

# Dynamiczna analiza wypłacalności zakładów ubezpieczeń na podstawie danych publicznych: badanie empiryczne zakładów ubezpieczeń nie na życie działających w Polsce

Wojciech Bijak, Katarzyna Bijak

## 1. Wstęp

W ostatnich latach XX wieku rozpoczęto prace nad wypracowaniem nowych standardów wypłacalności instytucji finansowych. W 1999 r. Bazylejski Komitet ds. Nadzoru Bankowego rozpoczął proces międzynarodowych konsultacji i uzgodnień w sprawie tzw. nowej umowy bazylejskiej<sup>1</sup>. Zasadniczym elementem dyskutowanej koncepcji jest trójfilarowa struktura gwarantowania bezpieczeństwa działania instytucji finansowej, składająca się z:

- 1) minimalnych wymagań kapitałowych,
- 2) działań organu nadzoru,
- 3) dyscypliny rynkowej.

Projekt, skierowany głównie do sektora bankowego, spotkał się z dużym zainteresowaniem innych niż banki instytucji finansowych i jest szczegółowo analizowany przez regulatorów rynków kapitałowych, ubezpieczeniowych i funduszy emerytalnych. Dotychczasowe rozwiązania w zakresie wypłacalności, stosowane na poziomie instytucji finansowej, po modyfikacji i uzupełnieniach mają stanowić pierwszy filar, określający minimalne wymogi kapitałowe. Drugi filar określa standardy działania organów nadzorczych w zakresie badania i weryfikacji spełnienia minimalnych wyma-

gań kapitałowych przez nadzorowane podmioty oraz podejmowania niezbędnych działań interwencyjnych i naprawczych. Na trzeci filar składa się między innymi określenie obowiązków publikacyjnych instytucji finansowych w zakresie ujawniania poziomu bezpieczeństwa prowadzonej przez nie działalności.

Niniejsza praca koncentruje się na trzecim filarze (dyscyplinie rynkowej) rynku ubezpieczeniowego.

Celem pracy jest przedstawienie możliwości przeprowadzenia symulacji działania zakładów ubezpieczeń na podstawie danych publicznie dostępnych oraz wykorzystania wyników rachunków symulacyjnych do oceny wypłacalności zakładów ubezpieczeń.

Przedmiotem badania są zakłady ubezpieczeń prowadzące działalność w Polsce w zakresie ubezpieczeń nie na życie. Uwzględniono zakłady, które opublikowały w „Monitorze Polskim B” roczne sprawozdania finansowe z lat 1995–2001.

Dane dostępne w opublikowanych sprawozdaniach cechują się wysokim stopniem agregacji na poziomie zakładów ubezpieczeń. Uniemożliwia to m.in. przeprowadzenie dogłębnej analizy portfelowej w zakresie portfela ubezpieczeniowego, inwestycyjnego, umów reasekuracyjnych oraz analizy przebiegu procesu pozyskiwania ubezpieczeń i rozliczania szkód w czasie. Występujące ograniczenia nie powinny być na tyle mocne, aby nie można było spojrzeć na całość działalności zakładu ubezpieczeń i wychwycić jej specyfiki.

<sup>1</sup> Szczegóły na temat nowej umowy bazylejskiej można znaleźć w dokumentach konsultacyjnych Bazylejskiego Komitetu do spraw Nadzoru Bankowego, np. „The New Basel Capital Accord”, styczeń 2001, Bank for International Settlements.

Przyjmijmy następujące definicje na potrzeby badania wypłacalności zakładu ubezpieczeń.

**Wypłacalność** – stan dynamicznej równowagi między aktywami zakładu ubezpieczeń a zobowiązaniami wynikającymi z zawartych umów ubezpieczenia, zapewniający z dużym prawdopodobieństwem wywiązywanie się przez zakład ze zobowiązań wobec ubezpieczonych, ubezpieczających lub uposażonych w zmieniających się warunkach naturalnych, gospodarczych i społecznych. Jest to stan, w którym zasoby, wewnętrzne struktury i procesy zakładu nie wpływają na zmniejszenie tego prawdopodobieństwa.

**Zagrożenie niewypłacalnością** – stan, w którym arbitralnie przyjęty w przepisach prawa miernik wypłacalności (margines wypłacalności, kapitał obciążony ryzykiem, prawdopodobieństwo ruiny) przekracza dopuszczalną granicę.

**Niewypłacalność** – stwierdzony prawomocnie przez uprawniony organ (nadzór ubezpieczeniowy, sąd) stan braku zdolności zakładu ubezpieczeń do wywiązywania się ze zobowiązań wynikających z zawartych umów ubezpieczenia.

Przyjęta definicja wypłacalności powoduje, że do badania wypłacalności zakładu ubezpieczeń, a dokładniej zagrożenia niewypłacalnością, powinny być wykorzystane modele dynamiczne.

Dynamiczna analiza finansowa (DFA) prowadzona jest według analizy scenariuszy lub rachunków symulacyjnych. Jest ona często wykorzystywana przez zakłady ubezpieczeń do racjonalizacji procesu zarządzania ryzykiem ubezpieczeniowym i inwestycyjnym (pierwszy filar). Coraz szerzej wykorzystywana jest ona również przez organy nadzoru ubezpieczeniowego do monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń, szczególnie w odniesieniu do zakładów ubezpieczeń na życie (filar drugi). Dynamiczna analiza finansowa wykorzystywana jest między innymi przez nadzór ubezpieczeniowy w Meksyku i dotyczy zakładów zarówno na życie, jak i nie na życie<sup>2</sup>. W niniejszej pracy przedstawiony został model służący do przeprowadzenia DFA, skonstruowany na podstawie danych o wysokim stopniu agregacji (filar trzeci). Oznacza to, że model ten może być wykorzystany w każdym filarze monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń.

W kolejnych punktach artykułu zostaną scharakteryzowane dane publiczne, przedstawione będą: model działania zakładu ubezpieczeń, normy wypłacalności wykorzystane w modelu, omówione zostaną możliwości prezentowanego modelu, przykładowe wyniki badania zagrożenia niewypłacalnością wybranych zakładów ubezpieczeń i wyniki weryfikacji hipotezy o rozkładzie współczynnika wypłacalności.

