

Koncepcja zastosowania metod sztucznej inteligencji w zarządzaniu długiem Skarbu Państwa

Leszek Klukowski, Elżbieta Kuba

Poniższy tekst zawiera zarys koncepcji zastosowania metod sztucznej inteligencji do zarządzania długiem publicznym. Stanowi on kontynuację dotychczasowych prac autorów w zakresie wykorzystania metod sformalizowanych, głównie optymalizacyjnych, w zarządzaniu długiem (publikacje omawiające te prace zamieszczono w spisie literatury niniejszego artykułu). Koncepcja ma wstępną postać; jej rozwinięcie wymaga współpracy z zapleczem naukowym. W opinii autorów zastosowanie proponowanych metod może być dokonane w wyniku współpracy międzynarodowej – jako projekt realizowany pod patronatem agend UE, OECD, IMF, podobnie jak projekt omówiony w pracy Cleasens, Kreuser, Seigel, Wets 1995. Potencjał polskiego środowiska naukowego w tej dziedzinie pozwala na aktywny udział w takim projekcie.

Wprowadzenie

Zarządzanie długiem publicznym można traktować jako proces decyzyjny, tzn. zbiór decyzji mający określoną strukturę. Zarządzanie może być rozpatrywane na dwóch poziomach – w szerszym i węższym sensie. Zarządzanie w szerszym sensie traktuje dług jako jedną ze (współzależnych) zmiennych makroekonomicznych; koncentruje się ono głównie na problemach strategicznych w średnim i dłuższym horyzoncie czasowym. Celem zarządzania jest zwykle maksymalizacja dobroby-

tu, np. PKB lub konsumpcji, w przyjętym przedziale czasu (por. Barro 1995).

W zarządzaniu w węższym sensie uwarunkowania makroekonomiczne stanowią czynnik egzogeniczny. Podstawowym celem zarządzania w węższym sensie jest zapewnienie środków pożyczkowych dla budżetu państwa w taki sposób, aby zminimalizować koszty obsługi długu, przy wypełnieniu warunków ograniczających, wynikających z ryzyka związanego z tymi kosztami (wskutek zmienności sytuacji na rynkach finansowych) oraz uwarunkowań makroekonomicznych, w tym również monetarnych. Dotyczy ono krótkiego i średniego horyzontu czasowego. Zasadnicze decyzje w zarządzaniu w węższym sensie dotyczą struktury emisji instrumentów dłużnych oraz rozkładu emisji w czasie. Określenie struktury emisji ma wiele aspektów, m.in. dotyczy: własności instrumentów dłużnych (okres życia, sposób oprocentowania), rynków, na których są realizowane emisje (krajowy, międzynarodowy), podsektorów rynku (bankowy, instytucji finansowych, pozafinansowy).

Zauważmy, że kryterium (funkcja celu) zarządzania na obu wymienionych poziomach nie musi być identyczne. Nie oznacza to jednak konfliktu celów, ponieważ optymalne zarządzanie w szerszym sensie wyznacza pole manewru dla zarządzania w węższym sensie. Należy dodać, że funkcja celu na każdym poziomie może być wielokryterialna, np. w kryterium zarządzania w węższym sensie może obejmować zarówno koszty obsługi, jak i ryzyko.

Procesy decyzyjne odpowiadające obu rozważanym poziomom zarządzania długiem mogą być opisane w sposób matematyczny. Umożliwia to wyznaczenie optymalnych decyzji przy wykorzystaniu sformalizowanych (matematycznych) procedur wspomagania podejmowania decyzji. Procedury tego typu opierają się na wielu metodach klasycznych – takich jak: programowanie matematyczne (por. np. Grabowski 1980), teoria funkcji decyzyjnych (Greń 1972, DeGroot 1981), teoria sterowania (Bubnicki 2002), teoria prognozy (Granger, Newbold 1986), ekonometria (Charemza, Deadman 1997) oraz bazujących na nowych kierunkach, głównie z dziedziny sztucznej inteligencji (SI), takich jak sztuczne sieci neuronowe (Osowski 1994), algorytmy genetyczne (Goldberg 2003), teoria zbiorów rozmytych (Kacprzyk 1986), inżynieria wiedzy (Mulawka 1996). Procedury wspomagające podejmowanie decyzji wymagają określonego zasobu wiedzy, obejmującego informacje niezbędne do stworzenia racjonalnych modeli decyzyjnych oraz wyznaczenia ich parametrów, a także danych wejściowych dla tych modeli. Wiedza taka może pochodzić bezpośrednio z dostępnych źródeł danych (publikacji, serwisów informacyjnych, danych urzędowych) oraz od uczestników procesu zarządzania długiem. Może też być zgromadzona za pomocą narzędzi z zakresu SI, m.in. w postaci baz wiedzy. Umożliwia to automatyzację zasilania procedur decyzyjnych niezbędnymi informacjami, jak również automatyzację procesów gromadzenia wiedzy, aktualizacji, dostępu, przetwarzania, analiz, wnioskowania itp.

Wszystkie wymienione powyżej sformalizowane metody wspomagania decyzji charakteryzują się znacznym nakładem obliczeń, niemożliwym do zrealizowania bez wykorzystania szybkich komputerów oraz specjalistycznego oprogramowania. Podstawowymi atrybutami wymienionych metod są: optymalność wyników i możliwość określenia ich własności. Wzmacniają one intelekt ludzki techniką komputerową, co umożliwia uzyskanie wyników, np. optymalnych rozwiązań rozważanych problemów, w relatywnie krótkim czasie – w porównaniu z metodami tradycyjnymi. Żadnej z powyższych cech nie mają tradycyjne metody zarządzania długiem. Należy dodać, że zasygnalizowane powyżej metody sformalizowane nie są obecnie stosowane szerzej w praktyce zarządzania długiem na świecie. Najczęściej wykorzystuje się metody symulacyjne (*Danish Government Borrowing and Debt*, 1999, 2000) oraz sformalizowane metody prognozowania, jakkolwiek w literaturze tematu nie brak prac prezentujących ujęcia optymalizacyjne (por. Barro 1995, Cleasens, Kreuser, Seigel, Wets 1995 oraz Elton, Gruber 1998). Zastosowanie tych metod w praktyce byłoby zatem działaniem innowacyjnym, nowatorskim oraz zapewniłoby wiele korzyści, m.in. zwiększenie efektywności zarządzania długiem publicznym, obniżkę kosztów jego obsługi, jak również racjonalne wykorzysta-

nie istniejącego potencjału intelektualnego (środowiska naukowego). Ze względu na fakt, że w większości krajów świata występuje znaczne zadłużenie, można by zrealizować projekt w tym obszarze tematycznym, w ramach współpracy międzynarodowej, np. OECD, UE, IMF. Ubocznym efektem tego typu prac (negatywnym z punktu widzenia zwolenników zarządzania tradycyjnego) byłoby zweryfikowanie wielu prawd obiegowych, wątpliwych hipotez lub mitów funkcjonujących w zarządzaniu długiem.

