Zastosowanie wybranych opcji egzotycznych i zasady ich wyceny

Izabela Pruchnicka-Grabias

Wprowadzenie

Wiele światowych banków tworzy strategie zabezpieczające stosując opcje egzotyczne, wycenia te instrumenty oraz prowadzi aktywny handel nimi. Definiuje się je jako kontrakty opcyjne, które gwarantują odmienną strukturę dochodu niż standardowe opcje kupna i sprzedaży[1]. Często nazywa się je instrumentami pochodnymi drugiej generacji.

Wprowadzenie tych instrumentów było odpowiedzią wspomnianych instytucji finansowych na zapotrzebowanie rynku. Opcje egzotyczne nie są nowym instrumentem na rynkach finansowych. Niektóre zaczęły funkcjonować nawet kilka lat przed założeniem pierwszej oficjalnej giełdy, na której był prowadzony obrót opcjami – the Chicago Board of Options Exchange (CBOE). Podmioty gospodarcze, chcąc ograniczyć ponoszone przez siebie ryzyko musiały zabezpieczać swoje pozycje na rynku derywatów. Ponadto wzrost zmienności cen wielu aktywów stwarzał szerokie możliwości osiągania zysków. Przyczyniło się to do powstania popytu na te instrumenty.

Obrót większością opcji egzotycznych odbywa się na rynku pozagiełdowym (głównie międzybankowym), choć niektóre znajdują się na giełdach. Na przykład na New York Mercantile Exchange (NYMEX) znajdują się w obrocie opcje spreadowe. Jednak handel tymi opcjami to zaledwie niewielki procent wolumenu wszystkich opcji egzotycznych. Z powodu małej przejrzystości rynku pozagiełdowego opcje egzotyczne nadal pozostają egzotyczne dla wielu inwestorów, nawet tych, dla których opcje standardowe nie mają tajemnic. Choć większość instrumentów pochodnych znajduje się w obrocie na rynkach regulowanych, opcje egzotyczne stanowią tu wyjątek. Przyczyna tkwi w ich unikalnym charakterze, co uniemożliwia standaryzację produktu i wprowadzenie go na rynek giełdowy. W przeciwieństwie do derywatów znajdujących się w obrocie giełdowym opcje egzotyczne mogą być dowolnie dopasowywane do potrzeb inwestorów.

---

[1] M. Kuźmierkiewicz: *Ewolucja rynku opcji ku pozagiełdowym opcjom egzotycznym i ich klasyfikacja.* „Bank i Kredyt" nr 3/1999, s. 18.

Potencjalni inwestorzy

Stronę popytową opcji egzotycznych tworzą następujące grupy podmiotów:

– inwestorzy zarządzający aktywami,
– dealerzy instrumentów pochodnych,
– instytucje finansowe nie prowadzące działalności dealerskiej,
– instytucje niefinansowe (na przykład przedsiębiorstwa).

Pierwszą z wymienionych grup można podzielić na inwestorów profesjonalnych i detalicznych. Profesjonaliści zarządzający aktywami spędzają całe dnie przed ekranami Reutersa i na bieżąco orientują się w sytuacji rynkowej. Nieprofesjonaliści są bardziej pasywnymi uczestnikami rynku. Zajmują się raczej notowaniami wybranych aktywów znajdujących się w ich portfelu. Produkty dostosowane są do omówionych typów inwestorów i dzielimy je na aktywne i bierne. Aktywne wymagają śledzenia rynku na bieżąco; w przypadku biernych nie jest to konieczne. Produkty aktywne są kreowane specjalnie dla zarządzających aktywami i nie mogą być sprzedawane inwestorom indywidualnym.

Dealerzy instrumentów pochodnych zainteresowani są przede wszystkim premiami opcyjnymi. Są one większe w przypadku opcji egzotycznych niż na przykład opcji typu vanilla. Obrót egzotycznymi opcjami około 15% ich wolumenu, podczas gdy zysk osiągnięty z tego rodzaju transakcji to około 50% zysków ogółem. Warto zatem handlować tymi instrumentami, gdyż – jak widać – w wielu bankach są wyjątkowo zyskowne.

Instytucje finansowe nieprowadzące działalności dealerskiej (jak banki komercyjne czy fundusze ubezpieczeniowe) mogą wykorzystać opcje egzotyczne do zarządzania ryzykiem niedopasowania po stronie aktywów i pasywów. Jeśli chodzi o instytucje ubezpieczeniowe, pieniądze ze składek wpływają wcześniej, a dopiero w okresie późniejszym powstają ewentualne zobowiązania z tytułu roszczeń ubezpieczonych. W związku z tym zakład ubezpieczeń musi prowadzić odpowiednią strategię zarządzania aktywami i pasywami, do czego z powodzeniem może wykorzystać omawiane instrumenty.