## 2. Charakterystyka danych publicznych

Polskie prawo dotyczące rachunkowości nakłada na zakłady ubezpieczeń działające w Polsce obowiązek publikowania w „Monitorze Polskim B” rocznego sprawozdania finansowego, składającego się między innymi z: bilansu, rachunku technicznego, rachunku ogólnego wyników, sprawozdania z przepływów środków pieniężnych, opinii biegłego rewidenta.

W publikowanych w „Monitorze Polskim B” w latach 1995-2001 sprawozdaniach brakuje informacji na temat kategorii określających bezpieczeństwo działania zakładów ubezpieczeń, to znaczy: wysokości środków własnych, wysokości marginesu wypłacalności, minimalnej wysokości kapitału gwarancyjnego, wysokości aktywów na pokrycie rezerw techniczno-ubezpieczeniowych. Wartości niektórych kategorii muszą być w związku z tym oszacowane przy pewnych upraszczających założeniach.

Roczne sprawozdania finansowe zakładów ubezpieczeń działających w II z lat 1995-2001 opublikowane w „Monitorze Polskim B” są jednorodne, gdyż zostały stworzone przy stabilnych przepisach rachunkowości. Dane zawarte w sprawozdaniach mają charakter danych panelowych, to znaczy dotyczą poszczególnych zakładów ubezpieczeń w kolejnych okresach.

Niech  $t = 1$  oznacza numer pierwszego roku (1995), natomiast  $t = T$  numer ostatniego roku (2001) z zakresu danych. Przyjmijmy następującą numerację wszystkich zakładów, które w latach 1995-2001 opublikowały sprawozdania:  $i = 1, \dots, I$  gdzie  $I$  oznacza liczbę zakładów, które opublikowały sprawozdanie za 2001 r. powiększoną o liczbę zakładów, które uległy likwidacji po ogłoszeniu bankructwa oraz w wyniku fuzji lub przejęcia w latach 1995-2001.

Niech dalej  $t_i$  oznacza numer roku rozpoczęcia, natomiast  $T_i$  – zakończenia działalności zakładu ubezpieczeń (a dokładniej numer roku opublikowania pierwszego i ostatniego sprawozdania), jeżeli nastąpiło to po 1995 r.  $i$  przed 2001 r. Oznacza to, że dla zakładu ubezpieczeń  $i$  mamy  $s_i = T_i - t_i + 1$  sprawozdań (obserwacji), pod warunkiem że zakład wywiązał się z ciążących na nim obowiązków informacyjnych. Przyjmijmy, że w odniesieniu do roku  $t$  dostępnych jest  $t$  sprawozdań (zakładów). Łączna liczba sprawozdań zakładów ubezpieczeń z okresu od  $t = 1$  do  $t = T$  wykorzystanych w modelu jest równa  $n = \sum_{i=1}^I s_i = \sum_{t=1}^T n_t$  (204 sprawozdania).

Analiza działania zakładów ubezpieczeń prowadzona jest w pięcioletnim horyzoncie czasowym (dla  $t = T + 1, \dots, T + \tau$ , gdzie  $\tau = 5$ ). Operacje zakładów ubezpieczeń nie na życie na ogół są operacjami krótkoterminowymi (z wyjątkiem ubezpieczeń przemysłowych i wieloletnich chorobowych oraz umów reasekuracyjnych) i mogą charakteryzować się dużą zmiennością (w szczególności w zakresie ubezpieczeń lotniczych, morskich, kredytów i odpowiedzialności cywil-

<sup>2</sup> Opis systemu meksykańskiego można znaleźć w pracy P. Aguilar-Beltran (2002): Solvency Testing Model, IAIS Annual Conference, Santiago de Chile.

nej oraz pokrywających ryzyka katastrof). W związku z tym przyjęcie dłuższego horyzontu czasowego mogłoby prowadzić do wyników obarczonych zbyt dużymi błędami, podważającymi ich praktyczną przydatność.

### 3. Model działania zakładu

#### Otoczenie zakładu ubezpieczeń

Działanie zakładu ubezpieczeń powinno być analizowane w określonym otoczeniu makroekonomicznym. Można ustalić wiele kategorii ekonomicznych, od których zależy kondycja zakładu: popyt na ubezpieczenia, podaż kapitału w odniesieniu do sektora ubezpieczeń, podaż usług ubezpieczeniowych itp. Listę tych kategorii ograniczono w prowadzonych rozważaniach do niezbędnego minimum, a wykorzystywane modele do stosunkowo najprostszyc.

Wpływ otoczenia makroekonomicznego uwzględniony jest w modelu poprzez inflację, stopy zwrotu z inwestycji, wartość i dynamikę produktu krajowego brutto (PKB), kurs złotego (PLN) do euro (EUR).

Inflacja mierzona jest za pomocą wskaźnika wzrostu cen towarów i usług konsumpcyjnych. Przyjęto, że inflacja w odniesieniu do składek jest taka sama, jak w odniesieniu do odszkodowań. Prognoza wskaźnika inflacji dokonywana jest na podstawie oszacowanej funkcji trendu (trendu wykładniczego).

Ze względu na to, że przy wykorzystaniu danych publicznych trudno jest przeprowadzić analizę portfelową lokat, stopy zwrotu z lokat wyznaczane są w modelu jako stopy roczne realizowane przez konkretny zakład ubezpieczeń z całego posiadanego portfela łącznie.

W badaniu przyjęto, że PKB odzwierciedla potencjalne globalne zapotrzebowanie na ubezpieczenia. Prognozowanie PKB odbywa się za pomocą modelu trendu z wykorzystaniem dodatkowej informacji zawartej w założeniach do budżetu państwa.

Do wyznaczenia wielu parametrów związanych z określaniem marginesu wypłacalności niezbędna jest znajomość kursu euro. Kurs euro dla okresu prognozy wyznaczono z modelu trendu.