Dążenie do rozwoju warsztatu zarządzania długiem nie jest jedynym motywem podjęcia tematu zastosowania metod SI do zarządzania długiem. Duże znaczenie ma również zjawisko eksplozywnego wzrostu ilości różnorodnych danych i informacji, będące wynikiem rozwoju komputerowej technologii informacyjnej. W sferze zjawisk ekonomicznych są to m.in. informacje nt.: bieżącej i przewidywanej sytuacji makroekonomicznej poszczególnych krajów, koniunktury światowej, sytuacji na rynkach finansowych, przemian statusu (celów, struktur, metod działania) międzynarodowych organizacji ekonomicznych (np. OECD) i ekonomiczno-politycznych (np. Unii Europejskiej). Dawniej informacje charakteryzujące się obecnym poziomem szczegółowości i częstotliwości (np. wszystkich transakcji na określonym rynku) nie były dostępne. W przypadku, gdy poziom szczegółowości danych nie przekracza progu percepcji odbiorcy, ich dostępność pogłębia wiedzę, pozwala wnikliwiej poznać realia, umożliwia podejmowanie lepszych decyzji. W przeciwnym razie może prowadzić do częściowego wykorzystania danych, niekoniecznie tych o newralgicznym znaczeniu w danym okresie. Skutki nadmiaru danych – w stosunku do możliwości percepcji – mogą być wówczas negatywne, np. pogorszenie jakości decyzji wskutek jednostronności postrzegania realiów. Dążenie do pełnego wykorzystania dostępnych informacji wymaga odpowiedniej metodologii ich opracowywania, tj. gromadzenia, dostępu, przetwarzania. Funkcje takie spełniają elektroniczne systemy informacyjne. Zmienność zjawisk opisywanych przez pozyskiwane dane i informacje oraz ich złożona struktura wymagają niejednokrotnie dodatkowo możliwości automatycznego rozwoju systemu w wyniku uczenia się, na podstawie postaci, treści i struktury zgromadzonych informacji. Ponadto we współczesnym świecie wiele danych i informacji ma charakter przybliżony, nieprecyzyjny, niekompletny, niepewny, np. wskutek występowania zakłóceń losowych lub chaotycznych czy braku jednoznacznych mierników (np. poziom trafności wniosków z analiz rynku). W dwóch ostatnich sytuacjach (zmienność i złożoność zjawisk, ułomność danych), standardowe systemy informacyjne stają się często zawodne (wymagają modernizowania), a klasyczne metody analizy danych i wspomagania decyzji są niedostosowane do danych wejściowych (dane nie spełniają założeń), co

uniemożliwia ich zastosowanie lub prowadzi do błędnych wyników. Konieczne są metody o wyższym poziomie ogólności, oparte na słabszych założeniach, odporne na nieprecyzyjne dane wejściowe. Z taką sytuacją mamy do czynienia w przypadku zjawisk makroekonomicznych oraz zachodzących na rynkach finansowych – lokalnych i globalnych. Sztuczna inteligencja jest dziedziną, która wychodzi naprzeciw wymienionym potrzebom. Niniejsza praca ma na celu przedstawienie zarysu koncepcji wykorzystania określonych metod z dziedziny SI do zarządzania długiem Skarbu Państwa; stanowi kolejny etap zasygnalizowanych powyżej prac, dotyczących optymalizacji zarządzania.

Charakterystyka wybranych metod z dziedziny sztucznej inteligencji

Sztuczna inteligencja jest grupą metod przeznaczonych – mówiąc najogólniej – do przetwarzania wiedzy przy wykorzystaniu systemów komputerowych. Powyższe określenie SI nie będzie w niniejszym tekście – ze względu na jego wprowadzający charakter – uszczegóławiane i pogłębiane, natomiast w celu zwiększenia intuicyjności zostaną zasygnalizowane jego istotne cechy.

1. Metody zaliczane do SI opierają się na algorytmach i procedurach sformalizowanych; jest to warunek konieczny dla implementacji komputerowej. Wiele z tych algorytmów i procedur powstawało wraz z rozwojem techniki komputerowej, m.in. omawiane poniżej sztuczne sieci neuronowe i algorytmy genetyczne. Źródłem niektórych z nich są koncepcje heurystyczne.

2. Metody SI zakładają wykorzystanie nieprecyzyjnych danych, przy czym oprócz klasycznych sposobów ich wyrażenia, np. w postaci probabilistycznej, wykorzystują inne ujęcia, m.in.: teorię zbiorów rozmytych, zbiorów przybliżonych oraz zmiennych niepewnych. W zastosowaniach znaczną popularność zyskały zbiory rozmyte; umożliwiają one uogólnienie logiki dwuwartościowej (prawda – fałsz) przez wprowadzenie funkcji określającej poziom przynależności ustalonego elementu do rozważanego zbioru. Pozwala to formułować w sposób matematyczny odpowiedniki intuicyjnych określeń typu dobra koniunktura, sprzyjająca sytuacja itp. oraz dokonywać na nich określonych operacji (np. wnioskowania).

3. Modele analizowanych zjawisk (np. rynku finansowego) formułowane na gruncie SI charakteryzują się niższymi wymaganiami co do apriorycznej wiedzy nt. rozważanego zjawiska oraz mniej ograniczającymi założeniami – w stosunku do metod klasycznych. Np. opracowanie klasycznego, ekonometrycznego modelu rynku finansowego wymaga wyspecyfikowania zmiennych, dokonania ich podziału na endo- i egzogeniczne, określenia postaci analitycznej ich powiązań (równań), estymacji parametrów strukturalnych równań na pod-

stawie danych, zwykle szeregów czasowych, oraz statystycznej weryfikacji wyników estymacji. Analogiczny model oparty na sztucznych sieciach neuronowych wymaga jedynie określenia zmiennych wejściowych i wyjściowych, rodzaju sieci i parametrów określających jej strukturę, a następnie realizacji procesu uczenia sieci, oceny wyników uczenia i – ewentualnie – dokonanie korekt. W przypadku sieci nie występuje zatem problem określenia postaci analitycznej powiązań, estymacji parametrów oraz statystycznej weryfikacji wyników (w takim zakresie, jak w modelach ekonometrycznych). Model sieci jest więc bliższy modelowi typu czarna skrzynka, w którym dokonuje się adaptacyjne dostosowanie struktury do postaci danych wejściowych i wyjściowych.

4. Metody SI wykorzystują w szerokim zakresie procedury wnioskujące, uczące, samoorganizujące; nadają zatem działaniom systemu komputerowego cechy inteligencji ludzkiej. Zastosowanie takich procedur przetwarzania wiedzy wymaga jej odpowiedniej reprezentacji; jest to przedmiotem zainteresowania inżynierii wiedzy – niektóre aspekty tego zagadnienia przedstawiono poniżej (por. np. Mulawka 1996).