Bank komercyjny zbiera natomiast pieniądze od klientów. Płaci swoim deponentom według krótkoterminowej stopy procentowej. W tym samym czasie inwestuje te same środki w instrumenty długoterminowe. Wynika z tego, że bank pożycza według krótkoterminowej stopy procentowej, a lokuje według długoterminowej, co przynosi mu zyski. Gdy nastąpią niekorzystne zmiany stóp procentowych, może dojść do poważnych strat. Przed tym ryzykiem można się zabezpieczyć, używając właśnie opcji egzotycznych.

Przedsiębiorstwa z kolei mogą stosować opcje egzotyczne do budowy strategii hedgingowych ograni-

Tabela *Rodzaje opcji uwarunkowanych*

Opcje egzotyczne uwarunkowane (*Path-dependent exotic options*)	
Grupa opcji uwarunkowanych	**Rodzaje opcji uwarunkowanych**
Barrier (barierowe)	Partial
	Outside
	Multiple
	Curvilinear
Lookback (wsteczne)	Partial
	Modified
Ratchet (zapadkowe)	Ratchet
Ladder (drabinowe)	Modified
	Step-lock
Shout (okrzykowe)	Simple
	Modified
Average (azjatyckie)	Average rate
	Average strike
	Inverse average rate
	Partial average
	Flexible average
	Geometric
Capped (z czapką)	Capped
Caps and floors	Cap
	Floor
Collar (korytarzowe)	Collar

Źródło: opracowanie własne na podstawie: M. Ong: Exotic options: the market and their taxonomy. W: I. Nelken: The handbook of exotic options: instruments, analysis and applications. New York 1996, Mc Graw-Hill Book Company, s. 25.

czających ponoszone ryzyko działalności. Załóżmy, że pewna firma sprzedaje swoje produkty w różnych krajach i nagle chce wejść na nowe rynki w państwach, w których do tej pory nie sprzedawała swoich wyrobów. Jeśli będą to rynki krajów o niestabilnej sytuacji gospodarczej (np. kraje Europy Wschodniej czy byłe kraje komunistyczne, jak Polska) to korporacja będzie narażona na silne oddziaływanie ryzyka walutowego, stóp procentowych itp. Przed tym ryzykiem można się chronić stosując opcje egzotyczne.

Jedną z odmian opcji egzotycznych mających szerokie zastosowanie w hedgingu są instrumenty wystawiane na stopy procentowe, takie jak *caps*, *floors*, i tzw. *collar*. Instrumenty to stanowią grupę opcji uwarunkowanych (*path-dependent options*), co przedstawia tabela. Opcjom tym, a w szczególności ich wycenie zdecydowałam się poświęcić pozostałą część niniejszego opracowania. Wycenia się je za pomocą formuły Blacka-Scholesa.

Zmienność stóp procentowych

Najważniejszym i jednocześnie najtrudniejszym etapem przy wycenie opcji jest właściwe oszacowanie zmienności instrumentu bazowego. Problem tkwi w tym, że historyczna jej wartość wcale nie musi się pokrywać z bieżącą, wskutek czego może dojść do mało precyzyjnej kalkulacji ceny opcji. Zmienność ceny instrumentu jest miarą niepewności co do kształtowania się przyszłych zmian jej wartości[2]. Zmienność ceny akcji jest odchyleniem standardowym stopy zwrotu z tej akcji dla jednego roku, przy czym stopa zwrotu jest kapitalizowana w sposób ciągły[3]. Bazuje się tu na odchyleniach dochodów z akcji, a nie ich cen rzeczywistych. W przeciwnym wypadku otrzymalibyśmy wyniki mało wiarygodne, gdyż odchylenie standardowe zmienia się wraz ze wzrostem ceny. Odchylenie standardowe jest natomiast pierwiastkiem kwadratowym z wariancji, która określa stopień rozrzutu (zróżnicowania) wartości zmiennej losowej wokół wartości oczekiwanej[4].

Jeśli wzrasta zmienność, rośnie prawdopodobieństwo, że dany instrument finansowy znacznie zmieni swoją cenę w przyszłości. Może to być zarówno zmiana korzystna, jak i niekorzystna z punktu widzenia posiadacza takiego instrumentu.