Potencjalne globalne zapotrzebowanie na ubezpieczenia określane jest za pomocą składki zarobionej brutto. Składka zarobiona brutto odnosi się do okresu rocznego tego samego co PKB. Jest ona miarą potencjalnego ryzyka ubezpieczonego w danym roku. W badaniu przyjęto prosty model regresji liniowej, uzależniający składkę zarobioną brutto ogółem dla działu ubezpieczeń nie na życie od PKB o postaci

$$SZB(t) = \beta_1 PKB(t) + \beta_0 + \varepsilon_1(t) \quad (1)$$

oraz model uwzględniający cykl ubezpieczeniowy:

$$SZB(t) = \gamma_1 PKB(t) + \gamma_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{\gamma_3}\right) + \gamma_0 + \varepsilon_2(t) \quad (2)$$

gdzie:

$\beta_1, \beta_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_0$  – parametry strukturalne modeli,  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – składniki losowe o rozkładach normalnych.

Z oszacowanych modeli wynika, że cykl ubezpieczeniowy w Polsce może trwać około ośmiu lat i jest opóźniony w stosunku do cyklu gospodarczego o około dwa lata.

Na otoczenie danego zakładu składają się również inne zakłady. W prezentowanym modelu prognozowany jest udział poszczególnych zakładów w rynku ubezpieczeniowym (w globalnej składce zarobionej brutto) w trzech wariantach: pesymistycznym, neutralnym i optymistycznym. Mechanizm rynkowy założony w modelu przewiduje dokonanie korekty udziału poszczególnych zakładów w rynku ubezpieczeniowym.

Niech  $u_i(t)$  oznacza przyjęty wariant udziału zakładu  $i$  w roku  $t$  ( $t = T+1, \dots, T+5$ ) w składce zarobionej ogółem. Ostateczny udział zakładu  $i$  jest równy:

$$\hat{u}_i(t) = \frac{u_i(t)}{\sum_{j=1}^{n_i} u_j(t)} \quad (3)$$

Takie podejście pozwala na wprowadzanie scenariuszy rynkowych polegających np. na tym, że zakład o określonym udziale w rynku bankrutuje lub pojawia się nowy zakład ubezpieczeń, agresywnie zdobywający rynek.

#### Działalność techniczna

Model działania zakładu składa się z następujących równań:

- wyniku technicznego,
- wyniku finansowego,
- kapitałów własnych,
- rezerw,
- sumy bilansowej,
- lokat

oraz warunku określającego zagrożenie niewypłacalnością.

#### Równanie wyniku technicznego brutto

W modelu przyjęto następujące równanie wyniku technicznego brutto

$$WTB_i(t) = SZB_i(t) - OZB_i(t) - KOB_i(t) \quad (4)$$

gdzie:

$SZB_i(t)$  – składka zarobiona brutto zakładu ubezpieczeń  $i$  w okresie  $t$ ,

$OZB_i(t)$  – odszkodowania należne brutto w okresie  $t$

(wypłacone w okresie  $t$  oraz należne z tytułu szkód zaszytych przed momentem  $t$ ) zakładu ubezpieczeń  $i$ ,

$KOB_i(t)$  – koszty techniczne brutto (koszty akwizycji oraz koszty administracyjne) zakładu ubezpieczeń  $i$  w okresie  $t$ .

W modelu  $SZB_i(t)$  wartość wyznaczana jest w zależności od przyjętego scenariusza:

– z trendu liniowego lub na podstawie średniej dynamiki w ostatnim okresie (w zależności od wieku zakładu),

– na podstawie prognozy wartości składki zarobionej brutto ogółem bez cyklu ubezpieczeniowego i prognozy udziału zakładu w rynku,

– na podstawie prognozy wartości składki zarobionej brutto ogółem bez cyklu ubezpieczeniowego z zakłóceniem losowym i prognozy udziału zakładu w rynku,

– na podstawie prognozy wartości składki zarobionej brutto ogółem z cyklem ubezpieczeniowym i prognozy udziału zakładu w rynku,

– na podstawie prognozy wartości składki zarobionej brutto ogółem z cyklem ubezpieczeniowym z zakłóceniem losowym i prognozy udziału zakładu w rynku,

Wielkość  $OZB_i(t)$  odszkodowań należnych brutto zakładu  $i$  w okresie  $t$  wyznaczana jest przy wykorzystaniu mechanizmu losowego.

Przyjmijmy, że współczynniki szkodowości brutto  $W = W_i(t)$  o wartościach

$$w_i(t) = \frac{OZB_i(t)}{SZB_i(t)}, \quad i = 1, \dots, I, t = t_i, \dots, T_i \quad (5)$$

są zmiennymi losowymi o identycznych niezależnych rozkładach. Rozkład współczynnika szkodowości brutto jest określony, w zależności od wyboru, jako rozkład rynkowy lub jako rozkład specyficzny dla danego zakładu. W prezentowanym modelu przyjęto, że  $W$  ma rozkład gamma  $G(\alpha, \beta)$  o funkcji gęstości o postaci

$$f(w) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} w^{\alpha-1} \exp\left\{-\frac{w}{\beta}\right\}$$

dla  $w \geq 0$  i 0 w przeciwnym przypadku. (6)

Parametry rozkładu oszacowane zostały metodą największej wiarygodności w przypadku rozkładu rynkowego i metodą momentów w przypadku rozkładu specyficznego dla zakładu.

Jeżeli przez  $x$  oznaczymy wygenerowaną z rozkładu jednostajnego  $J(0; 1)$  liczbę (liczbę losową), wówczas przyjmujemy, że zrealizowała się wartość wsłóczynnika szkodowości brutto równa  $\tilde{w}_i(t) = F_G^{-1}(x / \alpha, \beta)$  i w konsekwencji  $OZB_i(t) = \tilde{w}_i(t)SZB_i(t)$ .