Powyższe własności metod SI powodują, że można je stosować w dziedzinach trudno dostępnych dla klasycznych dyscyplin, w szczególności umożliwiając przetwarzanie wiedzy o charakterze jakościowym (nie ilościowym). Nie oznacza to, oczywiście, eliminacji metod klasycznych. W przypadku spełnienia założeń przyjmowanych w metodach klasycznych, np. w programowaniu matematycznym, wyniki otrzymane na ich podstawie mają optymalne własności; zwykle przewyższają one jakość wyników otrzymanych na podstawie metod opartych na słabszych założeniach, np. optymalizacji dokonanej przy wykorzystaniu sieci neuronowych. W pewnych przypadkach, np. trudności lub braku możliwości weryfikacji przyjętych założeń, zasadne jest równoległe wykorzystanie obu grup metod; umożliwia to porównanie i wydobycie pozytywnych własności z każdej z nich.

Metody SI pozwalają przenieść na komputery znaczną część pracy wykonywanej dotychczas – ze względu na konieczność posiadania określonej wiedzy i umiejętności jej wykorzystania – przez ludzi, specjalistów w określonych dziedzinach. Można też traktować wyniki uzyskane za pomocą SI jako punkt odniesienia dla innych metod, w tym eksperckich. Nie zwalnia to użytkowników SI od nabycia wiedzy w zakresie własności wykorzystanych metod. Inaczej mówiąc, użytkownik musi umieć ocenić wyniki pracy, którą wykonał komputer stosując metody SI (fakt ten wymaga podkreślenia, ponieważ niekiedy producenci oprogramowania przemilczają go).

Systemy bazujące na SI, przeznaczone do rozwiązywania problemów o nietrywialnym stopniu złożoności, nie powstają samorzutnie. Muszą być stworzone,

podobnie jak elektroniczne systemy informacyjne, przez specjalistów dwojakiego rodzaju: z dziedziny, której dotyczy system, oraz z zakresu SI. Tworzenie systemów SI jest zwykle złożonym procesem. Obejmuje m.in.: pozyskiwanie i strukturalizację wiedzy oraz określenie metod wnioskowania, określenie metod, algorytmów i procedur do rozwiązania problemów wchodzących w zakres systemu, opracowanie oprogramowania umożliwiającego dialog użytkownika z systemem. Realizacja każdego z tych zadań jest odrębnym podproblemem; rezultaty muszą mieć określone własności, np. wiedza i reguły wnioskowania muszą mieć własność niesprzeczności. Stosowanie systemów SI jest zatem celowe w przypadku złożonych, ewoluujących systemów, w których występują „trudne” problemy analityczne, diagnostyczne, prognostyczne, decyzyjne itp., wymagające wielokrotnego lub permanentnego rozwiązywania. Sytuacja taka ma miejsce w procesie zarządzania długiem. Można w nim wyróżnić kilka faz: analizę sytuacji ekonomicznej kraju i stanu koniunktury światowej, analizę sytuacji na rynkach finansowych, diagnozę sytuacji w zakresie długu, prognozę określonych zmiennych ekonomicznych (np. deficytu budżetowego, stóp procentowych) oraz optymalizację określonych własności długu, np. struktury sprzedaży instrumentów dłużnych w przyjętym przedziale czasu. W celu zmniejszenia nakładu pracy koniecznego do stworzenia systemu SI stosuje się standardowe narzędzia komputerowe, m.in. procedury do pozyskiwania wiedzy i zarządzania wiedzą, procedury wnioskujące, interfejsy do komunikacji z użytkownikiem, oraz odpowiednie języki programowania, np. Lisp (język do przetwarzania tzw. list), Prolog (język obiektowy umożliwiający wnioskowanie na podstawie faktów i reguł), C++ (uniwersalny język proceduralny).

SI jest obecnie rozległą dziedziną wiedzy, dynamicznie rozwijającą się. Niektóre jej metody znajdują się w fazie eksperymentalno-wdrożeniowej, np. inżynieria wiedzy. Do metod o ugruntowanej pozycji aplikacyjnej należy natomiast poddziedzina określana w literaturze anglojęzycznej mianem *computational intelligence* (inteligentne systemy obliczeniowe). Zalicza się do niej problematykę sieci neuronowych, zbiorów rozmytych oraz algorytmów genetycznych i ewolucyjnych (por. na ten temat pracę Rutkowskiej, Pilińskiego i Rutkowskiego 1997). Powodem ich upowszechnienia jest możliwość rozwiązania szerokiego zakresu problemów, dostępność oprogramowania oraz fakt, że ich stosowanie nie wymaga rozległej wiedzy teoretycznej. Należy dodać, że w literaturze tematu przedstawiono wiele klasyfikacji poddziedzin SI, wg różnych kryteriów – wyodrębniając klasy metod (np. sieci neuronowe) lub rodzaje zastosowania (np. podejmowanie decyzji). Klasyfikacje te są zwykle bliższe koncepcjom *rozmytości* niż teorii mnogości, wyodrębnione dziedziny zawierają wspólne obszary.

Poniżej zostaną scharakteryzowane zwięźle wymienione poddziedziny SI, tj. inteligentne systemy obliczeniowe oraz problematyka reprezentacji wiedzy; zasygnalizowany będzie sposób zastosowania w zarządzaniu długiem Skarbu Państwa.