Istnieje również zmienność implikowana, którą szacujemy na podstawie danych cen opcji[5]. Do modelu Blacka–Scholesa podstawiamy cenę rynkową opcji i przy reszcie parametrów danych uzyskujemy wartość zmienności implikowanej. Należy jednak pamiętać, że przy takim kwotowaniu zmienności, również pojawiają się pewne problemy. Modele wyceny są bowiem niedoskonałe, na ceny opcji wpływa prawo popytu i podaży, a ceny te zawierają w sobie marżę zysku, czyli będą wyższe, niż w rzeczywistości wynikałoby to z ich zmienności. Jeśli chodzi o zmienność, to należy pamiętać, że w długim okresie występuje tzw. zjawisko powrotu do średniej. W przypadku stóp procentowych (będących instrumentem bazowym dla omawianych tu opcji *cap* czy *floor*) oznacza to, że jeśli są one w danym momencie stosunkowo wysokie, to istnieje duże prawdopodobieństwo, że spadną. I na odwrót: jeśli są niskie, to prawdopodobne jest, że w najbliższym okresie dojdzie do ich wzrostu. Zasada ta sugeruje, że tradycyjny sposób przeliczania zmienności z krótszych na dłuższe okresy prowadzi do przeszacowania tego parametru i tym samym wartości opcji w modelu Blacka-Scholesa. Oczywiście im dłuższy jest termin, na który wystawiono opcje, tym zagrożenie to ma większe znaczenie. Ponadto, wspomniany model zakłada stałość tego parametru, co jest jedną z przyczyn jego krytyki. Tymczasem wartość zmienności zmienia się i wpływ na nią ma nie tylko metoda szacowania, lecz również przedział czasowy, który weźmiemy do obliczeń, czyli długość okresu, za który szacuje się ten parametr.

Najbardziej popularną miarą zmienności jest wspomniane już odchylenie standardowe. Wprawdzie metoda ta zachęca swą prostotą, jednak nie uwzględnia zjawiska „powrotu do średniej", więc jej stosowanie jest ograniczone.

Oprócz odchylenia standardowego istnieją inne modele pomiaru zmienności. Do powszechnie stosowanych należą[6]:

– prosta kwadratowa średnia ruchoma,
– metoda percentyli (symulacja historyczna),
– wykładniczo ważona średnia ruchoma zmienności,
– GARCH.

Jeżeli chodzi o prostą kwadratową średnią ruchomą, to pomiar zmienności przy jej zastosowaniu jest podobny jak przy użyciu odchylenia standardowego z wyjątkiem założenia, że średnia ma wynosić zero. Jeżeli przyjmiemy, że średnia większości szeregów cenowych jest bliska zera, to średnia ruchoma da wynik podobny do odchylenia standardowego.

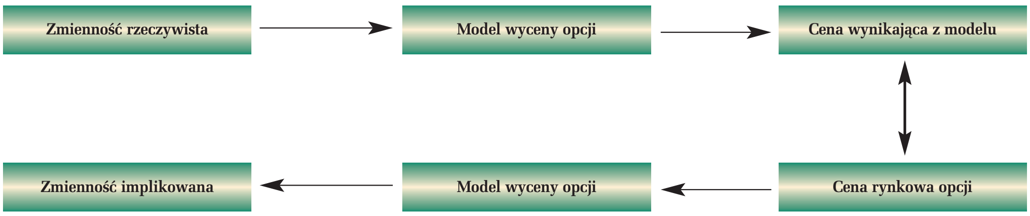
Równanie średniej ruchomej dla kalkulacji zmienności ma postać[7]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=n}^{t=1} (X_t)^2}{n}} \qquad (1)$$

[2] K. Piontek: *Prognozowanie zmienności instrumentów finansowych* - cz. I. „Rynek Terminowy" nr 3/2001, s. 114-121.
[3] J. Hull: *Kontrakty terminowe i opcje.* Warszawa 1998 Wig Press, s. 294.
[4] J. Jóźwiak, J. Podgórski: *Statystyka od podstaw.* Warszawa 2000 PWE, s. 105.
5 T. Garliński, R. Weron: *Krótka historia VOLAX-u – czyli jak próbowano handlować implikowaną zmiennością.* „Rynek Terminowy" nr 6/1999, s. 52-56.

[6] P. Best: *Wartość narażona na ryzyko.* Kraków 2000 Oficyna Ekonomiczna, s. 85.
[7] Tamże, s. 85.

