeprowadziła kilkadziesiąt wariantów badań sprawdzając w ten sposób skuteczność modelu. W artykule podany jest model końcowy, który miał największą skuteczność prognostyczną w szacowaniu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw.

⁴ Udostępniony na stronach WWW Uniwersytetu w Dortmundzie: <http://wiso.unidortmund.de/LSFR/OR/scheel/ems>

⁵ Wartość punktu progowego obliczona jako wartość średnich ze średnich grupowych. Na ten temat pisał m.in.: Nowak (1998, s. 153).

⁶ Skuteczność I rodzaju – określa, jaki procent przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” został prawidłowo zaklasyfikowany, Skuteczność II rodzaju – określa, jaki procent przedsiębiorstw „wyplacalnych” zostało poprawnie sklasyfikowanych.

Tabela 2. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla danych z 2001 r.*

Klasyfikacja Banku A			Analiza dyskryminacyjna			Regresja liniowa			DEA		
G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	50	0	G ₁	48	50	G ₁	48	50	G ₁	45	50
G ₂	21	29	G ₂	10	50	G ₂	10	50	G ₂	14	50
Razem	71	29	Razem	58	100	Razem	58	100	Razem	59	100
Skuteczność II rodzaju		100%	Skuteczność II rodzaju		96%	Skuteczność II rodzaju		96%	Skuteczność II rodzaju		90%
Skuteczność I rodzaju		58%	Skuteczność I rodzaju		80%	Skuteczność I rodzaju		80%	Skuteczność I rodzaju		72%
Skuteczność ogólna		79%	Skuteczność ogólna		88%	Skuteczność ogólna		88%	Skuteczność ogólna		81%

* G₁ - przedsiębiorstwa „wypłacalne” (efektywne), G₂ - przedsiębiorstwa „zagrożone upadkiem” (nieefektywne).
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla danych z 2002 r.

Klasyfikacja Banku A			Analiza dyskryminacyjna			Regresja liniowa			DEA		
G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	50	0	G ₁	45	50	G ₁	45	50	G ₁	40	50
G ₂	15	35	G ₂	7	50	G ₂	7	50	G ₂	8	50
Razem	65	35	Razem	52	100	Razem	52	100	Razem	48	100
Skuteczność II rodzaju		100%	Skuteczność II rodzaju		90%	Skuteczność II rodzaju		90%	Skuteczność II rodzaju		80%
Skuteczność I rodzaju		70%	Skuteczność I rodzaju		86%	Skuteczność I rodzaju		86%	Skuteczność I rodzaju		84%
Skuteczność ogólna		85%	Skuteczność ogólna		88%	Skuteczność ogólna		88%	Skuteczność ogólna		82%

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Wybrane własności oszacowanej funkcji regresji liniowej Y_{DEA}

$R^2 = 67\%$, $F(6/93) = 31,46$		
	$t(a_j)$	Poziom istotności α przy jakim spełniona jest nierówność $ t \geq t_\alpha$
X_{13}	-4,82363	0,000005
X_{18}	2,31777	0,022655
X_2	3,64161	0,000445
X_3	2,62072	0,010249
X_4	-2,13449	0,035432
X_6	6,56776	0,000000

Źródło: opracowanie własne.

wej. Poniższe wyniki świadczą o wysokiej zdolności predykcyjnej metody DEA w szacowaniu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw.

Etap 4. Aproksymacja wartości współczynników efektywności DEA za pomocą funkcji regresji liniowej

Na etapie 4. została określona postać funkcji regresji liniowej, która może posłużyć jako liniowe przybliżenie wartości współczynników efektywności DEA bez konieczności budowy algorytmu DEA przy każdorazowym dodawaniu nowej obserwacji. Uzyskane na etapie 3. wartości współczynników efektywności DEA były traktowane w funkcji regresji liniowej jako zmienna zależna Y (zmienna objaśniana), natomiast zdefiniowane nakłady i efekty jako zmienne niezależne X_j (zmienne objaśniające).

Szacowanie parametrów funkcji regresji liniowej przeprowadzono, korzystając z oprogramowania Statistica 6.0 oraz arkusza MS Excel. Przy ocenie jakości modelu funkcji regresji liniowej przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,5$.

