

# **Morfologia cyklu indeksu WIG oraz jego współzależność z cyklem sfery realnej gospodarki w Polsce**

Arkadiusz Semczak\*

Nadesłany: 19 marca 2018 r. Zaakceptowany: 25 września 2018 r.

---

## **Streszczenie**

W niniejszym opracowaniu podjęta została próba opisanie zarówno faz wzrostowych, jak i spadkowych na polskim rynku kapitałowym w latach 1995–2017. Zostały także wskazane i scharakteryzowane cykle w sferze realnej gospodarki, które umożliwiły zbadanie synchronizacji pomiędzy powyższymi rynkami. Uzyskane wyniki wskazują na podobny przebieg cyklu indeksu WIG i rynku gospodarki realnej oraz ich silną współzależność. Zaobserwowano także wyraźną cykliczność o długości wynoszącej około 3,5 roku. Indeks WIG dodatkowo posiada zauważalną tendencję wyprzedzającą względem sfery realnej oraz charakteryzuje się większą zmiennością.

---

**Słowa kluczowe:** cykl koniunkturalny, rynki kapitałowe, punkty zwrotne, analiza spektralna, model z przełączaniem typu Markowa

**JEL:** C22, C32, E32, G11

## 1. Wstęp

W dobie licznych i zarazem rozbieżnych badań, poglądów oraz opinii, odnoszących się do interakcji rynku finansowego oraz realnej sfery gospodarki, występuje dalsza potrzeba empirycznej kwantyfikacji powyższej zależności. Z jednej strony szereg analiz potwierdza pozytywną korelację pomiędzy powyższymi rynkami (Levine, Zervos 1996; Rajan, Zingales 1998; Schwert 1990), inne wskazują na stopniowy spadek powiązania w miarę rozwoju gospodarczego (Gajdka, Pietraszewski 2014; 2016) lub wręcz twierdzą o braku istotnej relacji (Ritter 2012).

Zadaniem niniejszej pracy jest analiza morfologii dwóch krajowych cykli: gospodarczego i kapitałowego, oraz opisanie zależności między nimi. Głównym celem jest natomiast weryfikacja hipotezy, czy rynek kapitałowy odzwierciedla zmiany zachodzące w gospodarce realnej. Artykuł jest skierowany do szerokiego grona inwestorów, zarówno indywidualnych, jak i instytucjonalnych, i podejmuje próbę udzielenia odpowiedzi na pytanie, czy w momencie inicjowania decyzji inwestycyjnych powinno się uwzględniać stan koniunktury gospodarczej, między innymi przy kalkulacji premii za ryzyko oraz oczekiwanej stopy zwrotu. Wnioski z uzyskanych wyników kierowane są także do ekonomistów prognozujących koniunkturę makroekonomiczną. Wiedza o charakterze wyprzedzenia sfery realnej przez indeksy giełdowe jest niezbędna przy konstrukcji właściwych wskaźników prognostycznych. Artykuł przeznaczony jest również dla regulatorów państwowych, starających się ograniczać i minimalizować zagrożenia, jakie niesione są przez rynki finansowe, oraz instytucji rządowych kreujących politykę gospodarczą. Według badań Claessensa, Kose'a i Terronesa (2008) recesje gospodarcze są dłuższe i głębsze, kiedy towarzyszą im zawirowania na rynkach finansowych.

W dalszej części opracowania omówione zostaną miary zależności zachodzących pomiędzy cyklem finansowym zobrazowanym Warszawskim Indeksie Giełdowym oraz sferą realną gospodarki opisaną PKB. Ze względu na relatywnie rzadkie odczyty PKB, które posiadają częstotliwość kwartalną, względem częstotliwości ciągłej na rynku kapitałowym, dwumiesięczne opóźnienie w publikacji wyniku szybkiego oraz liczne rewizje w postaci odczytu wstępnego i finalnego, do opisanie cykliczności gospodarki wykorzystany zostanie ponadto wskaźnik równoległy bazujący na takich danych miesięcznych, jak dynamika przeciętnego zatrudnienia w sektorze przedsiębiorstw, dynamika przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstw skorygowana o inflację, dynamika produkcji sprzedanej przemysłu ogółem oraz dynamika sprzedaży detalicznej towarów, także skorygowana o inflację. Do podstawowych charakterystyk cykli opisanych w pracy zaliczyć należy: rodzaj ich relacji (wyprzedzenie, równoczesność, opóźnienie), siłę zależności oraz ich względną zmienność. W celu zbadania relacji oszacowane zostaną punkty zwrotne na poszczególnych szeregach czasowych dzięki wykorzystaniu procedury Bry'a i Boschan, modelu z przełączeniami typu Markowa oraz metody alternatywnej, bazującej na średniej kroczącej stopie zwrotu. Do opisanie siły zależności wykorzystany zostanie współczynnik korelacji Pearsona oraz korelacje krzyżowe dla przesuniętych danych o  $n$  okresów. Względna zmienność opisana zostanie natomiast ilorzem odchyłeń standardowych pomiędzy szeregami czasowymi. Ponadto wykorzystane zostaną indykatory analizy cross-spektralnej: współczynnik koherencji oraz przesunięcie fazowe, które kolejno odpowiadają sile zależności i charakterowi relacji.

Artykuł składa się z siedmiu części. Rozdziały 2–4 przybliżają charakter analizowanych rynków oraz opisują teoretyczną zależność pomiędzy nimi. Rozdziały 5 i 6 to, kolejno, opis użytych danych empirycznych oraz zestawienie wyników badania. Opracowanie kończy się podsumowaniem.

## 2. Zależność rynku kapitałowego oraz realnej sfery gospodarki. Ujęcie teoretyczne

Cechą rynku kapitałowego, który stanowi element znacznie szerszego rynku finansowego, jest występowanie dwukierunkowej zależności z realną koniunkturą gospodarczą. Jego głównym zadaniem jest sprawne łączenie podmiotów posiadających nadwyżki finansowe z podmiotami potrzebującymi kapitału, czego rezultatem powinna być efektywna alokacja ograniczonych zasobów oraz pobudzenie inwestycji. W świetle teorii Q-Tobina (Tobin 1969) stosownie długa hossa, podczas której wskaźnik  $q$  (stosunek kapitału wycenionego przez giełdę do ekonomicznego kosztu jego odtworzenia) przybiera wartości powyżej jedności, sprzyja emisjom nowych akcji i kreacji inwestycji. Liczne badania (Levine, Zervos 1996; Rajan, Zingales 1998) wskazywały, iż wysoko rozwinięty rynek finansowy dzięki niższym kosztom mobilizacji oszczędności, dostarczanej płynności umożliwiającej wcześniejsze wyjście z wieloletniej inwestycji oraz sprawnemu finansowaniu relatywnie młodych, innowacyjnych przedsiębiorstw, posiada pozytywną korelację ze wzrostem gospodarczym w długim terminie. Dodatkowymi istotnymi funkcjami rynku kapitałowego są: możliwość zarządzania ryzykiem poprzez jego całkowite zabezpieczenie czy częściowe rozproszenie, stosunkowo szybka wycena aktywów oraz łatwy dostęp do informacji, takich jak firmowe raporty okresowe, bieżące itp. Rynek kapitałowy może także kreować efekt majątkowy. Polega on na tym, iż wraz ze wzrostem cen instrumentów finansowych przyrasta również wartość majątku netto jego uczestników. Wartość majątku z kolei determinuje zdolność kredytową, określa możliwości konsumpcyjne i inwestycyjne. Claessens, Kose i Terrones (2011b) podkreślają jednak, że efekt ten jest zdecydowanie mniejszy w przypadku rynku akcji niż rynku nieruchomości, ponieważ właścicielami papierów udziałowych są relatywnie bogatsze gospodarstwa domowe. Dodatkowo w mniejszym stopniu dostosowują one wydatki konsumpcyjne do bieżącej koniunktury makroekonomicznej.

Oczywiście rynek kapitałowy oprócz licznych zalet niesie ze sobą szereg zagrożeń. Żyżyński (2006) wskazuje, iż rynek finansowy charakteryzujący się dużą zmiennością zdobył dominację nad sferą realną. Według Harrisa (2003) poza głównymi motywami ludzi podejmującymi transakcję, jakimi są inwestycje (chęć przesunięcia aktywów z teraźniejszości do przyszłości), zdobycie finansowania, wymiana aktywów pod względem ich charakteru czy terminu zapadalności, zarządzanie ryzykiem, jest także spekulacja (próba użycia informacji o przyszłych perspektywach w celu uzyskania ponadprzeciętnych zysków) czy nawet hazard (przywiązanie większej uwagi do pozytywnego względem negatywnego rezultatu, często połączone z nieracjonalnymi oczekiwaniami).