Schemat *Zależność pomiędzy zmiennością implikowaną a rzeczywistą*



Źródło: opracowanie własne na podstawie R. Flavell: Swaps and other derivatives. Chichester John Wiley&Sons, Ltd, s. 275.

gdzie:

X_t – procentowa zmiana ceny dla t–ego dnia ($t = 1$ oznacza zmianę ceny w poprzednim dniu, $t = 2$ oznacza zmianę ceny dwa dni wcześniej itd.)

n – liczba dni, dla których mierzona jest średnia ruchoma.

W przypadku metody percentyli (symulacji historycznej) szereg procentowych zmian cen jest porządkowany rosnąco. Wskaźnik zmienności wyznacza zmiana ceny odpowiadająca kwantylowi równemu wymaganemu poziomowi ufności. Zaletą tej metody jest to, że nie przyjmuje się żadnych założeń co do rozkładu badanego szeregu. Stosuje się ją w przypadku, gdy nie można przyjąć założenia o normalności rozkładu. Zakłada to, że przyszły rozkład stóp zwrotu będzie taki sam, jak w przeszłości, co również nie musi być prawdziwe[8].

W modelu zmienności tworzonym za pomocą wykładniczo ważonej średniej ruchomej (EWMA) ostatnim analizowanym dniom przypisuje się większe wagi niż wcześniejszym. Nie zakłada się, że zmiany cen mają rozkład normalny. Metoda ta jest stosowana przez bank inwestycyjny JP Morgan (obecnie przejęty przez Chase). Równanie oszacowania zmienności za pomocą EWMA ma postać[9]:

$$\sigma = \sqrt{(1-\lambda)\sum_{t=n}^{t=1} \lambda^t (X_t - \mu)^2} \qquad (2)$$

gdzie:

λ – czynnik starzenia się informacji; określa on wysokość wag dla ostatnich dochodów, a także szybkość, z jaką miara zmienności powróci do niższego poziomu po zanotowaniu dużego dochodu,

n – liczba dni wykorzystywana do wyprowadzenia zmienności,

μ – wartość przeciętna w rozkładzie; zazwyczaj zakłada się, że wynosi ona zero.

Na rynkach finansowych szeroko stosowanym modelem jest GARCH, jednak szacowanie parametrów tym sposobem nie jest proste. Na ogół wymaga to dostępu do danych za trzy lata. Parametry powinny być przeliczane raz w miesiącu. W przypadku dużej liczby instrumentów oznacza to konieczność przeprowadzenia wielu obliczeń[10]. Najbardziej użyteczną cechą modelu GARCH wydaje się to, że obejmuje on zjawisko powrotu do średniej, o którym wcześniej pisałam.

Niezależnie od przyjętej metody szacowania zmienności bardzo ważny jest wybór okresu, dla którego obliczamy tę wielkość. J. Hull zaleca, by brać pod uwagę ceny zamknięcia dla danych dziennych z 90 – 180 dni[11].

Pośród przyczyn zmienności cen akcji zwolennicy hipotezy efektywności rynku wymieniają przypadkowo docierające do inwestorów informacje wpływające na przyszłe stopy zwrotu z instrumentów. Inni teoretycy twierdzą, że zmienność jest przede wszystkim efektem rynkowego obrotu walorami. Fama i French przeprowadzili empiryczne testy, by sprawdzić, czy zmienność jest taka sama w dniach sesyjnych i w dniach, gdy nie ma notowań. Po obliczeniu wariancji stopy zwrotu z akcji pomiędzy zamknięciem dwóch kolejnych sesji, kiedy nie występowały między nimi dni wolne oraz wariancji stopy zwrotu z akcji pomiędzy zamknięciem sesji w piątek a zamknięciem sesji w poniedziałek, doszli do wniosku, że zmienność jest znacznie wyższa, gdy giełda jest czynna, niż wtedy, gdy jest zamknięta. Wynika z tego, że jeśli do pomiaru zmienności wykorzystywane są dane dzienne, to dni, w których nie ma sesji, mogą być zignorowane.

Dopasowanie zmienności rzeczywistej i implikowanej przedstawione na schemacie występuje tylko w teorii. W rzeczywistości parametry te mogą być równe jedynie wtedy, gdy rynkowa cena opcji jest taka sama jak cena wynikająca z modelu, co w praktyce jest mało prawdopodobne. Przyczyn takiego stanu rzeczy należy upatrywać w ograniczeniach modelu wyceny

[8] W.L. Jaworski, Z. Zawadzka: *Bankowość – podręcznik akademicki.* Warszawa 2002 Poltext, s. 622.

[9] Tamże, s. 88.

[10] P. Konieczny: *Modele GARCH.* Rynek terminowy nr 4/2000, s. 144.