Ostatecznie postać modelu funkcji regresji liniowej $Y_{DEA_2001-2002}$ jest następująca:

$$Y_{DEA_2001-2002} = -0,00063 X_{13} + 0,00104 X_{18} + 0,082597 X_2 + 0,012594 X_3 - 0,00034 X_4 + 0,283103 X_6 + 0,056439$$

Do oceny istotności wpływu poszczególnych zmiennych objaśniających X_j (wskaźników finansowych) na zmienną objaśnianą Y_{DEA} wykorzystano

parametryczny test t -Studenta (wzór 1.4). Wartość liczbowa testu t -Studenta oraz odpowiadające im poziomy istotności zostały przedstawione w tabeli 4.

Wartość krytyczna statystyki t dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz $100 - 6 - 1 = 93$ stopni swobody wynosi $t_\alpha = 1,6614$. Dla wszystkich parametrów jest więc spełniona nierówność $|t| \geq t_\alpha$, przy czym zmienne X_{13} , X_2 , X_3 oraz X_6 są już istotne dla poziomu istotności $\alpha = 0,01$ i mniej. Oznacza to, że hipotezę zerową należy odrzucić na korzyść hipotezy alternatywnej. Wszystkie parametry w funkcji regresji liniowej są zatem statystycznie istotne (zmienne objaśniające wywierają istotny wpływ na zmienną objaśnianą).

Do badania istotności doboru zmiennych objaśniających (wskaźników finansowych) ogółem wykorzystano parametryczny test F -Snedecora (wzór 1.5). Wartość obliczonej statystyki F -Snedecora wynosi 31,46 (tabela 4). Wartość krytyczna F^* dla poziomu istotności oraz 6 i 93 stopni swobody wynosi natomiast $F^* = 3,002$. Ponieważ $F = 31,46 > F^* = 3,002$, następuje odrzucenie hipotezy zerowej H_0 , i to na każdym znaczącym poziomie istotności. Łączne oddziaływanie zmiennych objaśniających (X_{13} , X_{18} , X_2 , X_3 , X_4 oraz X_6) na zmienność zmiennej objaśniającej Y_{DEA} jest nie tylko istotne, ale i bardzo silne.

Miarą dokładności dopasowania funkcji regresji liniowej jest współczynnik determinacji R^2 , który w naszym przypadku wyniósł 67% (tabela 4). Oznacza to, że model funkcji regresji liniowej Y_{DEA} jest dopasowany do zmiennych objaśniających X_j w 67%.

Reasumując rezultaty przeprowadzonych badań (testów istotności: t -Studenta, F -Snedecora oraz

Tabela 5. Porównanie skuteczności klasyfikacji metody DEA z funkcją regresji liniowej Y_{DEA} (w %)

	Punkt progowy = 0,40			
	DEA		Y_{DEA}	
	2002	2001	2002	2001
Skuteczność II rodzaju	80	90	86	86
Skuteczność I rodzaju	84	72	86	76
Skuteczność ogólna	82	81	86	81

Źródło: opracowanie własne.

współczynnika determinacji R^2), można uznać, że dobór zmiennych objaśniających do modelu funkcji regresji liniowej Y_{DEA} był prawidłowy.

Skuteczność klasyfikacji funkcji regresji liniowej $Y_{DEA_2001-2002}$ została przedstawiona w tabeli 5.

W dalszej kolejności autorka porównała przedstawione wyniki z funkcji regresji liniowej $Y_{DEA_2001-2002}$ z wynikami uzyskanymi z metody DEA na etapie 3. Porównywane wyniki (tabela 5) nie różnią się znacząco od siebie. Oznacza to, że równanie regresji liniowej $Y_{DEA_2001-2002}$ można traktować jako liniowe przybliżenie wartości współczynników efektywności DEA. Innymi słowy, równanie regresji liniowej $Y_{DEA_2001-2002}$ może być również zastosowane do określania ryzyka kredytowego przedsiębiorstw bez konieczności przechodzenia przez wcześniejsze trzy etapy.

Etap 5. Analiza porównawcza metody DEA z wybranymi metodami szacującymi ryzyko kredytowe przedsiębiorstw przy wykorzystaniu grupy testującej

W celu sprawdzenia oraz zweryfikowania rzeczywistej skuteczności progностycznej uzyskanych modeli, w tym także skuteczności progностycznej postępowania z wykorzystaniem metody DEA, przeprowadzono analizę porównawczą przy wykorzystaniu grupy testującej.