Warto dodać, że zachowanie indeksów giełdowych jest wynikiem nie tylko czynników racjonalnych, ale i tych o charakterze behawioralnym (Szyszka 2009). W czasie trwania silnego trendu wzrostowego na rynku akcji nieracjonalni inwestorzy opierają swoje decyzje nie o informacje fundamentalne, lecz o obserwacje poprzedzających je zwyżek kursów oraz podążając i naśladowując innych uczestników. Klasycznym przykładem oderwania się wycen od wartości fundamentalnej jest bańka spekulacyjna, której świetnym przykładem jest holenderska tulipanomania z XVII w. (Morawski 2003). Jest to samonapędzający się proces wzrostu cen, najczęściej o charakterze krótkoterminowym, po którym następuje ich dynamiczny spadek skutkujący istotnym osunięciem się wartości zasobów wielu inwestorów. Shiller (2000) wskazuje także na zjawisko „nowej ery”, czyli ekspansję spekulacyjnego rynku, zakładającego, że przyszłość będzie mniej niepewna. Egzemplifikacją nowej ery była hossa dotcomów, związana z silnym trendem informatyzacji świata. Trudność bądź nawet niemożliwość oszacowania przyszłych przepływów finansowych wraz z rozbudzonymi oczekiwaniami są w stanie oderwać wyceny instru-

mentów finansowych od ich wewnętrznej wartości fundamentalnej. Proces taki najczęściej kończy się dynamiczną korektą, negatywnie wpływającą na efekt majątkowy uczestników, a tym samym niższy poziom konsumpcji. Ponadto zaczyna niepoprawnie działać jedna z funkcji rynku kapitałowego, jaką jest właściwa wycena aktywów w gospodarce. Rynek kapitałowy nie tylko wpływa na sferę realną gospodarki, lecz jest również od niej zależny. Potwierdzeniem są szybkie reakcje indeksów giełdowych na ogłaszane wskaźniki makroekonomiczne (Widz 2016). Cochrane (2005) twierdzi, iż premia za ryzyko, jako niezbędny element wyceny instrumentów finansowych, jest uzależniona od ryzyka makroekonomicznego i zmienia się czasie. Badania Fama (1990), analizujące oczekiwania inwestorów kreujące bieżące ceny instrumentów finansowych, wykazały, że realna sfera gospodarki wyjaśnia znaczną część wariacji stóp zwrotu w dłuższym horyzoncie inwestycyjnym. Na podstawie publikowanych danych makro, np. dynamiki produkcji, inwestorzy konstruują własne oczekiwania co do przyszłych przepływów finansowych.

Rynek kapitałowy jest również zależny od zmian zachodzących w innej części rynku finansowego. Sinai (1992) podkreśla, iż cena akcji jest beneficjentem niskich stóp procentowych. Jest to zgodne z arytmetyką, ponieważ dzięki niskim stopom procentowym bieżąca wartość przyszłych przepływów pieniężnych jest relatywnie wyższa. Ponadto sam endogeniczny rozwój sektora finansowego jest w stanie wzmacniać mechanizm rozprzestrzeniania się szoków w gospodarce, czego przykładem jest model skupiający się na kanale kredytowym opracowany przez Bernanke'a, Gertlera i Gilchrista (1996), nazywany akceleratorem finansowym. Wzrost cen aktywów w odpowiedzi na pozytywny szok, np. monetarny, wpływa na wzrost wartości netto kredytobiorców i tym samym zmniejsza ich poziom kosztów finansowania zewnętrznego. Z kolei niższy poziom kosztów finansowania zwiększa inwestycje i produkcję, czego implikacją jest ponowny wzrost cen aktywów.

Fundowicz oraz Wyżnikiewicz (2006) wskazują, iż polityka fiskalna oraz strukturalna także kreują impulsy na rynku akcji. Odwrotna relacja pomiędzy stopą podatkową a wyceną przedsiębiorstw powoduje, że w chwili przechodzenia z restrykcyjnej do łagodnej polityki fiskalnej ceny akcji powinny rosnąć. Odnośnie polityki strukturalnej dobrym przykładem może być wdrożenie planu modernizacji linii kolejowych, których beneficjentem powinni zostać akcjonariusze firm budowlanych.

Istotny jest również charakter zależności pod względem wyprzedzenia bądź opóźnienia pomiędzy rynkiem kapitałowym a sferą realną. Ze względu na fakt, iż cena akcji nieustannie odzwierciedla oczekiwania co do przyszłych zysków, jej zmienność można wykorzystać do budowy wskaźników wyprzedzających koniunkturę gospodarczą (Stock, Watson 2003; Estrella, Mishkin 1998). Antycypacja przyszłości wynika z nabudowanych oczekiwań inwestorów, jak i modeli ich wyceny, czego dobrymi przykładami są: model zdyskontowanych przepływów pieniężnych czy model zdyskontowanych dywidend.

### 3. Charakterystyka cyklu sfery gospodarki realnej

Jedne z pierwszych badań, które zdefiniowały zjawisko cykliczności gospodarki, zostały przeprowadzone przez Mitchella i Burnsa (1946). Według autorów cykl koniunkturalny jest pewnym rodzajem wahań szerokiej aktywności gospodarki. Poza sprecyzowaniem długości trwania całego cyklu, szacowanego od 1 roku do około 10 lat, powyższa definicja posiada ogólny charakter, co sprawia, że jest aktualna po dziś dzień. Najczęściej stosowaną miarą opisującą koniunkturę gospodarczą jest produkt krajowy

brutto (PKB), a cały cykl koniunkturalny podzielony został na cztery fazy: recesji, depresji, ożywienia i wzrostu. Sam okres recesji nie został ostatecznie ściśle sprecyzowany, a powszechnie przyjęta definicja zakłada dwa następujące po sobie kwartały o ujemnej dynamice PKB. Definicja ta pojawiła się w latach 80. w Stanach Zjednoczonych po uruchomieniu programu ograniczania deficytu, który wymusił doprecyzowanie pojęcia recesji (Drozdowicz-Bieć 2012, s. 26). Jednak terminu tego nie da się często zastosować w przypadku gospodarek rozwijających się, ponieważ ich przeciętne tempo wzrostu jest relatywnie wyższe, a ich dynamiki PKB rzadko kiedy schodzą poniżej zera. W tym przypadku można rozpatrywać teorię cykli wzrostowych, czyli fluktuacje zagregowanych danych makroekonomicznych wokół własnego trendu (Zarnowitz 1992, s. 204). Kolejnymi niedogodnościami wskaźnika PKB są jego relatywnie rzadkie odczyty odnoszące się do okresów kwartalnych, opóźnienie w ogłaszaniu danych oraz liczne rewizje. Dodatkowo w badaniu wzajemnych relacji pomiędzy sferą realną a rynkiem kapitałowym, którego notowania ciągle odbywają się w czasie rzeczywistym, oraz w świetle teorii rynku efektywnego natychmiast dostosowującego się do bieżących informacji (Jajuga 2006, s. 148) wskazane jest wykorzystanie szeregów czasowych o większej częstotliwości publikacji. Powyższe argumenty skłaniają do wykorzystywania wskaźników równoległych, charakteryzujących bieżącą aktywność makroekonomiczną. Obok nominalnego i realnego PKB popularnie wykorzystywanym miernikiem o częstotliwości miesięcznej jest produkcja przemysłowa, która również nie jest wskaźnikiem idealnym, ponieważ reprezentuje tylko część aktywności gospodarczej i cechuje się relatywnie większą zmiennością, co potwierdzają badania Skrzypczyńskiej (2011). Carriero i Marcellino (2007) wskazują ponadto, że sektor przemysłowy, ustępując miejsca sektorowi usługowemu, jest coraz mniej użyteczny jako pojedynczy wskaźnik równoległy względem koniunktury. Gradzewicz i in. (2010) przytaczają z kolei kontrargument twierdzący, że koniunktura w przemyśle w sposób naturalny posiada znaczący związek z eksportem, istotnym elementem szerszego obrazu koniunktury, ponieważ to właśnie produkty przemysłowe, a nie usługi są przedmiotem wymiany zagranicznej. Dodatkowo ze względu na relatywnie duży udział komponentu cyklicznego, objawiającego się koniecznością zarządzania poziomem zapasów, produkcja przemysłowa stanowi istotną informację o cyklu gospodarczym oraz jest często wykorzystywana w budowie wielokomponentowych wskaźników równoległych. National Bureau of Economic Research (w skrócie NBER), wyznaczając punkty zwrotne w amerykańskim cyklu koniunkturalnym, definiuje recesję jako znaczący spadek aktywności ekonomicznej, trwający kilka miesięcy i zauważalny w realnym PKB, realnym dochodzie, zatrudnieniu, produkcji przemysłowej oraz sprzedaży hurtowej i detalicznej. Globalna niezależna organizacja badająca koniunkturę gospodarczą, jaką jest Conference Board, publikuje wskaźniki równoległe dla USA w oparciu o zatrudnienie poza sektorem rolniczym, dochody osobiste pomniejszone o transfery, produkcję przemysłową oraz sprzedaż hurtową i detaliczną. Podobne rozwiązanie zostało zastosowane przez Drozdowicz-Bieć (2012) przy budowie wskaźnika równoległego dla Polski, który składał się z takich elementów, jak produkcja sprzedana przemysłu, sprzedaż detaliczna, wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw i zatrudnienie.