[11] J. Hull: *Kontrakty...*, op.cit., s. 296.

opcji. Opiera się on na założeniach, z których nie wszystkie są spełnione w praktyce. Dlatego też model ten jest nierzadko krytykowany, jednak na razie lepszego nie stworzono. Jedno z założeń, które nie jest spełnione, to przyjęcie, że zmienność jest wielkością stałą, co oczywiście nie jest prawdą. Ponadto model Blacka-Scholesa bazuje na następujących założeniach[12]:

– ceny akcji zachowują się zgodnie z rozkładem logarytmiczno – normalnym,

– wszystkie koszty transakcyjne oraz podatki są pomijane, a papiery wartościowe są doskonale podzielne,

– w okresie ważności opcji akcje bazowe dla danego kontraktu nie przynoszą dywidend,

– nie istnieją możliwości pozbawionego ryzyka arbitrażu,

– obrót papierami wartościowymi jest ciągły,

– uczestnicy rynku mogą pożyczać i inwestować środki według tej samej, wolnej od ryzyka stopy procentowej,

– krótkoterminowa wolna od ryzyka stopa procentowa jest stała.

W rzeczywistości bardziej poprawnym rozkładem opisującym zmiany cen jest rozkład zawierający tzw. grube ogony. W związku z tym prawdopodobieństwo realizacji wysokiego zysku jest większe, niż zakłada teoria. Oznacza to, że rynkowe ceny opcji są często wyższe, niż wynika to z modelu. To z kolei prowadzi do obliczenia zmienności implikowanej na wyższym poziomie niż wynikająca z modeli służących do liczenia tego parametru.

Efekt „grubych ogonów" ma większe znaczenie przy opcjach, które są głęboko *in-the-money*[13] lub *out-of-the-money*[14], najmniejsze natomiast dla instrumentów, w przypadku których cena rynkowa instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania opcji (tzw. opcje *at-the-money*). Jest to przyczyna tzw. uśmiechu krzywej zmienności. Ponieważ opcja typu *cap* jest strumieniem niezależnych opcji, znaczenie wyrażenia *at-the-money* jest inaczej interpretowane. Zwykle zakłada się, że cena każdego pojedynczego instrumentu *caplet* musi być taka sama i równa stałej stopie procentowej transakcji spawowej, mającej taki sam termin wygaśnięcia jak opcja *cap*[15]. Wartość kontraktu swapowego można obliczyć z następującego wzoru:

$$Fw\,(s,e) = \Sigma d_i \times L_i \times DF_i / \Sigma d_i \times DF_i = (DF_s - DF_e)/(Q_e - Q_s) \quad (3)$$

gdzie:

DF – współczynnik dyskontowy,
s – pierwszy dzień obowiązywania kontraktu swapowego,
e – dzień wygaśnięcia kontraktu swapowego,
i – dzień wyceny kontraktu swapowego,
L – aktualna wartość stopy procentowej *forward,*
d – długość czasu życia swapu do momentu *i.*

Opcje typu *cap* i ich wycena

Transakcja *cap* jest umową pomiędzy sprzedającym a kupującym *cap*. Wynika z niej, że w przypadku wzrostu rynkowej stopy procentowej ponad uzgodniony poziom sprzedający wyrówna posiadaczowi *cap* różnicę pomiędzy uzgodnioną, graniczną stopą procentową a rynkową stopą procentową dla przyjętej w umowie wielkości kapitału i za ustalony w umowie okres.

Na kształtowanie się ceny zakupu opcji *cap* wpływają różnorodne czynniki zewnętrzne, w tym przede wszystkim:

– przewidywana wysokość zmienności rynkowych stóp procentowych; im większą zmiennością charakteryzują się stopy procentowe, tym trudniej przewidzieć ich przyszły poziom, co z kolei wpływa na wzrost ceny kontraktu *cap*;

– obecny poziom stóp procentowych – cena kontraktu *cap* maleje wraz ze zwiększaniem się różnicy pomiędzy aktualnym poziomem stóp procentowych a ustaloną ceną wykonania opcji;

– wysokość kapitału będącego przedmiotem umowy – im większy kapitał dotyczy umowy, tym wyższa jest cena opcji, gdyż zwiększa się ryzyko dla sprzedającego;

– czas trwania umowy – cena opcji rośnie wraz ze wzrostem długości okresu, na który zawarto umowę.