Składka przypisana brutto ( $SPB$ ), odszkodowania wypłacone brutto ( $OWB$ ) oraz koszty techniczne brutto ( $KOB$ ) są określane w modelu na podstawie zależności

$$SPB_i(t) = w_i SZB_i(t), \quad \text{gdzie } w_i = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^T \frac{SPB_i(t)}{SZB_i(t)} \quad (7)$$

$$OWB_i(t) = w_2 OZB_i(t) \quad \text{gdzie } w_2 = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^T \frac{OWB_i(t)}{OZB_i(t)} \quad (8)$$

$$KOB_i(t) = w_3 SZB_i(t) \quad \text{gdzie } w_3 = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^T \frac{KOB_i(t)}{SZB_i(t)} \quad (9)$$

Reasekuracja, zmiana pozostałych rezerw technicznych oraz pozostałe przychody i koszty techniczne zostały zagregowane do kategorii skrótowo nazwanej: wynik techniczny z reasekuracji  $WTR_i(t)$ . Wynik techniczny z reasekuracji powinien wpływać stabilizująco na wynik techniczny brutto. Może on wskazywać na sprawność (lub jej brak) polityki reasekuracyjnej oraz tworzenia i rozwiązywania rezerwy na wyrównanie szkodowości. Wynik techniczny z reasekuracji powinien charakteryzować się ujemną korelacją z wynikiem technicznym brutto.

W modelu wynik techniczny z reasekuracji wyznaczany jest z zależności,

$$WTR_i(t) = w_4 SZB_i(t) \quad (10)$$

gdzie wartość współczynnika  $w_4$  zależy od tego, czy wynik techniczny brutto jest dodatni, czy niedodatni.

#### Wynik techniczny

Wynik techniczny w przyjętym modelu jest saldem wyniku technicznego brutto i wyniku technicznego z reasekuracji:

$$WT_i(t) = WTB_i(t) + WTR_i(t) \quad (11)$$

#### Wynik finansowy

##### Równanie wyniku finansowego brutto

Wynik finansowy brutto określony jest w modelu równaniem:

$$WFB_i(t) = WT_i(t) + PIN_i(t) + PPK_i(t) \quad (12)$$

gdzie

$PIN_i(t)$  – przychody netto z inwestycji,

$PPK_i(t)$  – saldo pozostałych przychodów i kosztów, w tym zysków i strat nadzwyczajnych.

Przychody netto z inwestycji określone są za pomocą zależności:

$$PIN_i(t) = w_s(t) LO_i(t-1) \quad \text{dla } t = T+1, \dots, T+\tau \quad (13)$$

gdzie wartość współczynnika  $w_s(t) = \frac{PIN_i(t)}{LO_i(t-1)}$  określana jest z trendu wykładniczego oszacowanego na podstawie informacji z lat  $t = t_i, \dots, T_i$ ,

Ze względu na uwzględnianie strat i zysków nadzwyczajnych wielkość  $PPK_i(t)$  ma charakter losowy trudny do przewidzenia. Przyjęto, że:

$$PPK_i(t) = w_6(t)SZB_i(t) \quad (14)$$

gdzie  $w_6(t) = \frac{PPK_i(t)}{SZB_i(t)}$

oraz że powtórzy się sekwencja wartości  $w_6(t)$  z ostatnich pięciu lat poprzedzających rok  $T$ .

#### Równanie wyniku finansowego netto

W modelu przyjęto, że wynik finansowy netto jest równy:

$$WFN_i(t) = WFB_i(t) - OWF_i(t) \quad (15)$$

gdzie  $OWF_i(t)$  – obowiązkowe obciążenie wyniku finansowego.

Obowiązkowe obciążenie wyniku finansowego występuje na ogół wtedy, gdy wynik finansowy brutto jest dodatni. W związku z tym przyjęto następującą zależność:

$$OWF_i(t) = w_7 \max\{0; WFB_i(t)\} \quad (16)$$

gdzie  $w_7$  jest wartością średnią dodatnich współczynników  $\frac{OWF_i(t)}{WFB_i(t)}$  z lat  $t = t_i, \dots, T_i$ .

#### Bilans: pasywa

##### Równanie kapitałów własnych

W modelu przyjmuje się, że

$$KW_i(t) = dKAP_i(t-1) + WFN_i(t) \quad (17)$$

gdzie:

$KW_i(t)$  - kapitały własne zakładu ubezpieczeń  $i$  w momencie  $t$

$dKAP_i(t-1)$  - zmiana opłacenia i podwyższenie kapitałów zakładowych oraz zmiana kapitałów i funduszy rezerwowych i niepodzielonego wyniku w zakładzie ubezpieczeń  $i$  w okresie  $t$ ,

$WFN_i(t)$  - wynik finansowy netto zakładu ubezpieczeń  $i$  w okresie  $t$ .

Przyjęto dwie reguły decydujące o pokryciu zmniejszenia wartości kapitałów własnych (pokryciu straty): wariant automatyczny i nieautomatyczny.

W przypadku wystąpienia straty decyzje leżą w gestii zakładu ubezpieczeń i wiążą się z jego bieżącą działalnością.

Zastosowanie automatycznej reguły w przypadku wystąpienia straty polega na wyznaczeniu wartości  $dKAP_i(t)$  z równania

$$\overline{dKAP_i(t)} = \alpha_i \min\{WFN_i(t), 0\} + \alpha_0 \quad (18)$$

gdzie oceny parametrów strukturalnych modelu  $dKAP_i(t) = \alpha_i \min\{WFN_i(t), 0\} + \alpha_0 + \varepsilon_{ii}(t)$   $i = 1, \dots, n, t = t_i, \dots, T_i$ , uzyskane są metodą najmniejszych kwadratów.

W przypadku występowania zysków możliwe są decyzje o podwyższeniu kapitałów. Taka decyzja zależy od właścicieli i inwestorów zewnętrznych oraz ich planów strategicznych.

Automatyczna reguła wyznaczania wartości w przypadku wystąpienia zysku polega na ustaleniu wartości tej zmiennej z równania

$$\overline{dKAP_i(t)} = \delta_i \max\{0, WFN_i(t)\} + \delta_0 \quad (19)$$

gdzie oceny parametrów strukturalnych modelu  $dKAP_i(t) = \delta_i \max\{0, WFN_i(t)\} + \delta_0 + \varepsilon_{ii}(t)$ ,  $i = 1, \dots, n, t = t_i, \dots, T_i$  uzyskane są metodą najmniejszych kwadratów.