#### 4. Charakterystyka cyklu rynku kapitałowego

Rynek kapitałowy stanowi części szerszego obszaru, jakim jest rynek finansowy, który uwzględnia dodatkowo rynek nieruchomości oraz rynek kredytowy (Drehmann, Borio, Tsatsaronis 2012). Podobnie jak realna sfera gospodarki posiada on własne cykle (Claessens, Kose, Terrones 2011a; Sinai 1992;

Bernstein 1996). Wewnątrz poszczególnych cykli da się wyodrębnić krótsze fazy, które zostały zauważone między innymi przez analityków technicznych (Murphy 1999). O ile na realnym rynku powszechnie mówi się o czterech fazach (ożywienie, boom, recesja i depresja), to na rynku kapitałowym wyróżnia się zwykle fazy wzrostu i spadku, potocznie nazwane kolejno *hossą* (rynek byka) oraz *bessą* (rynek niedźwiedzia). Rzadziej wskazuje się także trzeci stan, ruch horyzontalny, czyli trend boczny. Ogólna definicja *hossy* (*bessy*) nie dostarcza jednak szczegółowych narzędzi ukazujących punkt początkowy i kończący dany okres, lecz jedynie opisuje ją jako ogólne zjawisko wzrostu (spadku) rynkowych cen w dłuższym terminie (Candelon, Piplack, Straetmans 2008). W środowisku finansowym przyjęła się również nieformalna definicja, często wykorzystywana w opracowaniach analitycznych, obrazująca *hossę* jako przedział czasowy, w którym ceny wzrosły o więcej niż 20% (Pagan, Sossounov 2003). Analogicznie za *bessę* uznaje się okres, w którym ceny spadły o więcej niż przytoczony powyższy poziom 20%. Oczywiście bariera 20% została ustalona dość uznaniowo, ponieważ spotkać się można z innym zbliżonym poziomem, np. 25%. W celu odizolowania subiektywnego określenia punktów zwrotnych na rynku kapitałowym w niniejszym opracowaniu zaadaptowano bogate narzędzia wykorzystane do datowania punktów zwrotnych w gospodarce realnej, którymi są między innymi: algorytm Bry'a i Boschan oraz modele przełącznikowe typu Markowa. Do opisanie rynków finansowych narzędzia te zostały również wykorzystane w pracach Chena (2009) czy Maheu i McCurdy'ego (2000). Dodatkowo użyta została alternatywna metoda (Chen 2009), wyznaczająca rynek byka i niedźwiedzia, polegająca na ustaleniu zmiennej nieobserwowalnej (z ang. *dummy variable*)  $D_t$ , dla której:

$$D_t = \begin{cases} 1(\text{hossa}) & \text{jeżeli } \bar{x}_t^k \geq 0 \\ 0(\text{bessa}) & \text{jeżeli } \bar{x}_t^k < 0 \end{cases}$$

gdzie  $\bar{x}_t^k$  jest średnią kroczącą stopą zwrotu dla  $k$  okresów.

Zgodnie z powyższym wzorem, jeżeli odczyt średniej jest mniejszy od zera, rynek definiowany jest jako spadkowy. Analogicznie jeżeli odczyt średniej jest większy od zera, rynek uznawany jest za wzrostowy, kolokwialnie mówiąc byczy. W niniejszej pracy do całej procedury dołączony został także warunek, że każda z faz cyklu powinna być dłuższa niż 5 miesięcy, co ma na celu pominięcie krótkookresowej zmienności.

## 5. Charakterystyka danych empirycznych

Za pomocą procedury Bry'a i Boschan do wyznaczenia szczytów i dołków cyklu w gospodarce wykorzystano najpopularniejszy wskaźnik, jakim jest produkt krajowy brutto. Dane zaczerpnięte zostały ze strony OECD, a ich zannualizowane i odsezonowane wartości prezentowane są w polskim złotym w cenach odniesienia z 2010 r. (dalej PKB). Następnie szereg czasowy podlegał wstępnej obróbce statystycznej polegającej na jego zlogarytmowaniu. Analiza objęła lata 1995–2017, bowiem dopiero od 1995 r. zaczęto w sposób systematyczny publikować z częstotliwością kwartalną powyższe dane. Dodatkowo cykliczność koniunkturalna opisana została dynamiką PKB w cenach stałych roku poprzedniego, która obliczana jest zgodnie z metodologią Głównego Urzędu Statystycznego. W celu scharakteryzowania gospodarki za pomocą danych o większych częstotliwościach (publikacje w okresach miesięcznych) użyto

pochodzących z serwisu finansowego Bloomberg takich szeregów czasowych, jak: dynamika przeciętnego zatrudnienia w sektorze przedsiębiorstw (POEY YOY Index), dynamika przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia brutto w sektorze przedsiębiorstwa (POWGY YOY Index) skorygowana o wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych (inflacja konsumencka), dynamika produkcji sprzedanej przemysłu ogółem w cenach stałych (POISCY YOY Index) oraz dynamika sprzedaży detalicznej towarów (PORSY YOY Index), również skorygowana o inflację. Dzięki normalizacji odchylenia standardowego powyższych danych (iloczyn odchylenia standardowego i udziału we wskaźniku był równy dla każdego z nich) skonstruowany został wskaźnik równoległy, z którego następnie wyłączono czynnik sezonowy za pomocą metody X-12-arima.

W badaniu morfologii cyklu finansowego wykorzystano najszerzą charakterystykę rynku kapitałowego, jaką jest indeks WIG. Za powyższym indeksem przemawiają trzy argumenty: obejmuje on wszystkie akcje spółek notowanych na rynku podstawowym, jest kwotowany aż od 16 kwietnia 1991 r. oraz posiada on charakter dochodowy, co oznacza, iż uwzględnia pożytki z notowanych papierów, takie jak dywidendy i prawa poboru. W celu przeprowadzenia badania w wartościach realnych indeks ten został skorygowany o wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych. Do analizy o częstotliwości miesięcznej posłużyły ceny zamknięcia z ostatniego dnia w danym miesiącu, których źródłem była strona Giełdy Papierów Wartościowych ([www.gpw.pl](http://www.gpw.pl)). W przypadku analiz kwartalnych za wartość WIG przyjęto średnią arytmetyczną z ostatniego dnia sesyjnego z trzech miesięcy uwzględnionych w danym kwartale. Należy podkreślić, że okres badawczy obejmował lata 1994–2017, ponieważ początki giełdy papierów wartościowych to oczywiście względnie mała liczba notowanych spółek, które mogły nie być wystarczająco reprezentatywną grupą całej gospodarki realnej. Ponadto indeks charakteryzował się ponadprzeciętną zmiennością, stąd mógłby zaburzać wyniki całego badania.

W przypadku korelacji krzyżowej<sup>1</sup> oraz narzędzi analizy spektralnej<sup>2</sup>, wymagającej stacjonarności w szerszym sensie<sup>3</sup>, analizowane szeregi czasowe zostały zlogarytmizowane, a następnie wyłączono z nich trend długookresowy oraz krótkookresowe wahania, skupiając się jedynie na częstotliwościach z przedziału od 1,5 roku do 8 lat. Posłużył do tego filtr Christiano-Fitzgeralda (Christiano, Fitzgerald 1999). Badanie stacjonarności szeregów czasowych kontrolowane było za pomocą dwóch testów KPSS<sup>4</sup> (od nazwisk Kwiatkowski, Phillips, Schmidt i Shin) oraz testem ADF<sup>5</sup>, czyli rozszerzonym testem Dickeya-Fullera<sup>6</sup>.

<sup>1</sup> Korelacje krzyżowe pozwalają również zbadać charakter wyprzedzenia bądź opóźnienia jednego szeregu względem drugiego. Maksimum wskaźnika dla  $n$ -tego opóźnienia bądź wyprzedzenia interpretowane jest wprost jako opóźnienie bądź wyprzedzenie o  $n$  okresów.

<sup>2</sup> Do obliczenia periodogramu pojedynczego szeregu czasowego wykorzystano program Gretl z wagami Bartletta, natomiast w badaniu cross-spektrum posłużono się programem R-Project i zmodyfikowanymi wagami Daniella.