Sprzedawca opcji *cap* liczy na spadek stopy procentowej, dzięki czemu zarabia na premii zapłaconej przez nabywcę. W przypadku wzrostu stóp procentowych ponad ustalony w umowie poziom sprzedawca opcji *cap* ponosi natomiast straty zależne od wysokości tego wzrostu, teoretycznie w zasadzie nieograniczone.

Z matematycznego punktu widzenia *cap* jest serią niezależnych opcji typu *caplet*. Dlatego też wycena opcji *cap* bazuje na wycenie tych pojedynczych instrumentów. *Caplet* to pojedyncza opcja typu *call* wystawiona na stopę procentową *forward* F (t, T), mająca początek w czasie *t* i wygasająca w czasie *T*. Jeśli założymy, że opcja ma cenę wykonania na poziomie *K*%, a umowa *cap* dotyczy kapitału *P*, wtedy:

- W czasie *t* stopa procentowa *F* wynosi *L*%.
- Jeśli $L > K$, to wypłata = $[L – K] \times (T – t) \times P$ zwykle wypłacana w czasie *T*.
- Jeśli $L \le K$, to wypłata = 0.

[12] Tamże, s.299.

[13] Dla opcji typu *call* sytuacja taka występuje, gdy cena rynkowa instrumentu bazowego przekracza cenę wykonania opcji, dla opcji typu *put*, gdy cena wykonania opcji jest wyższa od ceny instrumentu bazowego.

[14] Dla opcji typu *put* sytuacja taka występuje, gdy cena rynkowa instrumentu bazowego przekracza cenę wykonania opcji, dla opcji typu *call*, gdy cena wykonania opcji jest wyższa od ceny instrumentu bazowego.

[15] R. Flavell: *Swaps and other derivatives.* Chichester 2002, John Wiley&Sons, Ltd, s. 276.

Ogólniej wypłatę można wyrazić formułą:

$$\max [0, L - K] \times (T - t) \times P \quad (4)$$

Jeśli wypłata ma nastąpić w czasie t, zgodnie z zasadą kontraktów FRA formuła przybierze następującą postać:

$$\frac{\max[0, L - K] \times (T - t) \times P}{[1 + L \times (T - t)]} \quad (5)$$

Rozważmy następnie opcję wystawioną na obligację sprzedawaną z dyskontem. Załóżmy, że $p\ (t', t, T)$ jest szacowaną ceną obligacji dyskontowej w czasie t', którą instrument ten ma osiągnąć w czasie t. Obligacja ta wygasa w czasie T i wiąże się to z przepływem pieniężnym w pewnej wysokości. Wypłata z tytułu posiadania S opcji typu *put* z ceną wykonania p_k wygasających w czasie t definiowana jest jako:

$$\max [0, - p_k - p\ (t', t, T)\ ] \times S \quad (6)$$

Zgodnie z definicją:

$$p\ (t', t, T) = [1 + L \times (T - t)\ ]^{-1} \quad (7)$$
$$p_k = [1 + K \times (T - t)\ ]^{-1}$$

Po podstawieniu powyższych równań do wzoru na wypłatę otrzymujemy:

$$\frac{\{\max[0, L - K] \times (T - t) \times P\}}{[1 + L \times (T - t)]} \times S \times p_k \quad (8)$$

Podstawiając $S = 1/p_k$, otrzymujemy identyczną funkcję wypłaty jak w przypadku opcji *caplet*. Wynika z tego zatem, że opcję *caplet* można przedstawić w dwojaki sposób: albo jako opcję typu *call* wystawioną na przyszłą stopę procentową albo jako opcję typu *put* wystawioną na obligację dyskontową.

Model Blacka-Scholesa dla opcji typu *caplet* wystawionej na przyszłą stopę procentową $F(t,T)$ może zostać przedstawiony w postaci:

$$C = P \times DF_t \times \{F\ (t, T) \times N\ (d_1) - K \times N\ (d_2)\ \} \times (T - t) \quad (9)$$

Oznaczając zmienność jako σ:

$$d_1 = \{\ln\ (F/\bar{K}) + 0{,}5 \times \sigma^2\ t\ \} \ /\ \sigma\sqrt{t} \quad (10)$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (11)$$

gdzie:

$N(x)$ – dystrybuanta standaryzowanej zmiennej x mającej rozkład normalny,

DF – współczynnik dyskontowy.

Opcje typu *floor* i ich wycena

Kontrakt *floor* jest odwrotnością kontraktu *cap*. W kontrakcie tym określa się kwotę kapitału, okres trwania zobowiązania sprzedawcy i graniczną wysokość stopy procentowej, poniżej której sprzedawca jest zobowiązany wypłacać odsetki od kapitału obliczone według procentu będącego nadwyżką stopy *floor* pod bieżącą stopę procentową, za każdy dzień okresu, w którym taka nadwyżka nastąpiła.