W modelu przyjęto, że zmiana kapitału następuje automatycznie z prawdopodobieństwem 0,9 w przypadku straty i 0,7 w przypadku zysku. Wartości prawdopodobieństw wynikają z zaobserwowanej prawidłowości w Polsce w latach 1995-2001.

Wybór wariantu nieautomatycznej zmiany kapitału umożliwia wykonanie za pomocą modelu testów wrażliwości zagrożenia niewypłacalnością z powodu braku kapitału, na poziom wypłacanej dywidendy oraz określenie wysokości brakującego kapitału.

#### Rezerwy

W modelu przyjęto następujące równania stanu rezerw:

- rezerwy składki brutto  $RSB_i(t)$

$$RSB_i(t) = RSB_i(t-1) + (SPB_i(t) - SZB_i(t)) \quad (20)$$

- rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia brutto  $ROB_i(t)$

$$ROB_i(t) = ROB_i(t-1) + (OZB_i(t) - OWB_i(t)) \quad (21)$$

- pozostałych rezerw na udziale własnym łącznie z udziałem reasekuratorów w rezerwach techniczno-ubezpieczeniowych  $RPW_i(t)$

$$RPW_i(t) = w_8 SZB_i(t), \text{ gdzie } w_8 = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^{T_i} \frac{RPW_i(t)}{SZB_i(t)} \quad (22)$$

- rezerw technicznych ogółem na udziale własnym  $RW_i(t)$

$$RW_i(t) = RSB_i(t) + ROB_i(t) + RPW_i(t) \quad (23)$$

#### Pozostałe pasywa

Pozostałe pasywa są modelowane przy przyjęciu zależności:

$$POP_i(t) = w_9 SZB_i(t) \quad (24)$$



$$\text{gdzie } w_9 = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^{T_i} \frac{POP_i(t)}{SZB_i(t)} \quad (24)$$

#### Suma pasywów

Sumę pasywów określa równanie:

$$SP_i(t) = KW_i(t) + RW_i(t) + POP_i(t) \quad (25)$$

#### Bilans: aktywa

W proponowanym modelu przyjęto założenie, że dla okresów, dla których prowadzone są rachunki symulacyjne, wysokość wartości niematerialnych i prawnych jest równa średniej wartości z okresu działania zakładu ubezpieczeń, tzn. z lat 1995-2001.

$$\overline{WNI}P_i = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^{T_i} WNI P_i(t) \quad (26)$$

#### Pozostałe aktywa

W modelu przyjęto następujące równanie określające wartość pozostałych aktywów:

$$POA_i(t) = w_{10} SZB_i(t) \quad (27)$$

$$\text{gdzie } w_{10} = \frac{1}{s_i} \sum_{t=t_i}^{T_i} \frac{POA_i(t)}{SZB_i(t)}$$

#### Lokaty

Przyjmując oczywistą zależność, że suma pasywów jest równa sumie aktywów  $SA_i(t)$ , to znaczy  $SP_i(t) = SA_i(t)$ , wartość lokat  $LO_i(t)$  otrzymujemy z równania

$$LO_i(t) = SA_i(t) - (WNI P_i(t) + POA_i(t)) \quad (28)$$

## 4. Wypłacalność zakładu

#### System marginesu wypłacalności

Zgodnie z obowiązującymi przepisami prawa, w Polsce zakład ubezpieczeń może być uznany za wypłacalny, jeśli jednocześnie spełnia dwa warunki:

$$1. \text{ } ww = \frac{DMW_i(t)}{WMW_i(t)} \geq 100\% \text{ lub } DMW_i(t) - WMW_i(t) \geq 0 \quad (29)$$

$$2. \text{ } DMW_i(t) \geq \max \left\{ MWKG, \frac{WMW_i(t)}{3} \right\}, \quad (30)$$

gdzie:

$DMW_i(t) = KW_i(t) - WNI P_i(t)$  - dostępny margines wypłacalności w przybliżeniu równy kapitałom własnym pomniejszonym o wartości niematerialne i prawne,

$WMW_i(t) = \max \left\{ g_1 [SPB_i(t)] H_i(t), g_2 [\overline{OZB}_i(t)] H_i(t) \right\}$  - wymagany margines wypłacalności,

$SPB_i(t)$  - składka przypisana brutto w okresie  $t$ ,  
 $\overline{OZB}_i(t)$  - średnioroczne odszkodowania należne brutto z trzech lat<sup>3</sup> poprzedzających moment  $t$ ,

$H_i(t) = \max \left\{ \frac{OZW_i(t)}{OZB_i(t)}; 0,5 \right\}$  - współczynnik równy ilorazowi odszkodowań należnych na udziale własnym w okresie  $t$  i odszkodowań należnych brutto w okresie  $t$  lub 0,5,

$$g_1 [SPB_i(t)] = 0,18 \min \{ SPB_i(t), P1 \} + 0,16 \max \{ SPB_i(t) - P1, 0 \}$$

$$g_2 [OZB_i(t)] = 0,26 \min \{ \overline{OZB}_i(t), P2 \} + 0,23 \max \{ \overline{OZB}_i(t) - P2, 0 \}$$

$P1$  - równowartość w złotych 10 mln EUR,

$P2$  - równowartość w złotych 7 mln EUR.

W modelu przyjęto, że  $MWKG$  - minimalna wartość kapitału gwarancyjnego - jest równa równowartości w złotych 400 tys. EUR. Jest to maksymalna wymagana kwota w odniesieniu do zakładów ubezpieczeń nie na życie, które nie prowadzą ubezpieczenia kredytu na szeroką skalę (składka roczna powyżej 2500000 EUR). W modelu nie rozróżnia się formy prawnej zakładów, mimo że w przypadku TUV wymagania są niższe niż w przypadku spółek akcyjnych.