<sup>3</sup> Warunkiem stacjonarności w szerszym sensie procesu losowego jest to, aby pierwszy i drugi moment, czyli średnia i wariancja, nie zmieniały się w czasie. Natomiast funkcja autokorelacji pomiędzy dwoma punktami czasu zależy od ich odległości.

<sup>4</sup> Test KPSS zakłada hipotezę zerową mówiącą o stacjonarności szeregu.

<sup>5</sup> Test ADF zakłada hipotezę zerową mówiącą o braku stacjonarności szeregu.

<sup>6</sup> Do analizy posłużyły programy Gretl (wstępna obróbka danych, odsezonowanie X-12-arima, filtr Christiano-Fitzgeralda, badanie stacjonarności, analiza spektralna) oraz R-Project (analiza cross-spektralna, model z przełączeniami typu Markowa).

## 6. Zestawienie wyników

### 6.1. Cykl sfery realnej gospodarki

W pierwszym kroku badania do pomiaru cykliczności gospodarczej wykorzystano jedną z najbardziej popularnych miar, jaką jest PKB. W wyniku niemożliwości wskazania ekstremów na PKB w polskich złotych procedurę Bry'a i Boschan (modyfikacja dla danych kwartalnych przez Hardinga i Pagana (2002)) zastosowano dla rocznej różnicy logarytmów poziomów PKB oraz dynamiki PKB  $r/r$  w cenach stałych roku poprzedniego publikowanych bezpośrednio przez GUS (wykres 1). Jako punkty zwrotne wyznaczone zostały ekstrema zarówno w trendzie wzrostowym (faza ożywienia), jak i trendzie spadkowym (faza recesji), pomiędzy którymi poszczególne fazy trwały co najmniej dwa kwartały. Warto zauważyć, że na przestrzeni analizowanego okresu powyższe dynamiki polskiego PKB nie posiadały wartości ujemnej. Zatem cykle koniunktury wpisują się w teorię o cyklach wzrostowych, charakteryzujących się zmianami w tempach rozwoju i wyróżniających tylko dwie fazy: przyspieszonego oraz zwolnionego wzrostu (Drozdowicz-Bieć 2012, s. 22). Tabela 1 zawiera dane o liczbie, długości i amplitudzie cyklu koniunkturalnego w Polsce. W okresie zawierającym się w przedziale 1996–2017 dla rocznej różnicy logarytmów PKB wyodrębniono sześć pełnych cykli, których średni okres trwania liczony od dna do kolejnego dna wyniósł 3,2 roku, natomiast faza wzrostu i spadku wyniosły kolejno 1,9 oraz 1,6 roku. Podobne wnioski otrzymano po wygenerowaniu periodogramu (po uprzednim wyłączeniu trendu długookresowego za pomocą filtru Christiano-Fitzgeralda ze zlogarytmizowanego szeregu czasowego oraz potwierdzeniu stacjonarności danych przez testy ADF i KPSS zgodnie z tabelą 10), który wskazał, iż za największą zmienność odpowiada okres około 3,8 roku. Analogiczne rezultaty otrzymane zostały dla szeregu dynamiki PKB w cenach stałych (tabela 1), które są zbieżne z wynikami pracy Skrzypczyńskiego (2010).

Do badania bieżącej koniunktury oprócz danych o PKB wykorzystywane są również wskaźniki o miesięcznych okresach publikacji, które połączone grupami tworzą wskaźniki równoległe (*coincident indicator*). W niniejszym opracowaniu wskaźnik równoległy dla Polski, ze względu na dostępność danych, od stycznia 2005 r. oparty został na czterech komponentach, takich jak dynamika zatrudnienia, dynamika sprzedaży detalicznej towarów skorygowana o inflację, dynamika płacy brutto także skorygowana o inflację oraz dynamika produkcji sprzedanej przemysłu ogółem w cenach stałych. Od kwietnia 1997 r. do grudnia 2004 r. uwzględniał trzy powyższe wskaźniki bez dynamiki zatrudnienia, a od kwietnia 1996 r. oparty był jedynie na dwóch elementach: dynamice sprzedaży detalicznej i dynamice produkcji przemysłowej. W całym okresie badania wyłącznie dynamika produkcji przemysłowej posłużyła do konstrukcji wskaźnika równoległego w każdym okresie miesięcznym. We wszystkich przedziałach czasowych wskazanych powyżej waga poszczególnych elementów polegała na znormalizowaniu odchylenia standardowego każdego z nich (każdy komponent posiadał równy iloczyn udziału we wskaźniku i własnego odchylenia standardowego). Należy podkreślić, że wskaźnik równoległy przed 2005 r. w mniejszym stopniu odwzorowywał gospodarkę, ponieważ bazował na mniejszej liczbie komponentów. Wnioski o długości cyklu gospodarczego, jak i jego poszczególnych faz po zastosowaniu procedury Bry'a i Boschan na rocznych różnicach logarytmów wskaźnika równoległego po jego odsezonowaniu metodą X-12-armia są bardzo zbliżone do długości cyklu zobrazowanego na dynamikach PKB (tabela 1, 2). Przeciętna faza wzrostu trwa 1,9 roku, a faza spadku 1,4, tworząc razem przeciętny cykl o okresie trwania około 3,3 roku (tabela 1). Po zlogarytmizowaniu, odfiltrowaniu



danych procedurą Christiano-Fitzgeralda i pozytywnym przetestowaniu stacjonarności szeregu czasowego (test KPSS) utworzono periodogram, który potwierdza daną cykliczność o długości około 4 lat.

## 6.2. Cykl rynku kapitałowego

Wykorzystując metodę Bry'a i Boshan, wyznaczono punkty zwrotne dla szeregu czasowego indeksu WIG o częstotliwości miesięcznej skorygowanego o inflację, zgodnie z tabelą 3 oraz wykresem 2. Na przestrzeni lat 1994–2017 procedura Bry'a i Boschan opisała pięć pełnych cykli, o średniej długości 4 lat pomiędzy kolejnymi dnami. Cały cykl na rynku kapitałowym składał się zarówno z fazy wzrostowej i spadkowej (potocznie zwanych kolejno *hossą* i *bessą*). Faza wzrostowa trwała przeciętnie 2,4 roku oraz posiadała średnią stopę zwrotu na poziomie 137%. Faza spadkowa trwała natomiast relatywnie krócej, ponieważ przeciętnie utrzymywała się 1,6 roku i charakteryzowała się średnim spadkiem o 41%.

W kolejnym etapie w celu sprawdzenia wiarygodności uzyskanych wyników za pomocą programu R-project oraz jego biblioteki MSwM (Univariate Autoregressive Markov Switching Models for Linear and Generalized Models by using the EM algorithm) oszacowano wyglądowne prawdopodobieństwa przejścia z fazy wzrostu do fazy spadku dla rocznych logarytmicznych stóp zwrotu WIG ( $\Delta \ln WIG$ ) od stycznia 1995 r. do grudnia 2017 r., po wcześniejszym poddaniu ich testom stacjonarności ADF oraz KPSS. Wartości podstawowych parametrów wyniosły:

$$\mu_{S_1} = 0,2223 \text{ oraz } \sigma_{S_1}^2 = 0,0155 \text{ dla fazy wzrostu}$$

$$\mu_{S_2} = -0,2296 \text{ oraz } \sigma_{S_2}^2 = 0,0302 \text{ dla fazy spadku}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,95992201 & 0,04369674 \\ 0,04007799 & 0,95630326 \end{bmatrix}$$

Prawdopodobieństwo zakończenia *hossy* i przejścia do *bessy*, które było wyższe niż 0,5, uznane było za okres spadkowy oraz analogicznie powyższe prawdopodobieństwo niższe bądź równe 0,5 uznane zostało za okres wzrostu. Wyniki badania wskazują, że przeciętna faza wzrostu i spadku trwały kolejno 2,4 roku oraz 1,8 roku, co implikowało średnią długość cyklu na poziomie ponad 4 lat.

Porównywalne wnioski odnośnie długości trwania całego cyklu, jak i poszczególnych faz odnotowano po zastosowaniu metody alternatywnej, czyli datowaniu punktów zwrotnych przy wykorzystaniu średniej kroczącej dla trzech okresów ( $k = 3$ ) rocznej logarytmicznej stopy zwrotu indeksu WIG. Tabela 3 zawiera odczytane punkty zwrotu, które implikują następujące wnioski: potwierdzono cykliczność o przeciętnej długości 4,2 roku, relatywnie dłuższą fazę wzrostu, trwającą średnio 2,3 roku, oraz krótszą fazę spadkową, trwającą średnio 1,9 roku.