W tym celu materiał statystyczny (100 przedsiębiorstw) został podzielony na dwie próby: uczącą i testową. Przedsiębiorstwa wybrano losowo. Do uczenia i testowania modelu nie wykorzystano jednocześnie żadnych sprawozdań finansowych. W trakcie badań zauważono, że efektywność modeli rośnie wraz ze zmniejszaniem się udziału przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” w grupie testowej. Równe proporcje danych najdokładniej przekazują natomiast charakterystykę kondycji finansowej przedsiębiorstw, umożliwiając przy tym zmniejszenie odsetka błędów I typu, czyli przyznania kredytu przedsiębiorstwu niedotrzymującemu warunków umowy kredytowej. Z tego względu, rozpoczynając proces testowania modelu, powinno zakładać się jednakowe prawdopodobieństwa sukcesu i porażki, pomimo znajomości rzeczywistej tendencji dotyczącej odsetka upadających przedsiębiorstw w gospodarce.

W związku z powyższym modele były uczone oraz testowane dla równych proporcji przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem” i przedsiębiorstw „wypłacalnych”. Proporcje dla grupy uczącej oraz testującej wyniosły 1:1 (ich liczebność to, odpowiednio, 25:25 oraz 25:25). Próba ucząca liczyła więc 50 przedsiębiorstw: 25 przedsiębiorstw „wypłacalnych” i 25 przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem”. Próba testowa zawierała pozostałe 50 przedsiębiorstw w składzie: 25 przedsiębiorstw „wypłacalnych” i 25 przedsiębiorstw „zagrożonych upadkiem”.

Skuteczność klasyfikacji poszczególnych metod została przedstawiona w tabelach 6 – 9.

Dzięki procesowi testowania modeli za pomocą zweryfikowanej, ale niezastosowanej w procesie uczenia grupy obiektów możliwe było wskazanie rzeczywistej efektywności poszczególnych metod. Na podstawie wyników skuteczności klasyfikacji dla prób testowych (tabele 8 – 9) można zauważyć, że metoda DEA lepiej klasyfikowała przedsiębiorstwa „zagrożone upadkiem” i to zarówno na dwa lata, jak i na rok przed upadłością. Miała najlepsze własności progностyczne, w największym stopniu minimalizowała błąd I typu, gdzie skuteczność klasyfikacji była wyższa o 12% na dwa lata przed upadłością i o 16% na rok przed upadłością. Skuteczność ogólna klasyfikacji metody DEA jest natomiast podobna do skuteczności ogólnej klasyfikacji metod: analizy dyskryminacyjnej oraz regresji liniowej.

Uzupełnieniem powyższych badań było porównanie skuteczności klasyfikacji metody DEA z skutecznością klasyfikacji funkcji regresji liniowej Y_{DEA} . Porównywane wyniki (tabele 6 – 9) nie różnią się znacznie od siebie, co oznacza, że równanie regresji liniowej Y_{DEA} można traktować jako liniowe przybliżenie wartości współczynników efektywności DEA.

Wnioski

Metody credit-scoringowe zyskują obecnie coraz więcej zwolenników oraz znajdują zastosowanie w wielu dziedzinach badawczych. Szczególne zainteresowanie wykorzystaniem metod credit-scoringowych można zauważyć w bankach, przedsiębiorstwach ubezpieczeniowych oraz innych instytucjach finansowych zajmujących się udzielaniem pożyczek bądź pełniących funkcję kontrolną, np. instytucjach nadzoru bankowego lub ubezpieczeniowego. Coraz częściej zwraca się uwagę na ten problem ze względu na wprowadzenie Nowej Umowy Kapitałowej, tzw. Basel II. Dopuszcza ona budowę ratingów wewnętrznych, na podstawie których banki będą mogły wyznaczać poziom własnych rezerw (Prusak 2005, s. 187).

Podsumowując rozważania zawarte w niniejszym artykule, należy stwierdzić, że dobrze zaprojektowany model credit-scoringowy pozwala jednoznacznie podzielić zarówno potencjalnych, jak i już obsługiwanych kredytobiorców na tych, których można kredytować, i tych, którym kredyt nie powinien zostać przyznany.