Sztuczne sieci neuronowe można traktować jako uproszczony matematyczny model mózgu, składający się z dużej liczby elementów przetwarzających informacje, nazywanych przez analogię do biologii neuronami (por. Osowski 1994, Witkowska 2002). Przetwarzanie informacji przez neuron polega na wygenerowaniu sygnału wyjściowego, na podstawie sygnałów wejściowych. Neurony są powiązane w struktury (sieci) za pomocą połączeń o parametrach nazywanych wagami. Można wyodrębnić neurony wejściowe, przyjmujące sygnały zewnętrzne, neurony wyjściowe, zawierające wynik działania (odpowieź) sieci, oraz neurony zawarte między wejściowymi i wyjściowymi, tworzące warstwy wewnętrzne (ukryte). Połączenia neuronów podlegają modyfikacji w trakcie procesu uczenia sieci. Uczenie polega na wyznaczeniu wartości wag na podstawie zestawów danych wejściowych i wyjściowych w taki sposób, aby zminimalizować przyjęty wskaźnik jakości działania sieci – zwykle błąd średniokwadratowy sygnałów wyjściowych. Istnieje kilka podstawowych algorytmów uczenia sieci; do najczęściej wykorzystywanych należą: algorytm wstecznej propagacji błędów i rekurencyjny algorytm metody najmniejszych kwadratów. Łączne natężenie oddziaływania sygnałów wejściowych na dany neuron (z warstwy ukrytej lub wyjściowej) zależy od wartości wag łączących ten neuron z neuronami przekazującymi sygnały wejściowe (w przypadku neuronów wejściowych sygnały pochodzą z zewnątrz sieci). Sygnał wyjściowy neuronu jest określony przez natężenie sygnałów wejściowych oraz funkcję opisującą jego reaktywność. W niektórych rodzajach sieci dopuszcza się sprzężenia zwrotne, tj. oddziaływanie sygnałów z neuronów wyjściowych na wejściowe. Struktura połączeń neuronów oraz ich parametry (wagi) określają program działania sieci, a sygnały występujące na wyjściach, w odpowiedzi na sygnały wejściowe, określają rozwiązanie zadań stawianych sieci. Struktura sieci wykorzystanej do rozwiązania rozważanego problemu, tzn. liczba neuronów wejściowych i wyjściowych, liczba warstw ukrytych i liczba neuronów w każdej warstwie, musi odzwierciedlać własności tego problemu. Strukturę sieci do określonego zastosowania wyznacza się metodą prób i błędów lub przy wykorzystaniu odpowiednich algorytmów, m.in. omawianych dalej algorytmów genetycznych. Wskazówki dotyczące doboru rodzajów sieci do określonych klas problemów zawiera obszerna literatura tematu, m. in. wymienione powyżej pozycje; interesujące przykłady zastosowań podano w trzytomowym wydawnictwie *Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku* (2002). Sieci neuronowe mogą być

wykorzystywane do rozwiązywania wielu różnorodnych problemów, m.in.:

- analitycznych, np. klasyfikacji danych (por. zastosowanie w zarządzaniu długiem omówione w pracy Klukowskiego i Kuby 2002b), badania zależności między różnymi zjawiskami, filtracji sygnałów (usuwania zakłóceń losowych),

- prognostycznych, zwłaszcza w przypadku zjawisk o złożonej, nie w pełni znanej, nieliniowej strukturze,

- optymalizacyjnych, w przypadku których nie znajdują zastosowania klasyczne metody programowania matematycznego.

Z tego względu mogą być wykorzystane do rozwiązywania złożonych problemów decyzyjnych, w tym również występujących w zarządzaniu długiem publicznym, m.in. dotyczących prognozowania sytuacji na rynkach finansowych oraz określania optymalnej struktury emisji instrumentów dłużnych.

Teoria zbiorów rozmytych pozwala – jak już zaznaczono – na uogólnienie logiki dwuwartościowej (prawda – fałsz) i klasycznej teorii mnogości, co umożliwia wykonywanie sformalizowanych operacji, przy wykorzystaniu nieprecyzyjnej wiedzy (por. Kacprzyk 1986). Źródłem nieprecyzyjności jest rodzaj (treść) wiedzy, a nie np. występowanie zakłóceń losowych. W klasycznej teorii mnogości zbiór może być wyznaczony przez obiekty mające określoną własność. Brak tej własności implikuje brak przynależności obiektu do zbioru i nie występuje możliwość stanów pośrednich, tzn. częściowej przynależności. W teorii zbiorów rozmytych dopuszcza się taką możliwość. Podstawowym pojęciem teorii zbiorów rozmytych jest zbiór rozmyty. Definiuje się go matematycznie – w uproszczeniu – jako zbiór par:

$$A = \{x, \mu(x); x \in X\},$$

gdzie:

X – pewien zbiór w rozumieniu teorii mnogości,

x – element zbioru X ,

$\mu(x)$ – funkcja przynależności, określająca poziom przynależności elementu x do zbioru X , przyjmująca wartości z przedziału $[0, 1]$.

Wartość funkcji przynależności równa jeden oznacza pełną przynależność elementu do zbioru, wartość zero – brak przynależności, tj. $x \notin A$, wartości z wnętrza przedziału $[0, 1]$ – stany pośrednie; wartości dążące do jedności odpowiadają zbliżaniu się do pełnej przynależności, a dążące do zera – zbliżaniu do braku przynależności.

Przykładem zbioru rozmytego może być sytuacja określona stwierdzeniem „dobra koniunktura”. Jeśli w rozważanym okresie występuje bezsprzecznie dobra koniunktura, to funkcja przynależności przyjmuje wartość jeden, jeśli jest umiarkowanie dobra, to wartość ta może być równa np. 0,6, jeśli występuje bezsprzeczna recesja, to wartość jest równa zero. Określony element

może należeć jednocześnie do wielu zbiorów rozmytych z różnymi wartościami funkcji przynależności, np. stan koniunktury w ustalonym okresie może należeć do zbioru dobra koniunktura z wartością funkcji przynależności 0,85, do zbioru przeciętna koniunktura – z wartością funkcji przynależności 0,45 – oraz do zbioru recesja – z wartością funkcji przynależności 0,01. Teoria zbiorów rozmytych umożliwia określenie rozmytych odpowiedników pojęć z klasycznej teorii mnogości, np. alternatywy, koniunkcji oraz relacji. Pozwala to na opracowanie algorytmów wnioskowania, optymalizacji i sterowania różnorodnymi procesami, na podstawie nieprecyzyjnych (rozmytych) informacji wejściowych, w tym również w postaci zbliżonej do języka naturalnego. Podejście rozmyte eliminuje argument, głoszony przez niektórych ekspertów, że nie można stosować metod matematycznych (i ich komputerowych algorytmów) w przypadku braku precyzyjnych danych wejściowych; często ujęcie to może bazować na (sensownych) opiniach eksperckich. Metody rozmyte zyskały wiele zastosowań w ekonomii i technice (por. *Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku* 2002).

Algorytmy genetyczne są klasą algorytmów służących do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, tzn. wyznaczania najlepszego rozwiązania (por. Goldberg 2003). Idea ich działania jest analogiczna do mechanizmów selekcji zachodzących w trakcie ewolucji populacji żywych organizmów, w procesie dostosowywania do środowiska naturalnego (przypomnijmy, że również sieci neuronowe są modelem obiektów biologicznych). Algorytmy oparte na tej idei mają charakter heurystyczny, nie należą do klasy dokładnych algorytmów programowania matematycznego. Prezentacja matematycznej postaci algorytmów genetycznych wymaga wprowadzenia definicji wielu pojęć, toteż zostaną podane jedynie ich podstawowe cechy. Należą do nich:

- 1) iteracyjna procedura wyszukiwania rozwiązania optymalnego; każda iteracja bazuje na pewnej liczbie rozwiązań (populacji rozwiązań), a nie na pojedynczym punkcie startowym, jak w przypadku wielu klasycznych metod programowania matematycznego;

- 2) wyszukiwanie rozwiązania optymalnego wyłącznie na podstawie wartości funkcji celu (nazywanej też funkcją przystosowania) problemu optymalizacyjnego, a nie na podstawie jej pochodnych lub innych własności;

- 3) stosowanie losowych, a nie deterministycznych metod modyfikacji zbioru populacji, w którym poszukuje się rozwiązania optymalnego, w kolejnych iteracjach. Modyfikacja taka polega – mówiąc najogólniej – na krzyżowaniu i mutacji rozwiązań (osobników populacji), które zapewniają korzystne wartości funkcji celu i eliminację rozwiązań o niekorzystnych własnościach. Krzyżowanie oznacza generowanie nowych rozwiązań (potomków) przez kombinację rozwiązań wejściowych

(materiału genetycznego rodziców), a mutacja – zmianę (transformację) własności (materiału genetycznego) określonego rozwiązania (osobnika). Krzyżowanie i mutacja tworzą nowe pokolenie rozwiązań (osobników) – podstawę działania algorytmu w kolejnej iteracji.