Podsumowując, dzięki trzem różnym metodom uzyskano podobne rezultaty. Jednak pomiędzy nimi da się wskazać pewnego rodzaju różnice. Zgodnie z tabelą 4 wskazane punkty zwrotu pochodzące z procedury Bry'a i Boschan wyprzedzają pozostałe metody zarówno podczas *hossy*, jak i *bessy*. Opóźnienie w datowaniu punktów zwrotnych podczas *bessy* zarówno dla metody alternatywnej, jak i modelu z przełączeniami Markowa wynosi około jednego roku. W przypadku *hossy* natomiast średnie opóźnienie wynosi około pół roku. Należy zatem podkreślić, że najlepsze dopasowanie do danych empirycznych posiada procedura Bry'a i Boschan, która jednak nie ma właściwości prognostycznych ze

względem na trudności w obliczaniu ekstremów na końcach szeregów czasowych. Istotne właściwości prognostyczne posiada natomiast model z przełączeniami typu Markowa, ponieważ w momentach kończącej się hossy i wzrostu zmienności prawdopodobieństwo zmiany reżimów wzrasta.

Przeciętny czas trwania całego cyklu finansowego, sformułowanego na bazie indeksu WIG skorygowanego o inflację, pokrywa się zatem z teorią cyklu Kitchina, zwanego cyklem mniejszym, powstającego pod wpływem zmiany zapasów bądź, mówiąc szerzej, zmiany w kapitale obrotowym, który szacowany jest na około 3,5 roku (Szymanik, Zyguła 2009, s. 13). Około 3,5-letnią silną cykliczność indeksu WIG potwierdza również analiza spektralna. W szczególności dla części cyklicznej WIG uzyskanej za pomocą filtru Christiano-Fitzgeralda, skupiającego się na częstotliwościach w przedziale od 1,5 roku do 8 lat, obliczono zarówno nieważony periodogram, jak i wykorzystaniem wagi Bartletta o długości 10 (wykres 5). Obydwa wskazują, że za wysoką wariancję szeregu czasowego odpowiada okres 3,3 roku.

W celu oszacowania oczekiwanej stopy zwrotu, która często podawana jest w wartościach nominalnych, powyższe narzędzia zostały wykorzystane do wskazania punktów zwrotnych na bezpośrednich cenach zamknięcia indeksu WIG (tabela 5, wykres 3). Rezultaty okazały się być bardzo zbliżone do wcześniej oszacowanych punktów zwrotnych na indeksie skorygowanym o inflację. Badanie wskazało taką samą liczbę cykli, a średnia różnica pomiędzy pomiarami plasuje się w granicy kilku miesięcy. Jednak w tym przypadku faza wzrostowa trwała przeciętnie 3 lata oraz posiadała średnią stopę zwrotu na poziomie 202%. Faza spadkowa trwała natomiast relatywnie krócej, ponieważ przeciętnie utrzymywała się przez 1,1 roku i charakteryzowała się średnim spadkiem o 43%. Powyższe przeciętne wartości mogą być zaburzone przez najdłuższy cykl, trwający od października 2001 r. do lutego 2009 r. i posiadający największą amplitudę. Pomimo istotnego spowolnienia gospodarczego zobrazowanego dynamiką PKB na przełomie 2004 i 2005 r.<sup>7</sup>, indeks WIG nie wykazał znaczącego ruchu spadkowego w tym okresie. Zatem wyznaczając fikcyjnie szczyt (25 lutego 2005 r.) i postępujący po nim fikcyjny dołek (16 maja 2005 r.) na lokalnych ekstremach, które zostały pominięte w powyższym badaniu wykorzystującym procedurę Bry'a i Boschan, i implikujące pomiędzy sobą relatywnie krótką i płytką fazę spadkową, na przestrzeni analizowanego okresu 1994–2017 wskazać można sześć cykli o średnim czasie trwania 3,5 roku. Nowo wyznaczone cykle posiadały przeciętną fazę wzrostu wynoszącą 2,5 roku oraz przeciętną fazę spadkową utrzymującą się jeden rok. Zatem oczekiwana stopa zwrotu podczas hossy uplasowała się na poziomie 139%, natomiast oczekiwana stopa zwrotu dla bessy wyniosła -38%. Ostatnim etapem opisywania hossy i bessy jest sprawdzenie, czy procedura Bry'a i Boschan nie pominęła ruchów spadkowych powyżej 25%, uznawanych za nieoficjalną definicję rynku niedźwiedzia. Do wyznaczenia korekt rynkowych, czyli krótszych trendów o relatywnie mniejszej amplitudzie, wykorzystano ekstrema lokalne w oknie 21 sesji giełdowych. Dodatkowymi regułami były: naprzemienne występowanie punktów zwrotnych oraz amplituda zmian pomiędzy szczytem a dołkiem powinna być większa niż 5%. Tabela 6 oraz wykres 4 zawierają liczbę oszacowanych korekt wraz z ich średnią wielkością plasującą się na poziomie -9,8%. W badanym okresie nie wystąpiła żadna korekta powyżej 25% oraz były tylko cztery korekty powyżej 20%. Nasuwa się zatem wniosek, że nieoficjalna definicja bessy powinna charakteryzować się spadkiem powyżej 25%, a nie 20%. W przeciągu przeciętnego roku hossy można oczekiwać 3,6 korekty powyżej 5% oraz 1,5 korekty powyżej 10%. Relatywnie mała liczba spadków powyżej 20% oraz brak spadków powyżej 25% wskazują, że metoda Bry'a i Boschan dobrze dopasowuje się do empirycznych danych indeksu WIG.

<sup>7</sup> Warto przypomnieć, że w 2004 r. zmaterializowała się akcesja Polski do Unii Europejskiej, co stanowiło pozytywny szok gospodarczy (Drozdowicz-Bieć 2012, s. 123), który mógł podtrzymać dobry sentyment panujący na polskim rynku kapitałowym w latach 2004–2005.

### 6.3. Zależność cyklu finansowego i cyklu gospodarczego

Na wykresie 6 przedstawiono przenikanie się logarytmów naturalnych indeksu WIG skorygowanego o inflację oraz polskiego PKB. Na przestrzeni analizowanego okresu WIG przebiegał wokół trendu wyznaczanego przez PKB, co zostało potwierdzone testem na występowanie relacji kointegrującej przeprowadzonym zgodnie z metodą Engle'a-Grangera<sup>8</sup>.

W celu określenia charakteru opóźnienia bądź wyprzedzenia danych makroekonomicznych względem indeksu WIG posłużono się wskazanymi z procedury Bry'a i Boschan punktami zwrotnymi szeregów czasowych zawartych w tabelach 1, 3 oraz 7. Indeks WIG przeciętnie (miara ta nie odnosi się wprost do każdego z cykli) wyprzedza o około trzy miesiące szczyt i dno w sferze realnej gospodarki (tabela 7). Należy podkreślić, iż dane zawarte we wskaźniku równoległym oraz PKB upubliczniane są z dodatkowym opóźnieniem, które wynosi kolejno jeden miesiąc oraz dwa miesiące.

Kolejne wykresy potwierdzają dodatnią zależność pomiędzy częściami cyklicznymi (ze zlogarytmizowanych szeregów czasowych wyłączono trend za pomocą filtru Christiano-Fitzgeralda) indeksu WIG skorygowanego o inflację i PKB oraz indeksu WIG skorygowanego o inflację i wskaźnika równoległego, bowiem ich ekstrema wystąpiły w niedalekich odległościach od siebie. Dla powyżej przygotowanych danych obliczona została korelacja krzyżowa, która umożliwiła zobrazowanie siły zależności pomiędzy indeksem WIG a sferą realną gospodarki. Wskaźnik ten oprócz wartości unormowanej w przedziale  $<-1;1>$ , opisującej siłę zależności, uwidacznia także charakter opóźnienia bądź wyprzedzenia pomiędzy analizowanymi szeregami czasowymi. W tabeli 8 czcionką pogrubioną zaznaczono opóźnienia/wyprzedzenia danego szeregu czasowego, dla którego współczynnik korelacji posiada najwyższą wartość bezwzględną. Pomiędzy indeksem WIG skorygowanym o inflację i PKB współczynnik korelacji posiadał najwyższy odczyt w wysokości 0,69 dla opóźnienia o jeden kwartał polskiego PKB względem indeksu. Korelogram wzajemny dla WIG skorygowanego o inflację oraz wskaźnika równoległego przedstawia najwyższą korelację dla opóźnienia ośmiomiesięcznego drugiego z nich względem pierwszego, a jego wartość wyniosła 0,50. Powyższe rezultaty potwierdzają także narzędzia analizy spektralnej<sup>9</sup> (wykres 7). Mierzącą siłę zależności koherencja pomiędzy cyklicznymi częściami indeksu WIG skorygowanego o inflację i wskaźnikiem równoległym dla częstotliwości 11,5 roku oraz 2,9 roku posiada kolejno odczyty na poziomie 0,84 i 0,64 (dla przypomnienia jest ona unormowana od 0 do 1). Natomiast przesunięcie fazowe dla tych samych częstotliwości wskazuje kolejno -0,62 oraz -0,97, co interpretowane jest jako opóźnienie wskaźnika równoległego względem warszawskiego indeksu. Analogiczne wnioski płyną z analizy zależności pomiędzy indeksem WIG skorygowanym o inflację i PKB. Najwyższy wskaźnik koherencji w wysokości 0,88 wystąpił dla 11,5 roku, a kąt fazowy zbliżył się do zera i zobrazował brak opóźnienia. Częstotliwość 3,3 roku również wyróżnia się na tle pozostałych okresów, dla której współczynnik koherencji spada w tym przypadku do 0,77, pozostając jednak nadal na relatywnie wysokim poziomie. Kąt fazowy potwierdza opóźnienie PKB względem WIG, bowiem dla częstotliwości 3,3 roku jego odczyt wyniósł -0,84.