Wartości współczynnika  $H$  wyznaczane są z trendu liniowego przy warunku  $0,5 \leq H \leq 1$ .

W Polsce w 2003 r. zmieniły się przepisy dotyczące marginesu wypłacalności. Przyjęto trzyletni okres przejściowy (do końca 2006 r.). W związku z powyższym model nie uwzględnia jeszcze zmienionych przepisów.

#### Prawdopodobieństwa niespełnienia wymogów

Określimy trzy klasy zakładów ubezpieczeń.

$$\text{Jeżeli } \frac{DMW_i(t)}{WMW_i(t)} \geq 100\% \text{ oraz } DMW_i(t) \geq \max \left\{ MWKG, \frac{WMW_i(t)}{3} \right\}$$

to przyjmujemy, że zakład  $i$  należy do klasy 1 ( $KL = 1$ ) - zakładów wypłacalnych.

$$\text{Jeżeli } \frac{DMW_i(t)}{WMW_i(t)} \geq 100\% \text{ oraz, } DMW_i(t) \geq \max \left\{ MWKG, \frac{WMW_i(t)}{3} \right\}$$

to przyjmujemy, że zakład  $i$  należy do klasy 2 ( $KL = 2$ ) - zakładów zagrożonych niewypłacalnością.

$$\text{Jeżeli, } DMW_i(t) < \max \left\{ MWKG, \frac{WMW_i(t)}{3} \right\}, \text{ to przyjmujemy,}$$

że zakład  $i$  należy do klasy 3 ( $KL = 3$ ) - zakładów niewypłacalnych.

W prowadzonym badaniu dla każdego przebiegu symulacyjnego  $j = 1, \dots, M$ , każdego zakładu  $i$  oraz roku prognozy  $t$  (dla  $t = T+1, \dots, T+5$ ) wyznaczana jest klasa, do której należy dany zakład.

<sup>3</sup> Przyjęto upraszczające założenie.

Niech  $m_{it}(KL = a)$  oznacza liczbę przypadków, w których zakład  $i$  był zaliczony do klasy  $a = 1, 2, 3$  w roku  $t$ . Za oszacowanie prawdopodobieństwa przynależności do danej klasy przyjmujemy frakcję:

$$Pr(KL = a) = \frac{m_{it}(KL = a)}{M} \quad (31)$$

## 5. Możliwości wykorzystania modelu

Prezentowany w artykule model wykorzystuje w wielu przypadkach rozwiązania opisane w pracach: P. Aguilar-Beltran (2002), R. Beard i inni (1984), C. Daykin i inni (1994), R. Kaufmann (2001), T. Pentikäinen (1982), J. Rantala (1982), dostosowując je do warunków polskich i zakresu dostępnych danych. Jest zgodny zarówno z obowiązującymi w Polsce przepisami prawa, jak i z dyrektywą Unii Europejskiej 91/674/EEC z 19 grudnia 1991 r. oraz dyrektywami dotyczącymi ubezpieczeń nie na życie 73/239/EEC, 88/357/EEC oraz 92/49/EEC. W prosty sposób może być dostosowany do zmienionych przepisów prawa w Polsce, co oznaczałoby jednocześnie dostosowanie do dyrektywy 2002/13/EC.

Ze względu na prostotę i minimalne nakłady na konstruowanie i wprowadzanie, model taki, jak prezentowany w artykule, może być wykorzystany jako element nowego systemu monitorowania wypłacalności zakładów ubezpieczeń (opracowywanego w ramach programu Unii Europejskiej SOLVENCY II) na poziomie każdego z trzech filarów. Model o tak wysokim stopniu agregacji może stanowić punkt odniesienia dla modeli bardziej szczegółowych, wyznaczających kierunki standaryzacji w zakresie obowiązków informacyjnych na potrzeby drugiego i trzeciego filara oraz standaryzacji minimalnych wymogów w zakresie posiadania i prowadzenia przez zakłady ubezpieczeń rejestrów i baz danych (pierwszy filar). Warunkiem niezbędnym do tego, aby proponowany model mógł spełniać swoje zadania w ramach trzeciego filaru, jest wprowadzenie do przepisów prawa maksymalnego okresu, w jakim muszą być opublikowane roczne sprawozdania finansowe<sup>4</sup>.

Model przedstawiony w pracy pozwala na badanie zagrożenia niewypłacalnością zakładu ubezpieczeń:

- autonomicznie lub przy uwzględnieniu pozycji rynkowej zakładu,
- w różnych warunkach rozwoju rynku ubezpieczeniowego,
- przy wykorzystaniu rozkładu współczynnika szkodowości rynkowego lub indywidualnie ustalonego dla danego zakładu ubezpieczeń,
- przy uwzględnieniu decyzji o podnoszeniu kapitału lub wypłacie dywidendy.

Na podstawie modelu można między innymi: uzyskać ocenę prawdopodobieństw zagrożenia niewypłacalnością, sprawozdanie finansowe zagregowane do pozycji uwzględnionych w modelu dla ustalonego roku prognozy w wariantach najgorszym, przeciętnym i najlepszym z punktu widzenia wypłacalności zakładu oraz oszacować rozkłady współczynnika wypłacalności  $WW$  o wartościach  $ww = \frac{DMW_i(t)}{WMW_i(t)}$  dla kolejnych lat prognozy.

## 6. Wyniki badań empirycznych

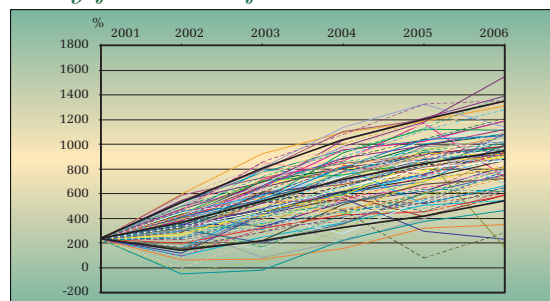
### Zagrożenie niewypłacalnością zakładów ubezpieczeń

Model przedstawiony w punkcie 3. i 4. został wykorzystany do zbadania zagrożenia niewypłacalnością zakładów ubezpieczeń, które w 2001 r. działały w Polsce dłużej niż osiem lat. Badaniu poddano 21 zakładów ubezpieczeń spośród 36. W niniejszej pracy prezentowane zostały wyniki uzyskane przy neutralnym wariantach prognozy udziału każdego zakładu w rynku ubezpieczeniowym, prognozie składki zarobionej brutto uzyskanej za pomocą modelu uwzględniającego cykl ubezpieczeniowy z losowymi zakłóceniami, przy automatycznym (losowym – z prawdopodobieństwem 0,9) podnoszeniu kapitałów w przypadku wystąpienia straty.