Realizacja algorytmu genetycznego wymaga odpowiedniego sformułowania problemu, co obejmuje m.in.: odpowiedni sposób zakodowania zbioru rozwiązań (zwykle w postaci ciągu zero-jedynkowego), określenie probabilistycznych parametrów krzyżowania i mutacji oraz parametrów wyznaczających moment zakończenia algorytmu (procedury iteracyjnego wyszukiwania optymalnego rozwiązania), a także definicję funkcji przystosowania.

Algorytmy genetyczne są uznawane za skuteczne narzędzie rozwiązywania problemów optymalizacyjnych nie spełniających założeń przyjmowanych w klasycznych metodach optymalizacji, np. w przypadku optymalizacji funkcji ciągłych, niespełniających warunków dotyczących pochodnych, jak również trudnych problemów dyskretnych oraz zadań mieszanych, zawierających zmienne ciągłe i dyskretnie. Istnienie algorytmów tego typu pozwala na znaczące poszerzenie zakresu zagadnień, które można efektywnie rozwiązać. Należy zaznaczyć, że rozwiązanie otrzymane w wyniku zastosowania algorytmu heurystycznego nie gwarantuje rzeczywistej optymalności, jak to ma miejsce w klasycznych metodach programowania matematycznego. Stanowi jednak zwykle znaczący postęp w stosunku do rozwiązań, które można uzyskać w sposób intuicyjny, zwłaszcza w przypadku trudnych, złożonych matematycznie problemów; w typowych przypadkach otrzymuje się co najmniej stabilne rozwiązania suboptymalne. Istotną własnością tych algorytmów jest uniwersalność, tzn. wspólna idea dla bardzo różnych typów problemów, co odróżnia je od wąsko wyspecjalizowanych algorytmów heurystycznych. Ponadto, niektóre problemy, m.in. z zakresu optymalizacji dyskretnych, mogą być rozwiązane bez nadania im postaci wymaganej w klasycznym programowaniu matematycznym. W literaturze tematu przedstawiono wiele pozytywnych przykładów zastosowań algorytmów omawianego typu (por. np. *Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku* 2002). Za szczególnie interesujące i wartościowe (poznawczo i aplikacyjnie) należy uznać skojarzenie ich z sieciami neuronowymi, np. wykorzystanie algorytmu genetycznego do określenia struktury sieci neuronowej, reguł uczenia, wartości wag (por. np. cytowaną powyżej pracę Rutkowskiej, Pilińskiego i Rutkowskiego 1997) oraz zastosowanie do optymalizacji problemów ulegających zmianom (ewolucji) w czasie (por. Trojanowski 2002). Problemy ulegające ewolucji nierzadko występują w praktyce, a ich rozwiązanie za pomocą klasycznych metod napotyka niejednokrotnie na trudności. Rozwój koncepcji, które legły u podstaw algorytmów genetycznych, doprowadził do wykrystalizowania

się bardziej ogólnych ujęć nazywanych algorytmami ewolucyjnymi. Pozwalają one m.in. poszerzyć obszar zastosowań, zwiększyć efektywność działania (wyszukiwania rozwiązania) i ułatwić implementację (np. sposób kodowania problemu). Umożliwia to zastosowanie w przypadku problemów optymalizacji zarządzania długiem, wykazujących znaczny poziom złożoności, zależnych od szerokiego zestawu zmiennych, m.in.: makroekonomicznych i koniunkturalnych (związanych z funkcjonowaniem rynków finansowych), ulegającym stałym zmianom i przeobrażeniom w czasie.

Termin **reprezentacja wiedzy** oznacza nadanie jej postaci umożliwiającej zapisanie w pamięci systemu komputerowego oraz wykorzystanie zgodne z potrzebami użytkownika tego systemu. Wiedza jest jedną z podstaw systemów sztucznej inteligencji. W sposób ogólny wiedzę można określić jako opis rozważanego wycinka rzeczywistości, objętego zakresem systemu SI. Na gruncie logiki wiedzę można traktować jako zbiór faktów oraz określone relacje na tym zbiorze. Wyróżnia się dwa podstawowe rodzaje reprezentacji wiedzy (por. Mulawka 1996):

- reprezentację proceduralną, polegającą na określeniu zbioru procedur, działanie których reprezentuje wiedzę nt. rozważanego wycinka rzeczywistości (np. zbiór praw rządzących określonymi zjawiskami fizycznymi);

- reprezentację deklaratywną, polegającą na określeniu zbioru faktów, stwierdzeń i reguł specyficznych dla tego wycinka rzeczywistości (np. opis zespołu pracowników z realizowanymi przez nich zadaniami).

Dobór sposobu reprezentacji wiedzy do rodzaju opisywanej rzeczywistości zależy od własności tej rzeczywistości i celu działania systemu SI. Nie jest – w przypadku realnych (nie abstrakcyjnych), złożonych zjawisk – zadaniem łatwym, ponieważ znaczna część wiedzy ma charakter empiryczny, niepewny, przybliżony; może też zawierać fakty sprzeczne i błędne.

Komputerowa reprezentacja wiedzy może mieć postać baz wiedzy. Istnieje kilka podstawowych technik tworzenia baz wiedzy. Scharakteryzowano je zwięźle poniżej, wg klasyfikacji przedstawionej w przywołanej pracy Mulawki 1996.

- Metody oparte na klasycznej logice formalnej – rachunku zdań i rachunku predykatów. Reprezentacja wiedzy ma w tym przypadku postać zdań, których prawdziwość jest określona w logice dwuwartościowej (prawda – fałsz), połączonych w formuły (wyrażenia logiczne) za pomocą funkcyj (spójników logicznych): negacji, alternatywy, koniunkcji, implikacji i równoważności. W rachunku predykatów występują dodatkowo kwantyfikatory: *dla każdego* oraz *istnieje taki (obiekt)*, że. Metody te są dogodnie do wyrażania wiedzy mającej postać przesłanek i wniosków, przy czym prawdziwość przesłanek musi podlegać jednoznacznej ocenie.