<sup>8</sup> Kointegracja wystąpiła, ponieważ wykorzystywane szeregi WIG i PKB były I(1), tzn. hipotezy zerowe o pierwiastku jednostkowym dla każdego z nich nie zostały odrzucone przez test bez wyrazu wolnego. Jednocześnie proces resztowy z równania kointegrującego nie jest zintegrowany I(0), tzn. hipoteza zerowa o pierwiastku jednostkowym została odrzucona przy wartości  $p = 0,0746$ .

<sup>9</sup> Do obliczeń miar analizy cross-spektralnej wykorzystano wektor nieparzystych liczb całkowitych  $\text{spans} = c(3,3)$ , nadających szerokości zmodyfikowanych wag Daniella, które użyte zostały do wygładzania periodogramu.

Badanie wzajemnej zmienności prowadzi do oczywistych konkluzji, bowiem odchylenie standardowe różnicy logarytmów indeksu giełdowego skorygowanego o inflację ( $\Delta \ln(\text{WIG}/\text{CPI})$ ) jest większe od odchylenia standardowego różnicy logarytmów wskaźnika równoległego o około 6 razy oraz o ponad 15 razy większe od odchylenia standardowego różnicy logarytmów PKB i dynamiki PKB w cenach stałych (tabela 9). Część cykliczna WIG skorygowanego o inflację także charakteryzuje się większą zmiennością względem części cyklicznej PKB, bowiem po wyłączeniu długookresowego trendu z powyższych szeregów czasowych odchylenie standardowe indeksu jest 17,1 razy większe.

Wart odnotowania jest fakt, że według OECD polskie PKB w 1995 r. (w cenach z 2010 r.) wyniosło 781,5 mld zł, a w 2017 r. niespełna 2 bln zł, co implikowało średnioroczny wzrost o 4,0%. W tym samym czasie Warszawski Indeks Giełdowy (z końca 1995 r. do końca 2017 r.) wzrósł z 7585,9 do 63746,2 punktów, dzięki średniorocznemu wzrostowi o 10,2%, i niespełna 6% w wartościach skorygowanych o inflację. Przyglądając się poszczególnym fazom wzrostowym i spadkowym, na jeden punkt procentowy dynamiki PKB w cenach stałych w czasie hossy przypada przeciętnie 20% wzrostu indeksu skorygowanego o inflację, a w okresie bessy rynek kapitałowy cofa się średnio o -7,5%.

## 7. Podsumowanie

W niniejszym opracowaniu potwierdzono istnienie silnej współzależności sfery realnej gospodarki i rynku kapitałowego w Polsce, co jest zgodne z badaniami krajowymi Fundowicza (2003), Widz (2016), Brzeszczyńskiego, Gajdki, Schabeka (2009) oraz zagranicznymi Schwerta (1990) czy Bakera, Delonga i Krugmana (2005). Na przestrzeni analizowanego okresu Warszawski Indeks Giełdowy przebiegał wokół trendu wyznaczanego przez PKB, a ich średnioroczne stopy zwrotu uplasowały się na podobnych poziomach. Od 1995 r. do końca 2017 r., kiedy polskie PKB według OECD wyniosło kolejno 781,5 mld zł i niespełna 2 bln zł, implikowana roczna stopa zwrotu osiągnęła poziom 4,0%. W tym samym czasie Warszawski Indeks Giełdowy (z końca 1995 r. do końca 2017 r.) wzrósł z 7585,9 do 63 746,2 punktów, dzięki średniorocznemu wzrostowi o niespełna 6% w wartościach skorygowanych o inflację.

Zależność pomiędzy powyższymi rynkami potwierdzają pokrywające się punkty odwrócenia ich poszczególnych faz, oszacowane za pomocą trzech niezależnych metod: procedury Bry'a i Boschan, modelu z przełączeniami typu Markowa oraz metody alternatywnej bazującej na średniej logarytmicznej stopie zwrotu. Ponadto współzależność ta została poświadczona korelacją dynamiczną oraz współczynnikiem koherencji.

Analizując przeciętną długość poszczególnych cykli, obliczone periodogramy wskazują, że polska gospodarka, jak i polski rynek kapitałowy fluktuują w częstotliwościach bliskich cykлом Kitchina, wynoszącym około 3,5 roku. Relacja odchyłeń standardowych poszczególnych szeregów czasowych wskazała jednak na relatywnie wyższą zmienność rynku kapitałowego. Claessens, Kose i Terrones (2011b) wyjaśniają owo gwałtowne zachowanie rynków finansowych ich szybszym dostosowaniem się do zmieniającego się otoczenia względem sfery realnej.

Kolejną cechą relacji sfery realnej gospodarki mierzonej odczytami PKB, jak i wskaźnikiem równoległym jest jej opóźnienie względem cyklu rynku kapitałowego. Warto zaznaczyć, że przewagę wskaźnika równoległego stanowią: wyższa częstotliwość publikacji oraz mniejsza liczba rewizji. Wyprzedzający charakter rynku kapitałowego można tłumaczyć teorią wyceny akcji, bazującą na oczekiwanych przyszłych wynikach finansowych, które są determinowane przez stan gospodarki realnej. Indeks WIG

zatem może być wykorzystywany do budowy wskaźników wyprzedzających koniunkturę, co jest konkluzją tożsamą z wynikiem pracy Estrelli i Mishkina (1998).

Dodatkowo powyższe opracowanie może stanowić podstawę do budowy oczekiwań odnośnie stopy zwrotu, jak i szacowania ryzyka. Historycznie średni wzrost indeksu WIG podczas hossy uplasował się na poziomie 139%, natomiast spadek dla bessy wyniósł -38%. W trakcie trendów wzrostowych w badanym okresie nie wystąpiła żadna korekta powyżej 25% i były tylko cztery korekty powyżej 20%. Zatem definicja bessy powinna charakteryzować się spadkiem powyżej 25%, co w każdym przypadku badanego okresu towarzyszyło spowolnieniu gospodarczemu. Ponadto w przeciągu przeciętnego roku hossy inwestorzy powinni spodziewać się 3,6 korekty powyżej 5% oraz 1,5 korekty powyżej 10%.

Dzięki precyzyjnie oszacowanym punktom zwrotnym określającym występowanie hossy i bessy niniejsze opracowanie stanowi fundament dla dalszych badań nad rynkiem finansowym.

## Bibliografia

- Baker D., Delong J.B., Krugman P.R. (2005), Asset returns and economic growth, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 289–330.
- Bernanke B., Gertler M., Gilchrist S. (1996), The financial accelerator and the flight to quality, *The Review of Economics and Statistics*, 78(1), 1–15.
- Bernstein J. (1996), *Cykle giełdowe*, WIG PRESS.
- Bry G., Boschan C. (1971), *Cyclical analysis of time series: selected procedures and computer programs*, NBER.
- Brzeszczyński J., Gajdka J., Schabek T. (2009), Koniunktura giełdowa a zmiany w realnej sferze gospodarki w Polsce, *Przegląd Organizacji*, 7–8, 3–8.
- Burns A.F., Mitchell W.C. (1946), *Measuring Business Cycles*, NBER.
- Candelon B., Piplack J., Straetmans S. (2008), On measuring synchronization of bulls and bears; the case of East Asia, *Journal of Banking and Finance*, 32(6), 1022–1035.
- Cariello A., Marcellino M. (2007), *Monitoring the economy of euro area: a comparison of Composite Coincident Index*, Working Paper, 319, IGIER.
- Chen S.S. (2009), Predicting the bear stock market – macroeconomic variables as leading indicators, *Journal of Banking and Finance*, 33, 211–223.
- Christiano L.J., Fitzgerald T.J. (1999), *The band pass filter*, Working Paper, 9906, Federal Reserve Bank of Cleveland.
- Claessens S., Kose M.A., Terrones M.E. (2008), *What happens during recession crunches and busts?*, Working Paper, 8\_274, IMF.
- Claessens S., Kose M.A., Terrones M.E. (2011a), *Financial cycles: What? How? When?*, Working Paper, 11\_76, IMF.
- Claessens S., Kose M.A., Terrones M. (2011b), *How do business and financial cycles interact?*, Working Paper, 11\_88, IMF.
- Cochrane J.H. (2005), *Financial markets and the real economy*, Working Paper Series, 11193, NBER.
- Drehmann M., Borio C., Tsatsaronis K. (2012), *Characterising the financial cycle don't lose sight of the medium term*, Working Papers, 380, BIS.
- Drozdowicz-Bieć M. (2012), *Cykle i wskaźniki koniunktury*, Poltext.