Na podstawie przeprowadzonych badań można wnioskować, że metoda DEA umożliwia przewidywanie trudności finansowych, łącznie z zagrożeniem bankructwem przedsiębiorstw w polskich warunkach gospodarczych na poziomie porównywalnym z dotychczas stosowanymi metodami lub nawet je przewyższającym.

Tabela 6. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla próby uczącej dla danych z 2001 r.

	Analiza dyskryminacyjna Punkt progowy = 0			Regresja liniowa Punkt progowy = 0,5			DEA Punkt progowy = 0,5			Y _{DEA} Punkt progowy = 0,5		
	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	24	1	25	24	1	25	22	3	25	19	6	25
G ₂	6	19	25	6	19	25	5	20	25	7	18	25
Razem	30	20	50	30	20	50	Razem	23	50	26	24	50
Skuteczność II rodzaju	96%			96%			88%			76%		
Skuteczność I rodzaju	76%			76%			80%			72%		
Skuteczność ogólna	86%			86%			84%			74%		

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla próby uczącej dla danych z 2002 r.

	Analiza dyskryminacyjna Punkt progowy = 0			Regresja liniowa Punkt progowy = 0,5			DEA Punkt progowy = 0,5			Y _{DEA} Punkt progowy = 0,5		
	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	23	2	25	23	2	25	20	5	25	19	6	25
G ₂	5	20	25	5	20	25	4	21	25	4	21	25
Razem	28	22	50	28	22	50	Razem	26	50	23	27	50
Skuteczność II rodzaju	92%			92%			80%			76%		
Skuteczność I rodzaju	80%			80%			84%			84%		
Skuteczność ogólna	88%			88%			82%			80%		

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla próby uczącej dla danych z 2001 r.

	Analiza dyskryminacyjna Punkt progowy = 0			Regresja liniowa Punkt progowy = 0,5			DEA Punkt progowy = 0,5			Y _{DEA} Punkt progowy = 0,5		
	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	24	1	25	24	1	25	22	3	25	19	6	25
G ₂	8	17	25	8	17	25	5	20	25	5	20	25
Razem	32	18	50	32	18	50	27	23	50	24	26	50
Skuteczność II rodzaju	96%			Skuteczność II rodzaju			Skuteczność II rodzaju			Skuteczność II rodzaju		
Skuteczność I rodzaju	68%			Skuteczność I rodzaju			Skuteczność I rodzaju			Skuteczność I rodzaju		
Skuteczność ogólna	82%			Skuteczność ogólna			Skuteczność ogólna			Skuteczność ogólna		
						96%			88%			76%
						68%			80%			80%
						82%			84%			78%

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 9. Porównanie skuteczności poszczególnych metod dla próby uczącej dla danych z 2002 r.

	Analiza dyskryminacyjna Punkt progowy = 0			Regresja liniowa Punkt progowy = 0,5			DEA Punkt progowy = 0,5			Y _{DEA} Punkt progowy = 0,5		
	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem	G ₁	G ₂	Razem
G ₁	22	3	25	22	3	25	21	4	25	19	6	25
G ₂	5	20	25	5	20	25	1	24	25	5	20	25
Razem	27	23	50	27	23	50	22	28	50	24	26	50
Skuteczność II rodzaju	88%			Skuteczność II rodzaju			Skuteczność II rodzaju			Skuteczność II rodzaju		
Skuteczność I rodzaju	80%			Skuteczność I rodzaju			Skuteczność I rodzaju			Skuteczność I rodzaju		
Skuteczność ogólna	84%			Skuteczność ogólna			Skuteczność ogólna			Skuteczność ogólna		
						88%			84%			76%
						80%			96%			80%
						84%			90%			78%

Źródło: opracowanie własne.