- Metody wykorzystujące zapis stwierdzeń. Stwierdzenia stanowią jeden z podstawowych składników baz wiedzy. W ujęciu tym stwierdzenia mają postać uporządkowanych trójek (<OBIEKT>, <ATRYBUT>, <WARTOŚĆ>) lub czwórek, zawierających dodatkowo miernik pewności (prawdziwości) każdego z twierdzeń, np. z przedziału [0, 1]. Metody te są dogodne do opisu cech rozważanych obiektów, co występuje w wielu systemach, np. analitycznych i diagnostycznych.

- Metody wykorzystujące systemy regułowe. W ujęciu tym wiedza ma postać pewnej sieci (łańcucha) reguł, tj. przesłanek i wniosków, przy czym istnieje możliwość określenia stopnia prawdziwości reguły, np. w postaci liczby z przedziału [0, 1]. Systemom regułowym można nadać tzw. postać wektorową, charakteryzującą się zwieżłością zapisu, dogodną do weryfikacji poprawności baz wiedzy. Metoda ta ma zastosowanie w systemach klasyfikujących, diagnozujących, monitorujących itp.

- Metody wykorzystujące sieci semantyczne. Reprezentacja ta opiera się na przedstawieniu wiedzy jako zbioru węzłów, powiązanych relacjami. Węzły mogą być obiektami ogólniejszymi niż stwierdzenia; relacje można traktować jako odpowiednik łuków w grafie, tzn. mogą być one skierowane (kierunek łuku pokazuje kierunek definicji obiektów lub kierunek wnioskowania) bądź nie. Graf utworzony przez obiekty i relacje może być zamknięty lub nie. Węzłom i łukom w grafie mogą być przypisane miary określające prawdziwość. Metoda ta jest przydatna do reprezentacji złożonych zjawisk, nie poddających się w pełni formalizacji, np. języka naturalnego.

- Metody oparte na ramach. Ujęcie to pozwala jednocześnie na deklaratywną i proceduralną reprezentację wiedzy. Podstawowym pojęciem w tej reprezentacji jest tzw. rama, tj. struktura informacji opisująca określony obiekt, złożona z podstruktur nazywanych kłatkami, z których każda opisuje określoną cechę obiektu. Klatki dzielą się na mniejsze (podstawowe) elementy – fasety. Fasety mogą zawierać dane dowolnego rodzaju: liczby, teksty, jak również kolejne ramy, co pozwala na tworzenie struktur hierarchicznych. Konstrukcje tego typu umożliwiają dziedziczenie własności danych ze struktury nadrzędnej przez strukturę podrzędną, co zmniejsza redundancję danych. Do ram mogą być przypisane procedury wykonujące określone operacje na danych. W typowych systemach reprezentacji wiedzy za pomocą ram występują pewne standardowe typy klatek i faset, przeznaczone do realizacji standardowych funkcji, np. definiujące strukturę ramy, domyślne wartości danych, zakresy wartości danych. Istnienie struktur hierarchicznych oraz procedur związanych z danymi umożliwia wnioskowanie. Systemy oparte na ramach mogą powiększać zbiór faktów poprzez włączanie otrzymanych automatycznie wniosków. Wymienio-

ne cechy ramowej reprezentacji wiedzy sprawiają, że można wykorzystać tę metodę do opisu złożonych zjawisk, ulegających zmianom w czasie, w przypadku których istotne są funkcje wnioskowania.

- Metody oparte na modelach obliczeniowych. Ujęcie to jest przeznaczone do tworzenia systemów, których podstawową funkcją jest dokonywanie obliczeń, np. pakietów wspomagających projektowanie inżynierskie. Podstawowymi elementami modelu obliczeniowego są: zbiór zmiennych oraz zbiór relacji częściowych wiążących te zmienne. Model obliczeniowy można przedstawić w postaci sieci, w której zmienne i relacje są węzłami, a łuki łączą zmienne oraz związane z nimi relacje. Modele opisujące powiązane wzajemnie zjawiska mogą tworzyć struktury – wyniki obliczeń pewnego modelu lub grupy modeli (np. prognostycznych) mogą generować dane wejściowe dla innych modeli (np. optymalizacyjnych).

Należy dodać, że do technik reprezentacji wiedzy można również zaliczyć pamięć sieci neuronowych, będącą wynikiem procesu uczenia, oraz wiedzę zawartą w populacjach, wykorzystywanych w algorytmach genetycznych i ewolucyjnych. Wiedza ta jest automatycznie aktywizowana w trakcie działania sieci neuronowej lub algorytmu genetycznego.

Dobór metody reprezentacji wiedzy dla ustalonego zagadnienia jest dokonywany na podstawie jego własności oraz funkcji, które ma realizować system SI. Do opisu złożonych, różnorodnych zjawisk, w których występuje np. wiedza mająca cechy deklaratywne, proceduralne i obliczeniowe, może być konieczne wykorzystanie więcej niż jednego sposobu reprezentacji. Sytuacja taka występuje w przypadku zarządzania długiem rozumianego łącznie – zarówno w szerszym, jak i węższym sensie.

Metody sztucznej inteligencji w zastosowaniu do problemów zarządzania długiem

Przedstawione powyżej – w zarysie – wybrane aspekty problematyki SI pokazują, że zasadne jest ich zastosowanie do optymalizacji zarządzania długiem Skarbu Państwa. Metody SI w zarządzaniu długiem można wykorzystać na wiele sposobów. Prezentacja kompleksowej, szczegółowej koncepcji w tym zakresie wymaga pogłębienia opisu technicznej strony tych metod, m.in. matematycznego zdefiniowania wielu pojęć, jak również sformułowania (na gruncie SI) lub rozwinięcia i dopracowania wielu podproblemów z zakresu zarządzania długiem. Dlatego w niniejszym tekście zostanie przedstawiony jedynie zarys takiej koncepcji – jednej z możliwych (autorzy są otwarci na uwagi, postulaty i propozycje). Poniższe omówienie, mimo hasłowego charakteru, pozwala przekazać zasadnicze idee proponowanego ujęcia problemu.

Podstawowe punkty koncepcji można sformułować następująco.

I. Problemy, których rozwiązywanie ma zapewnić system:

1) zarządzanie długiem w szerszym sensie – określenie optymalnego poziomu długu Skarbu Państwa oraz deficytu budżetowego w przyjętym, wieloletnim horyzoncie czasu. Kryterium optymalizacji powinien być miernik (mierniki) dobrobytu w całym okresie, np. łączna wartość konsumpcji (por. Barro 1995), a ograniczeniami – krytyczne wartości określonych zmiennych makroekonomicznych, np. poziomu wydatków budżetu państwa;

2) zarządzanie długiem w węższym sensie, tzn. określenie optymalnych decyzji (minimalizujących koszty obsługi długu) w zakresie:

a) poziomu i struktury sprzedaży poszczególnych rodzajów skarbowych instrumentów dłużnych, w przyjętych okresach; zasadne wydaje się wyodrębnienie kilku długości okresów, np. bieżącego (kwartału), bieżącej ustawy budżetowej (roku), wieloletniego (strategicznego – co najmniej trzyletniego);

b) transakcji na istniejącym długu w przyjętych okresach: zamiany, przedterminowego wykupu, *swap* itp.;

c) rozkładu w czasie terminów sprzedaży i wykupu instrumentów dłużnych;

d) zestawu instrumentów dłużnych, głównie obligacji skarbowych, niezbędnych do zarządzania długiem.