Na wykresach 1 oraz 2 przedstawione zostały wygenerowane w procesie symulacji szeregi czasowe wartości współczynnika wypłacalności dla dwóch wybranych zakładów ubezpieczeń o różnej sytuacji finansowej. Linie pogrubione łączą punkty odpowiadające średnim oraz percentylom rzędu 0,05 i 0,95 współczynnika wypłacalności w kolejnych latach.

W tabeli 1 przedstawiono liczbę zakładów ubezpieczeń niezagrażonych niewypłacalnością, mogących mieć problemy z wypłacalnością, i zagrożonych niewypłacalnością w poszczególnych latach prognozy, a także faktyczną liczbę zakładów zagrożonych niewypłacalnością w 2002 i 2003 r. Zakład ubezpieczeń był klasyfikowany:

**Wykres 1** Symulowane wartości współczynnika wypłacalności dla zakładu o dobrej kondycji finansowej



Źródło: opracowanie własne.

<sup>4</sup> W Polsce ostatnie sprawozdania za 2001 r. ukazały się na początku 2003 r.

Tabela 1 Liczba zakładów ubezpieczeń ze względu na stopień zagrożenia niewypłacalnością w latach 2002-2006

Rok	Prognozowana liczba zakładów ubezpieczeń			Liczba zakładów faktycznie zagrożonych
	niezagrożonych niewypłacalnością	mogących mieć problemy z wypłacalnością	zagrożonych niewypłacalnością	
2002	14	3	4	2
2003	13	5	3	0
2004	12	6	3	-
2005	11	5	5	-
2006	12	4	5	-

Źródło: opracowanie własne. Informacje o liczbie zakładów faktycznie zagrożonych w 2003 r. na podstawie A. Biały: Ożywienie po porządkach w portfelach. Wstępne wyniki finansowe za 2003 rok. „Rzeczpospolita” z 18.03.2004 r.

– jako niezagrożony niewypłacalnością, jeżeli oszacowanie prawdopodobieństwa przynależności do klasy 1. było większe niż 0,95,

– jako mogący mieć problemy, jeżeli oszacowanie prawdopodobieństwa przynależności do klasy 2. lub 3. było nie większe niż 0,05 i mniejsze niż 0,2,

– do klasy zagrożonych niewypłacalnością, jeżeli oszacowanie prawdopodobieństwa przynależności do klasy 2. lub 3. było niemniejsze niż 0,2.

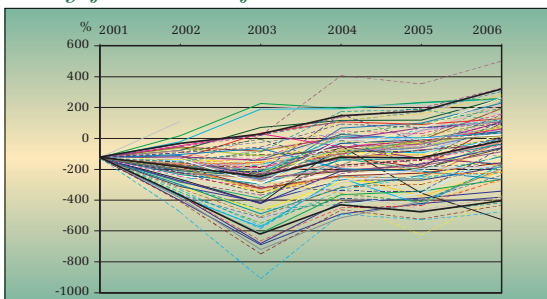
W 2002 r. dwa zakłady z klasy zagrożonych zakładów znacząco podniosły kapitał (jeden z nich również w 2003 r.), stając się automatycznie, zgodnie z przepisami prawa, zakładami niezagrożonymi. W jednym zakładzie w 2002 r. działał zarząd komisaryczny, doprowadzając do sanacji sytuacji w 2003 r. W 2003 r. nastąpiło połączenie jednego z zakładów zagrożonych w 2002 r. (wykazującego poprawę sytuacji pod względem wypłacalności) z innym wypłacalnym zakładem ubezpieczeń.

#### Rozkład wartości współczynnika wypłacalności

Przedstawiony w artykule model został wykorzystany do zbadania rozkładu wartości współczynnika wypłacalności  $WW$  zakładów ubezpieczeń działających w Polsce w 2001 r. dłużej niż dziesięć lat<sup>5</sup>. Badaniu

<sup>5</sup> Empiryczne rozkłady współczynnika wypłacalności dla zakładów działających krócej niż dziesięć lat charakteryzowały się dużą różnorodnością. Często były to rozkłady o dodatniej asymetrii i rozkłady wielomodalne.

Wykres 2 Symulowane wartości współczynnika wypłacalności dla zakładu o złej kondycji finansowej



Źródło: opracowanie własne.

poddano 15 zakładów ubezpieczeń. Poniżej prezentowane są wyniki uzyskane przy następujących założeniach:

– wariant prognozy udziału każdego zakładu w rynku ubezpieczeniowym jest neutralny,

– składka zarobiona brutto jest prognozowana za pomocą modelu uwzględniającego cykl ubezpieczeniowy z losowymi zakłóceniami,

– współczynnik szkodowości ma rozkład rynkowy, – kapitały są podnoszone automatycznie (losowo – z prawdopodobieństwem 0,9) w przypadku wystąpienia straty.

Postawiona została hipoteza, że współczynnik wypłacalności  $WW$  ma rozkład typu minimum. Za tą hipotezą przemawiają: możliwość przyjmowania ujemnych i nieujemnych wartości rzeczywistych przez zmienną  $WW$  oraz w większości przypadków ujemna asymetria rozkładów empirycznych.

W przeprowadzonym badaniu wzięte zostały pod uwagę trzy rozkłady prawdopodobieństwa: exp-gamma ( $EG$ ), exp-uogólniony Pareto ( $EGP$ ) oraz exp-rozkład Waibula ( $EW$ ).