Sprzedawca opcji *floor* liczy na wzrost stopy procentowej. W razie spełnienia się jego oczekiwań, zarabia premię, którą zapłacił nabywca opcji *floor*. W przeciwnym razie, w przypadku spadku stóp procentowych poniżej poziomu ustalonego w umowie, sprzedawca opcji *floor* ponosi straty. Wielkość tych strat zależy od zakresu zmiany stóp procentowych.

Opcja *floor* jest strumieniem opcji *put* wystawionych na stopy procentowe *forward*. Opcje typu *floor* wycenia się również zgodnie z modelem Blacka-Schoelesa.

Założenia:

- Oznaczamy stopę procentową *forward* $F\ (t,\ T)$ jako określaną w czasie od t do T.
- Zakładamy, że opcja ma cenę wykonania równą K%, a umowa dotyczy kapitału P.
- W czasie t stopa procentowa F wynosi L%.
- Wypłata pojedynczego *floorletu* wynosi:

$\max[0, K - L] \times (T - t) \times P$.

Używając tych samych oznaczeń co dotychczas, wartość pojedynczego przepływu opcyjnego (zwanego *floorlet*) kontraktu *floor* wystawionego na stopę procentową *forward* $F\ (t,\ T)$ można zapisać w modelu Blacka-Scholesa jako:

$$Fl = P \times DF_t \times \{K \times N(-d_2) - F(t,\ T) \times N(-d_1)\} \times (T - t) \quad (12)$$

Poniżej podaję przykładową wycenę przepływu *floorlet* wystawionego na 3-miesięczną stopę procentową *forward*[16].

Dane:

Dzisiejsza data: 4 stycznia 2000 r.

Kapitał: 100 mln USD

Stopa forwardowa: data początkowa: 6 lipca 2001 r.
data końcowa: 8 października 2001 r.

Cena wykonania[17]: 6%

Zmienność: 17% w skali rocznej.

Zgodnie ze wzorami 10, 11, 12:

[16] R. Flavell: *Swaps and...*, op.cit., s. 288.

[17] Wyrażona procentem kapitału.

d_1 = {ln (7,106%/6%)+0,5 × 17% × 17% × 1,519}/17% × 1,232 = -0,9123

d_2 = -0,0092 - 17% × 1,232 = 0,7027

$N(-d_1)$ = 0,1808

$N(-d_2)$ = 0,2411

Fl = 100 mln USD × 0,889113 × {6% × 0,2411 - 7.106% × 0,1808} × 0,261 = 37556 USD.

Opcje typu *collar* i zasady ich wyceny

Kiedy inwestor ma już ochronę swoich aktywów w postaci nabytej opcji typu *cap*, popularną strategią jest jednoczesna sprzedaż opcji typu *floor* mającej niższą cenę wykonania niż *cap*. Strategia ta nazywa się właśnie korytarzem (*collar*). Opcje *collar* kupuje się na ogół po to, aby obniżyć koszty opcji *cap*. Kupujący *cap* występuje jednocześnie jako sprzedający *floor*, a zatem ponosi on w tym przypadku mniejsze koszty niż przy inwestycji jedynie w *cap*. Płacąc za *cap* otrzymuje jednocześnie zapłatę za *floor*. W ten sposób inwestor pożyczający środki ma zagwarantowaną stopę procentową leżącą pomiędzy górnym poziomem określanym przez *cap* i dolną granicą wyznaczaną przez *floor*. Całkowity koszt takiej strategii uzależniony jest od kosztów obu tych instrumentów z osobna, które z kolei zależne są od wysokości cen wykonania. Działają tu jednak dwie reguły:

– koszt opcji *cap* zmniejsza się wraz ze wzrostem ceny wykonania

– koszt opcji *floor* zwiększa się wraz ze wzrostem ceny wykonania.

Możliwe jest takie dobranie cen wykonania instrumentów *cap* i *floor* służących do zbudowania danego kontraktu *collar*, że całkowity koszt operacji wyniesie zero.

Ponieważ opcje *collar* są kombinacjami opcji *cap* i *floor*, ich wycena przeprowadzana jest według takich samych modeli, jak wycena każdego z tych instrumentów z osobna, przedstawiona powyżej.