Optymalizacja musi być dokonana przy ograniczeniach wynikających z uwarunkowań makroekonomicznych oraz dopuszczalnego poziomu ryzyka, powodowanego przez zmienność sytuacji na rynkach finansowych. Optymalizacja może mieć charakter wielokryterialny, np. obejmować koszty i ryzyko łącznie;

3) dokonywanie diagnozy własności istniejącego długu, zwłaszcza z punktu widzenia czynników stanowiących podstawę dla optymalizacji:

a) bieżącej i przewidywanej sytuacji makroekonomicznej kraju i budżetu państwa oraz stanu koniunktury międzynarodowej;

b) kosztów obsługi długu i związanego z nimi ryzyka;

4) określenie własności (parametrów) długu, który ma być wyemitowany w przyjętym przedziale czasu, przy uwzględnieniu parametrów długu istniejącego oraz przewidywanych transakcji modyfikujących własności istniejącego długu (np. *swap*). Parametry tego typu są niezbędne m. in. w zadaniach optymalizacyjnych; należą do nich:

a) mierniki ryzyka – deterministyczne (duracja i zapadalność portfela długu) oraz probabilistyczne (np. macierz wariancji-kowariancji przyszłych stóp procentowych dla portfela instrumentów),

b) parametry określające struktury emitowanych instrumentów dłużnych według przyjętych przekrojów (np. stało- i zmiennoprocentowe).

II. Zasoby informacyjne niezbędne do funkcjonowania systemu – bazy wiedzy dotyczące zarządzania długiem publicznym, zawierające:

1) bazę danych, tj. zbiór faktów i relacje na tym zbiorze. Baza musi zapewniać dostęp do niezbędnych danych historycznych, bieżących oraz prognozowanych – nt. długu, sytuacji rynków finansowych, sytuacji makroekonomicznej kraju, sytuacji budżetu państwa, koniunktury międzynarodowej itp.;

2) zbiór reguł i metod ich przetwarzania, np.: zbiór podstawowych zasad „dobrej praktyki” zarządzania długiem (por. *Guidelines for Public Debt Management International Monetary Fund, Accompanying Document 2002*), zbiór procedur określających wymogi dokonywania transakcji na rynkach finansowych;

3) bazę modeli opisujących w sposób sformalizowany określone aspekty zarządzania długiem. Obejmuje ona głównie modele analityczne (np. na potrzeby analiz sytuacji makroekonomicznej oraz sytuacji na rynkach finansowych), diagnostyczne (np. na potrzeby oceny potencjalnych zagrożeń w zakresie nadmiernego narastania długu), prognostyczne (np. na potrzeby prognozowania rynkowych stóp procentowych) i decyzyjne (np. optymalizujące strukturę sprzedaży instrumentów dłużnych, transakcje na istniejącym długu);

4) bazę wiedzy empirycznej, zdroworozsądkowej – głównie fakty wynikające z racjonalnych doświadczeń eksperckich.

III. Narzędzia (metody, modele, algorytmy) niezbędne do celów analitycznych, diagnostycznych, prognostycznych i decyzyjnych:

1) do celów analitycznych: metody statystyki, ekonometrii i ekonomii matematycznej, teorii zbiorów rozmytych oraz baza wiedzy;

2) do celów diagnostycznych: metody statystyki, ekonometrii i ekonomii matematycznej, teorii funkcji decyzyjnych, teorii zbiorów rozmytych oraz baza wiedzy;

3) do celów prognostycznych: metody statystyki, ekonometrii i szeregów czasowych, teorii funkcji decyzyjnych, sztucznych sieci neuronowych oraz baza wiedzy;

4) do celów optymalizacyjnych: klasyczne metody programowania matematycznego (deterministyczne, stochastyczne), teorii funkcji decyzyjnych, zbiorów rozmytych, sterowania, sztucznych sieci neuronowych, a także algorytmy genetyczne i ewolucyjne oraz baza wiedzy.

IV. Oprogramowanie niezbędne do stworzenia systemu:

1) systemy baz (hurtowni) danych, np. *ORACLE*, *SYBASE*, *PROGRESS*;

2) systemy do stworzenia bazy wiedzy – oprogramowanie dostosowane do sposobu reprezentacji wiedzy;

3) pakiety zawierające klasyczne algorytmy optymalizacyjne, np. *Global Optimization* – z systemu *Mathematica* firmy Wolfram Research, Inc., procedury optymalizacyjne systemu *MATLAB*;

4) pakiety statystyczne i ekonometryczne, np. *SPSS*, *TSP*, *PC-give*;

5) pakiety realizujące algorytmy oparte na teorii zbiorów rozmytych, np. *Fide* firmy *Apronix*, *Fuzzy Logic Toolbox* – moduł systemu *MATLAB*;

6) pakiety zawierające modele sztucznych sieci neuronowych, np. *Neuronal Networks* – moduł pakietu *SPSS*, moduł sieci neuronowych z systemu *STATISTICA*;

7) pakiety realizujące algorytmy genetyczne i ewolucyjne, np. *Evolver* firmy *Axcelis, Inc.*, *GTO* firmy *California Scientific Software*;

8) pakiety zintegrowane zawierające zastawy różnych metod, np.: system *FlexTool* obejmujący: sieci neuronowe, algorytmy genetyczne (umożliwiający również optymalizację wielokryterialną), ewolucyjne modelowanie sieci, algorytmy oparte na zbiorach rozmytych oraz system *CLEMENTINE* – obejmujący narzędzia z niektórych modułów *SPSS*, m.in. algorytmy statystyczne i modele sieci neuronowych.