Bibliografia

- Appenzeller D., Szarzec K. (2004), *Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych*, „Rynek terminowy”, nr 1, s. 120-128.
- Emel A.B., Oral M., Reisman A., Yolalan R. (2003), *A credit scoring approach for the commercial banking sector*, „Socio-Economic Planning Sciences 37”, s. 103-123.
- Gospodarowicz A. (red.) (2002), *Analiza i ocena banków oraz ich oddziałów*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław.
- Gospodarowicz A. (2004), *Możliwości wykorzystania metody DEA do oceny ryzyka kredytowego w kontekście Nowej Umowy Kapitałowej*, w: A. Zeliaś (red.), *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Kraków.
- Gospodarowicz M. (2000), *Procedury analizy i oceny banków*, „Materiały i Studia”, nr 103, NBP, Warszawa.
- Greń J. (1984), *Statystyka matematyczna. Modele i zadania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gruszczyński M., Kolupa M., Leniewska E., Napiórkowski G. (1979), *Miary zgodności, metody doboru zmiennych, problemy współliniowości*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gruszczyński M. (1999), *Scoring logitowy w praktyce bankowej a zagadnienie koincydencji*, „Bank i Kredyt”, nr 5, s. 57-63.
- Grzywacz J. (2002), *Podstawy bankowości- system bankowy, kredyty i rozliczenia, ryzyko i ocena banku, marketing*, Difin, Warszawa.
- Ignatczyk W., Chromińska M. (1998), *Statystyka. Teoria i zastosowanie*, Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Iwanicz-Drozdowska M. (2005), *Zarządzanie finansowe bankiem*, PWE, Warszawa.
- Janc A., Kraska M. (2001), *Credit-scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej*, Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa.
- Jóźwiak J., Podgórski J. (1997), *Statystyka od podstaw*, PWE, Warszawa.
- Korol T. (2005), *Modele prognozowania upadłości przedsiębiorstw – analiza porównawcza wyników sztucznych sieci neuronowych z tradycyjną analizą dyskryminacyjną*, „Bank i Kredyt”, nr 6, s. 10-17.
- Lasek M. (2002), *Data Mining – zastosowania w analizach i ocenach klientów bankowych*, Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa.
- Luszniewicz A., Słaby T. (2003), *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA PL, Teoria i zastosowania*, C. H. BECK, Warszawa.
- Matuszyk A. (2004), *Credit scoring – metoda zarządzania ryzykiem kredytowym*, CeDeWu, Warszawa.
- Mejer D. (2000), *Analiza dyskryminacyjna*, „Bank”, nr 6, s. 38-44.
- Michaluk K. (2003), *Efektywność modeli prognozujących upadłość przedsiębiorstw w polskich warunkach gospodarczych*, w: L. Pawłowicz, R. Wierzba (red.) *Finanse przedsiębiorstw wobec procesów globalizacji*, CeDeWu, Warszawa.
- Nowak E. (red.) (1998), *Prognozowanie gospodarcze - metody, modele, zastosowania, przykłady*, Warszawa.
- Otta W. (1998), *Działalność kredytowa banku*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Pawłowska M. (2005), *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*, „Materiały i Studia”, nr 192, NBP, Warszawa.
- Prusak B. (2005), *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, Difin, Warszawa.
- Rogowski G. (1998), *Metody analizy i oceny banku na potrzeby zarządzania strategicznego*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Rogowski W., Krysiak M. (1997), *Zastosowanie metody wzorca do tworzenia klas ryzyka kredytowego*, „Bank i Kredyt”, nr 7-8, s. 92-103.
- Rogowski W. (1999), *Możliwości wczesnego rozpoznawania symptomów zagrożenia zdolności płatniczej przedsiębiorstwa*, „Bank i Kredyt”, nr 6, s. 56-72.
- Rogowski W., Pawłowska M., Kopczewski T. (2003), *Podstawowe formy i efekty władania korporacyjnego (corporate governance) w bankowości część II*, „Bank i Kredyt”, nr 4, s. 49-59.
- Schab I. (2005), *Ocena ryzyka kredytowego w ramach wewnętrznych systemów ratingowych – charakterystyka podejścia oraz podstawowych wymogów*, „Bezpieczny Bank”, nr 1 (26), s. 89-102.
- Simak P. C. (1999), *DEA based analysis of corporate failure*, Manuscript, University of Toronto, Toronto.
- Skweres D. (2000), *Analiza finansowa i jej zastosowanie*, „Bank”, nr 5, s. 37-40.
- Sobczyk M. (1997), *Statystyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Stępień K. (2004), *Konsolidacja a efektywność banków w Polsce*, CeDeWu, Warszawa.
- Zaleska M. (2002), *Identyfikacja ryzyka upadłości przedsiębiorstwa i banku*, Difin, Warszawa.
- Zawadzka Z. (2001), *Zarządzanie ryzykiem w banku komercyjnym*, Poltext, Warszawa.