Podsumowanie

W ostatnich dziesięcioleciach obserwujemy stały wzrost ryzyka finansowego. Proces ten przyczynia się do gwałtownego rozwoju instrumentów pochodnych. Wprowadzenie do obrotu opcji egzotycznych stanowiło kolejny etap tego procesu. Instrumenty te cieszą się niezwykłą popularnością wśród inwestorów, ponieważ dają dużo większe możliwości niż dają standardowe derywaty. W Polsce mamy jeszcze stosunkowo niewielką liczbę opcji egzotycznych możliwych do zrealizowania. Rozwinęły się jedynie opcje walutowe. Najbogatszą ofertę rynkową instrumentów zabezpieczających mają w Polsce następujące banki:

– BRE Bank SA,

– Citibank Handlowy,

– Millenium Bank SA,

– Société Générale.

Wprowadzenie do obrotu opcji egzotycznych nadaje nowy wymiar rynkom derywatów poprzez stworzenie podmiotom gospodarczym i finansowym zupełnie nowych możliwości zarządzania ryzykiem. Jednak rozwój tych instrumentów napotyka liczne bariery, do których należą m.in.:

• Brak podstawowej wiedzy o tych instrumentach finansowych. Mam tu na myśli zwłaszcza ich wycenę czy zastosowanie w hedgingu. Szczegółową wiedzę na ten temat mają wyłącznie specjaliści zajmujący się tymi instrumentami zawodowo. Brakuje natomiast tego rodzaju wiedzy u osób zarządzających korporacjami gospodarczymi.

• Obrót opcjami egzotycznymi charakteryzuje się niską płynnością ze względu na niewielką liczbę instytucji finansowych, które je sprzedają.

• Nie ma standaryzacji terminologii, zasad kwotowania, obrotu opcjami oraz brakuje jednolitych zasad wyceny.

• Podmioty gospodarcze i inwestorzy rzadko stosują opcje egzotyczne do zarządzania ryzykiem. Słabo rozwinięte jest stosowanie opcji egzotycznych przez podmioty gospodarcze i inwestorów do zarządzania ryzykiem.

Wynika z tego, że dalszy rozwój opcji egzotycznych zarówno w Polsce, jak i na świecie uzależniony będzie od postępów na wymienionych obszarach. Powinno się to odbyć poprzez promowanie tych instrumentów przez banki, które dokonują obrotu nimi, i zachęcanie choćby eksporterów i importerów do skorzystania np. z egzotycznych opcji walutowych, które w Polsce już funkcjonują. Chodzi tu o uświadamianie menedżerom, że racjonalne zarządzanie ryzykiem jest konieczne do podnoszenia efektywności funkcjonowania korporacji.

Literatura podstawowa

1. P. Best: *Wartość narażona na ryzyko*. Kraków 2000 Oficyna ekonomiczna.
2. S. Brady: *Handle exotics with care*. „Corporate Finance”, marzec 1994, s. 38-39.
3. E. Briys, M. Bellalah, H. M. Mai, F. de Varenne: *Options, futures and exotic derivatives: theory, application and practice*. Chichester 1998 John Wiley & Sons.

4. N.A. Chriss: *Black-Scholes and beyond: option pricing models*. New York 1997 McGraw-Hill Book Company.
5. R. Flavell: *Swaps and other derivatives*. London 2002 John Wiley and Sons, Ltd.
6. T. Garliński, R. Weron: *Krótka historia VOLAXu - czyli jak próbowano handlować zmiennością*. „Rynek Terminowy” nr 6/1999, s. 52-56.
7. J. Hull: *Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie*. Warszawa 1998 WIG Press.
8. W.L. Jaworski, Z. Zawadzka: *Bankowość. Podręcznik akademicki*. Warszawa 2002 Poltext.
9. J. Jóźwiak, J. Podgórski: *Statystyka od podstaw*. Warszawa 2000 Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
10. P. Konieczny: *Modele GARCH*. „Rynek Terminowy” nr 4/2000, s. 142-148.
11. M. Kuźmierkiewicz: *Ewolucja rynku opcji ku pozagiełdowym opcjom egzotycznym i ich klasyfikacja*. „Bank i Kredyt” nr 3/1999, s. 18.
12. I. Nelken: *The handbook of exotic options: instruments, analysis and applications*. New York 1996 Mc Graw-Hill Book Company.
13. K. Piontek: *Prognozowanie zmienności instrumentów finansowych – cz. I.* „Rynek Terminowy” nr 3/01, s. 114-121.
14. N. Taleb: *Dynamic hedging: managing vanilla and exotic options*. New York 1997 John Wiley&Sons.
15. P. Wilmott: *Derivatives. The theory and practice of financial engineering*. Chichester 2000 John Willey & Sons.