Należy podkreślić, że zastosowanie wymienionych powyżej metod SI i realizującego je oprogramowania wymaga określonej wiedzy i doświadczenia, a także współpracy z zapleczem naukowo-badawczym. Realizacja tych zadań zapewnia korzyści, niewspółmierne do nakładów. Pozwala przede wszystkim na:

- kompleksowe, obiektywne, jednorodne rozwiązanie najważniejszych zagadnień optymalizacji zarządzania długiem w szerszym i węższym sensie;

- uzyskanie jawnej postaci rozwiązań problemów ilościowych (np. emisji długu o zadanych własnościach) i jakościowych (np. niezbędnego zestawu instrumentów dłużnych), w warunkach zmian sytuacji na rynkach finansowych, zmian instytucjonalnych, prawnych, organizacyjnych itp.;

- realizację zadań obliczeniowych za pomocą technologii komputerowej, z wykorzystaniem baz wiedzy, zawierających również w wiedzę ekspercką i zdroworozsądkową, także o postaci przybliżonej. Pozwala to na szybkie, efektywne (również w sensie kosztów) i niezawodne zrealizowanie wielu wariantów obliczeń,

przy różnych założeniach. Postępowanie takie wzbogaca, niewspółmiernie do *tradycyjnych* metodologii, zasób wiedzy analitycznej zarządzającego długiem, jak również zwiększa „odporność decyzji” na błędy, zwłaszcza wynikające z nieznajomości przyszłości (zawodności prognoz).

Wdrożenie powyższych propozycji jest tematem na odrębne opracowanie. Bazując na dotychczasowych doświadczeniach autorów tego tekstu (por. prace Klukowskiego i Kuby 2001a, 2001b, 2002a, 2002b oraz Klukowskiego 2003), można sformułować następujące wskazówki do programu wdrożeniowego (zakładając możliwość współpracy międzynarodowej):

- opracowywać i wdrażać elementy systemu etapami, w następującej kolejności: na początku klasyczne metody optymalizacji, teorii funkcji decyzyjnych, ekonometrii, szeregów czasowych, statystyki i ekonomii matematycznej, następnie metody z zakresu inteligentnych systemów obliczeniowych, a w ostatnim etapie – bazy wiedzy;

- dokonać pilotażowego wdrożenia w kraju (krajach) oferującym najlepsze warunki działania, m.in. dysponującym doświadczeniami, wykwalifikowanymi kadrami, wsparciem eksperckim (naukowo-badawczym) oraz infrastrukturą w zakresie systemów komputerowych i oprogramowania;

- rozwijać i upowszechniać efekty oraz doświadczenia wynikające z wdrożenia pilotażowego, wykorzystując wkład profesjonalny podmiotów zarządzających długiem, zainteresowanych krajów.

W opinii autorów tego tekstu, w Polsce istnieje potencjał naukowo-badawczy w zakresie metod SI oraz innych niezbędnych dziedzin, uzasadniający inicjatywę w zakresie projektu wdrożeniowego na forum międzynarodowym i udział we wdrożeniu pilotażowym. Funkcję koordynatora takiego projektu mogłaby pełnić wyłoniona metodą przetargową jednostka naukowo-badawcza, np. instytut PAN lub uczelnia wyższa, realizująca statutowo problematykę z omówionego zakresu badawczego.

Literatura

1. *Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku* (2002). Tomy: *Modelowanie i optymalizacja, metody i zastosowania* (red. J. Kacprzyk, J. Węglarz), *Spółczesność informacyjna a badania operacyjne i zarządzanie* (red. J. W. Owsiniński, A. Straszak), *Metody i techniki analizy informacji i wspomaganie decyzji* (red. Z. Bubnicki, O. Hryniewicz, R. Kulikowski). Akademska Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002.
2. R. J. Barro (1995): *Optimal debt management*. NBER Working Paper Series. Working Paper 5327. National Bureau of Economic Research, Cambridge, October.
3. Z. Bubnicki (2002): *Teoria i algorytmy sterowania*. Warszawa PWN.
4. W. Charemza, D. F. Deadman (1997): *Nowa ekonometria*. Warszawa PWE.
5. S. Cleassens, J. Kreuser, L. Seigel, R. J-B. Wets (1995): *A Strategic Approach to External Asset/Liability Management in Developing Countries*. Research Proposal, The World Bank, July 11, 1995.

6. *Danish Government Borrowing and Debt* (1999, 2000) Danmark Nationalbank, Copenhagen.
7. M. H. DeGroot (1981): *Optymalne decyzje statystyczne*. Warszawa PWN.
8. E. J. Elton, M. J. Gruber (1998): *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*. Warszawa WIG-Press.
9. D. E. Goldberg (2003): *Algorytmy genetyczne i ich zastosowanie*. Warszawa WNT.
10. W. Grabowski (1980): *Programowanie matematyczne*. Warszawa PWE.
11. C. W. J. Granger, P. Newbold (1986): *Forecasting Economic Time Series*. San Diego, California, Academic Press.
12. J. Greń (1972): *Gry statystyczne i ich zastosowania*. Warszawa PWE.
13. *Guidelines for Public Debt Management International Monetary Fund, Accompanying Document* (2002), Approved by V. Sundararajan & Kenneth G. Lay, IMF, World Bank.
14. J. Kacprzyk (1986): *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*. Warszawa PWN.
15. L. Klukowski (2003): *Optymalizacja decyzji w zarządzaniu instrumentami dłużnymi Skarbu Państwa*. Warszawa Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, seria: Monografie.
16. L. Klukowski, E. Kuba (2001a): *Optymalizacja zarządzania długiem Skarbu Państwa. Minimalizacja kosztów obsługi instrumentów dłużnych emitowanych na rynku krajowym*. Narodowy Bank Polski, Materiały i Studia, zeszyt nr 119.
17. L. Klukowski, E. Kuba (2001b): *Minimization of public debt servicing costs based on nonlinear mathematical programming approach*. „Control and Cybernetics”, vol. 30, no 1. IBS PAN.
18. L. Klukowski, E. Kuba (2002a): *Optymalizacja zarządzania długiem Skarbu Państwa w horyzoncie trzyletnim*. W: J. Kacprzyk, J. Węglarz (red.): *Badania Operacyjne i Systemowe wobec wyzwań XXI wieku. Modelowanie i optymalizacja, metody i zastosowania*. Warszawa Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT. Referat wygłoszony na VII Konferencji Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych BOS'2002, zorganizowanej w Warszawie, w dniach 26 – 28.09.2002 r.
19. L. Klukowski, E. Kuba (2002b): *Stochastyczna optymalizacja strategii zarządzania skarbowymi instrumentami dłużnymi*. Narodowy Bank Polski, Materiały i Studia, zeszyt nr 152.
20. J. Muławka (1996): *Systemy ekspertowe*. Warszawa WNT.
21. S. Osowski (1994): *Sieci neuronowe*. Warszawa Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
22. D. Rutkowska, M. Piliński, L. Rutkowski (1997): *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Warszawa – Łódź PWN.
23. K. Trojanowski (2002): *Analiza cech iteracyjnego algorytmu optymalizacyjnego zastosowanego do optymalizacji parametrów dynamicznego systemu uczącego się*. W: *Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wiek* (2002), *Metody i techniki analizy informacji i wspomagania decyzji* (red. Z. Bubnicki, O. Hryniewicz, R. Kulikowski). Warszawa Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT.
24. D. Witkowska (2002): *Sztuczne sieci neuronowe*. Warszawa Ch. Beck.