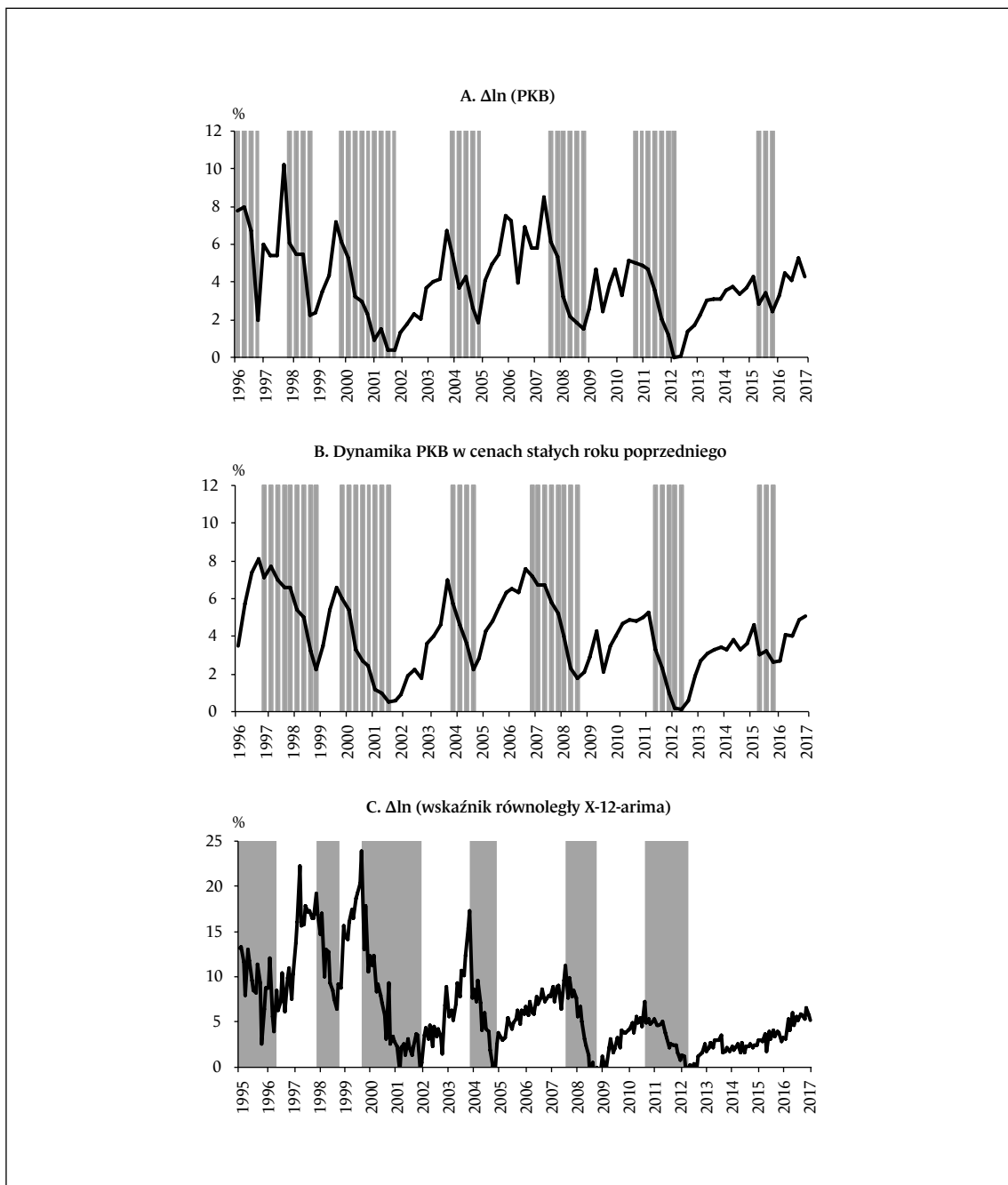
- Estrella A., Mishkin F. (1998), Predicting U.S. recessions financial variables as leading indicators, *The Review of Economics and Statistics*, 80(1), 45–61.
- Fama E. (1990), Stock returns, expected returns, and real activity, *Journal of Finance*, 45(4), 1089–1108.
- Fic T. (2009), Cykl koniunkturalny w Polsce. Wnioski z modeli Markowa, *Ekonomista*, 1, 49–65.
- Fundowicz J. (2003), Koniunktura giełdowa a koniunktura makroekonomiczna, w: K. Piech, S. Pangsy-Kania (red.), *Diagnozowanie koniunktury gospodarczej w Polsce*, Dom Wydawniczy Elipsa.
- Fundowicz J., Wyżnikiewicz B. (2006), Fluktuacje koniunktury gospodarczej i giełdowej – perspektywa makroekonomiczna, w: M. Mocek (red.), *Diagnozowanie i prognozowanie koniunktury gospodarczej w Polsce*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu.
- Gajdka J., Pietraszewski P. (2016), Economic growth and stock prices evidence from Central and Eastern European countries, *Studia Prawno-Ekonomiczne*, 98, 179–196.
- Gajdka J., Pietraszewski P. (2014), Wzrost gospodarczy a ceny akcji, *Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia*, 67, 399–408.
- Geise A. (2013), Analiza spektralna wahań koniunkturalnych w gospodarce polskiej, *Zarządzanie i Finanse*, 11(1), cz. 4, 101–122.
- Gradzewicz M., Growiec J., Hagemeyer J., Popowski P. (2010), Cykl koniunkturalny w Polsce – wnioski z analizy spektralnej, *Bank i Kredyt*, 41, 41–76.
- Harding D., Pagan A. (2002), Dissecting the cycle. A methodological investigation, *Journal of Monetary Economics*, 49, 365–381.
- Hamilton J.D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Harris L. (2003), *Trading and Exchanges Market Microstructure for Practitioners*, Oxford University Press.
- Jajuga K., Jajuga T. (2006), *Inwestycje, instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, Wyd. Naukowe PWN.
- Levine R., Zervos S. (1996), Stock market development and long-run growth, *The World Bank Economic Review*, 10(2), 323–339.
- Maheu J.M., McCurdy T.H. (2000), Identifying bull and bear markets in stock returns, *Journal of Business and Economic Statistics*, 18(1), 100–112.
- Morawski W. (2003), *Kronika kryzysów gospodarczych*, Wydawnictwo TRIO.
- Murphy J.J. (1999), *Technical Analysis of the Financial Markets*, New York Institute of Finance.
- Osińska M. (2006), *Ekonometria finansowa*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Rajan R., Zingales L. (1998), Financial dependence and growth, *American Economic Review*, 88(3), 559–586.
- Ritter J. (2012), Is economic growth good for investors, *Journal of Applied Corporate Finance*, 24(3), 8–18.
- Schwert W. (1990), Stock returns and real activity a century of evidence, *Journal of Finance*, 45, 1237–1257.
- Shiller R.J. (2000), *Irrational Exuberance*, Princeton University Press.
- Sinai A. (1992), Financial and real business cycles, *Eastern Economic Journal*, 18(1), 1–54.
- Skrzypczyńska M. (2011), Pomiar cyklu koniunkturalnego w Polsce – analiza porównawcza, *Bank i Kredyt*, 42, 31–54.
- Skrzypczyński P. (2008), *Wahania aktywności gospodarczej w Polsce i strefie euro*, Materiały i Studia, 227, NBP.
- Skrzypczyński P. (2010), *Metody spektralne w analizie cyklu koniunkturalnego gospodarki polskiej*, Materiały i Studia, 252, NBP.
- Stock J.H., Watson M.W. (2003), Forecasting output and inflation the role of asset prices, *Journal of Economic Literature*, 41(3), 788–829.