Zmienna losowa  $X$  ma rozkład exp-gamma,  $EG\left(\alpha, \frac{1}{\lambda}\right)$ , jeżeli jej funkcja gęstości i dystrybuanta mają odpowiednio postać:

$$\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(a)} x^{\alpha-1} \exp\{\alpha x - \lambda e^x\} \quad \text{dla } x \in \mathbb{R}, \alpha, \lambda > 0 \quad (32)$$

$$F(x) = G\left(e^x; \alpha, \frac{1}{\lambda}\right) \quad (33)$$

gdzie  $G\left(z; \alpha, \frac{1}{\lambda}\right)$  oznacza niekompletną funkcję gamma.

Zmienna losowa  $X$  ma rozkład exp-uogólniony Pareto  $EGP(k, \alpha, \lambda)$ , jeżeli jej funkcja gęstości i dystrybuanta mają odpowiednio postać:

$$f(x) = \frac{\Gamma(k+a)\lambda^\alpha}{\Gamma(k)\Gamma(a)} e^{kx} (\lambda + e^x)^{-(k+a)} \quad \text{dla } x \in \mathbb{R}, k, \alpha, \lambda > 0 \quad (34)$$

$$F(x) = B\left(\frac{e^x}{\lambda + e^x}; k, \alpha\right) \quad (35)$$

gdzie  $B(z, k, \alpha)$  oznacza niekompletną funkcję beta.



Tabela 2 Liczba zakładów ubezpieczeń, w przypadku których odrzucono hipotezę o zgodności rozkładów empirycznego i teoretycznego

Rok	2002	2003	2004	2005	2006
<b>Rozkład</b>	<b>Metoda największej wiarygodności</b>				
EG	15	11	11	13	12
EGP	13	5	3	2	1
EW	15	8	7	6	4
<b>Rozkład</b>	<b>Metoda minimum <math>\lambda</math>-Kolmogorowa</b>				
EG	11	4	5	3	5
EGP	7	3	2	2	0
EW	11	5	4	3	1

Źródło: opracowanie własne

Zmienna losowa  $X$  ma rozkład exp-rozkład Waibula  $EW(b, p)$ , jeżeli jej funkcja gęstości i dystrybuanta mają odpowiednio postać:

$$f(x) = bp \exp\{px - be^{px}\} \text{ dla } x \in R, b, p > 0 \quad (36)$$

$$F(x) = 1 - \exp\{-be^{px}\} \quad (37)$$

Parametry rozkładów zostały oszacowane metodą największej wiarygodności oraz minimalizacji wartości statystyki  $\lambda$ -Kolmogorowa. Do znalezienia wartości maksymalnej funkcji wiarygodności i minimalnej statystyki  $\lambda$ -Kolmogorowa została wykorzystana standardowa metoda Newtona użyta w dodatku SOLVER arkusza kalkulacyjnego MS EXCEL. Estymacja została przeprowadzona automatycznie przy standardowej precyzji zbieżności procesu numerycznego i bez optymalizacji punktów startowych. Wyniki weryfikacji testem  $\lambda$ -Kolmogorowa hipotezy o zgodności oszacowanych rozkładów z rozkładami empirycznymi przy poziomie istotności 0,01 przedstawione są w tabeli 2.

## Literatura

1. P. Aguilar-Beltran (2002): *Solvency Testing Model*. IAIS Annual Conference, Santiago de Chile.
2. R.E. Beard, T. Pentikäinen, E. Pesonen (1984): *Risk Theory. The Stochastic Basis of Insurance*. Third Edition, Chapman and Hall, London, New York, Tokyo, Melbourne, Madras.
3. W. Bijak, K. Bijak (2003): *Dynamiczna analiza finansowa zakładów ubezpieczeń na podstawie danych publicznych* (maszynopis powielony). Prace Instytut Ekonometrii, badanie własne Nr 03/E/0012 /03, KAE SGH, Warszawa.
4. BIS (2001): *The New Basel Capital Accord*. Bank for International Settlements.
5. C.D. Daykin, T. Pentikäinen, E. Pesonen (1994): *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman and Hall. London, Glasgow, Weinheim, New York, Tokyo, Melbourne, Madras.
6. R. Kaufmann, A. Gadmer, R. Klett (2001): Introduction to Dynamic Financial Analysis. „ASTIN Bulletin”, Vol. 31, No 1., s. 213-249.
7. T. Pentikäinen (ed.) (1982): *Solvency of Insurers and Equalization Reserves*. Vol. I. General Aspects, Insurance Publishing Company Ltd. Helsinki.
8. J. Rantala (ed.) (1982): *Solvency of Insurers and Equalization Reserves*. Vol. II. Risk Theoretical Model, Insurance Publishing Company Ltd. Helsinki.
9. R. Schnieper (1999): *Solvency Testing, Mitteilungen – Bulletin, SVVM*, s. 11-45.

Na podstawie otrzymanych wyników można sformułować następujące wnioski:

- wraz ze wzrostem horyzontu prognozy coraz rzadziej następuje odrzucenie hipotezy, że rozkład jest rozkładem  $EG$ ,  $EGP$  lub  $EW$ ,
- wyniki w przypadku rozkładów  $EG$  i  $EW$  są zbliżone,
- optymalizacji wymaga algorytm metody największej wiarygodności w przypadku rozkładu  $EG$ ,
- najlepiej dopasowuje się do danych empirycznych rozkład  $EGP$  (może charakteryzować się zarówno ujemną, jak i dodatnią asymetrią),
- wydaje się, że rozkłady minimum mogą być dobrymi modelami rozkładu współczynnika wypłacalności,
- założenie, że modelem rozkładu współczynnika wypłacalności jest rozkład normalny, musi być przyjmowane z dużą ostrożnością.

W kilku przypadkach dla wczesnych lat prognozy uzyskano rozkłady empiryczne dwumodalne. Fakt ten częściowo może tłumaczyć dużą liczbę przypadków odrzucenia weryfikowanych hipotez dla lat 2002 i 2003.