- Szymanik E., Zyguła A. (2009), *Cykliczne wahania aktywności gospodarczej*, Krakowskie Towarzystwo Edukacyjne – Oficyna Wydawnicza AFM.
- Szyska A. (2009), Behawioralne aspekty kryzysu finansowego, *Bank i Kredyt*, 40(4), 5–30.
- Talaga L., Zieliński Z. (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, Wyd. Naukowe PWN.
- Tobin J. (1969), A general equilibrium approach to monetary theory, *Journal of Money, Credit and Banking*, 1(1), 15–29.
- Widz E. (2016), Wahania indeksów giełdowych a wahania koniunktury gospodarczej w Polsce, *Acta Universitatis Lodzensis Folia Oeconomica*, 4(323), 155–168.
- Zarnowitz V. (1992), *Business Cycles Theory, History, Indicators and Forecasting*, The University of Chicago Press.
- Żyżyński J. (2006), System finansowy a gospodarka realna – między służebnością a wyobcowaniem, *Ekonomista*, 4, 527–549.

## Aneks

Wykres 1

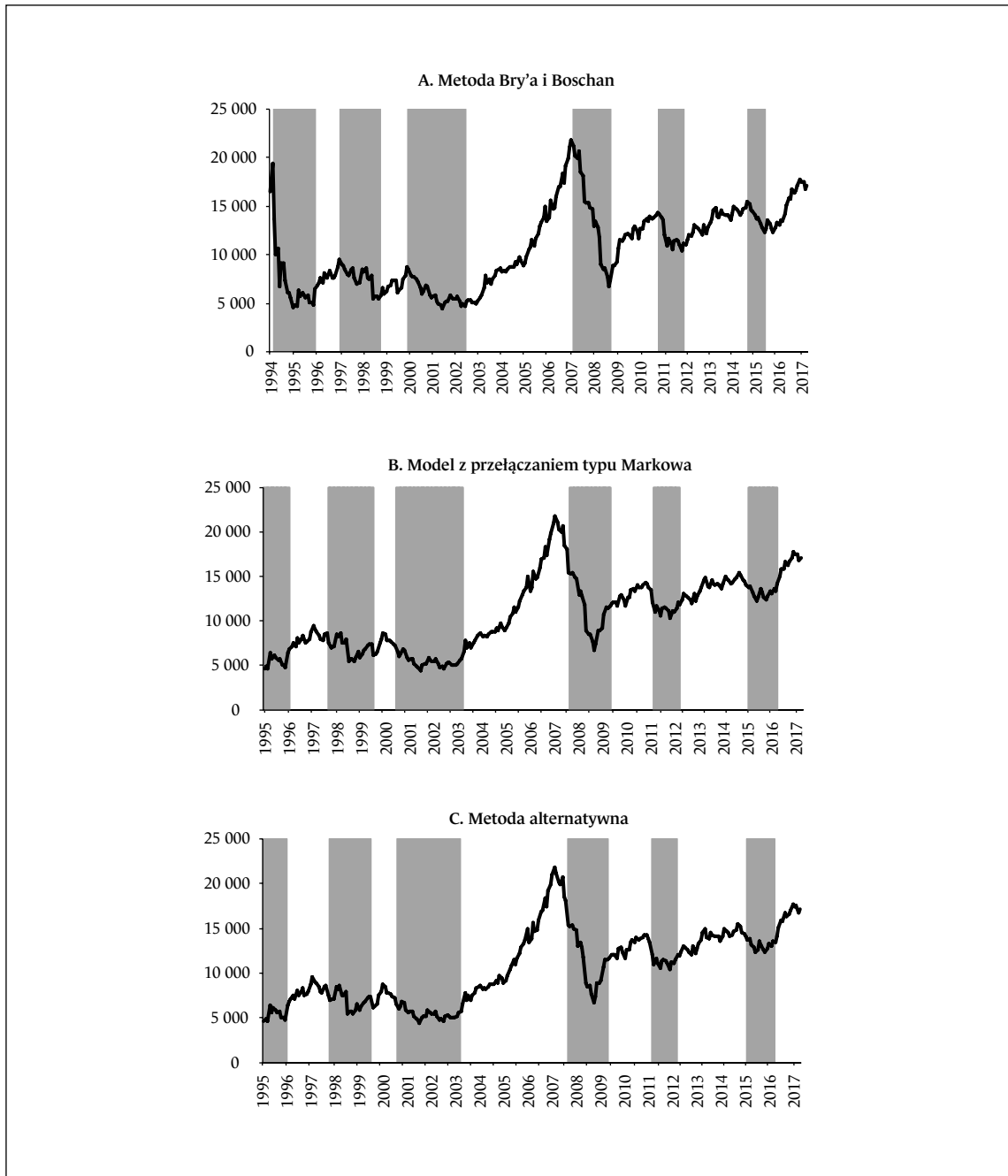
Datowanie punktów zwrotnych w gospodarce realnej





Wykres 2

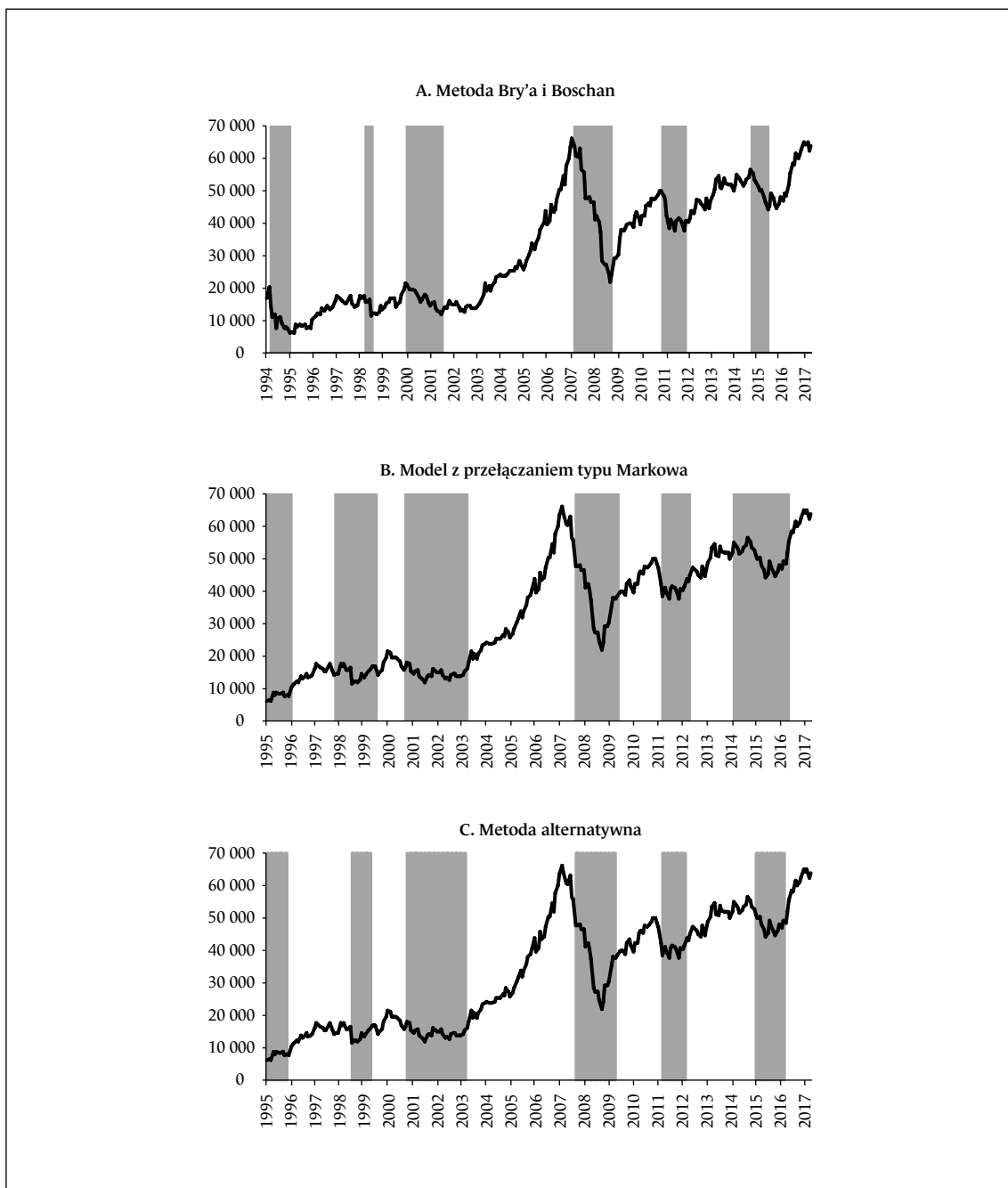
Datowanie punktów zwrotnych indeksu WIG skorygowanego o inflację



Uwaga: wyszarzonym obszarem zaznaczone zostały bessy na rynku kapitałowym.

Wykres 3

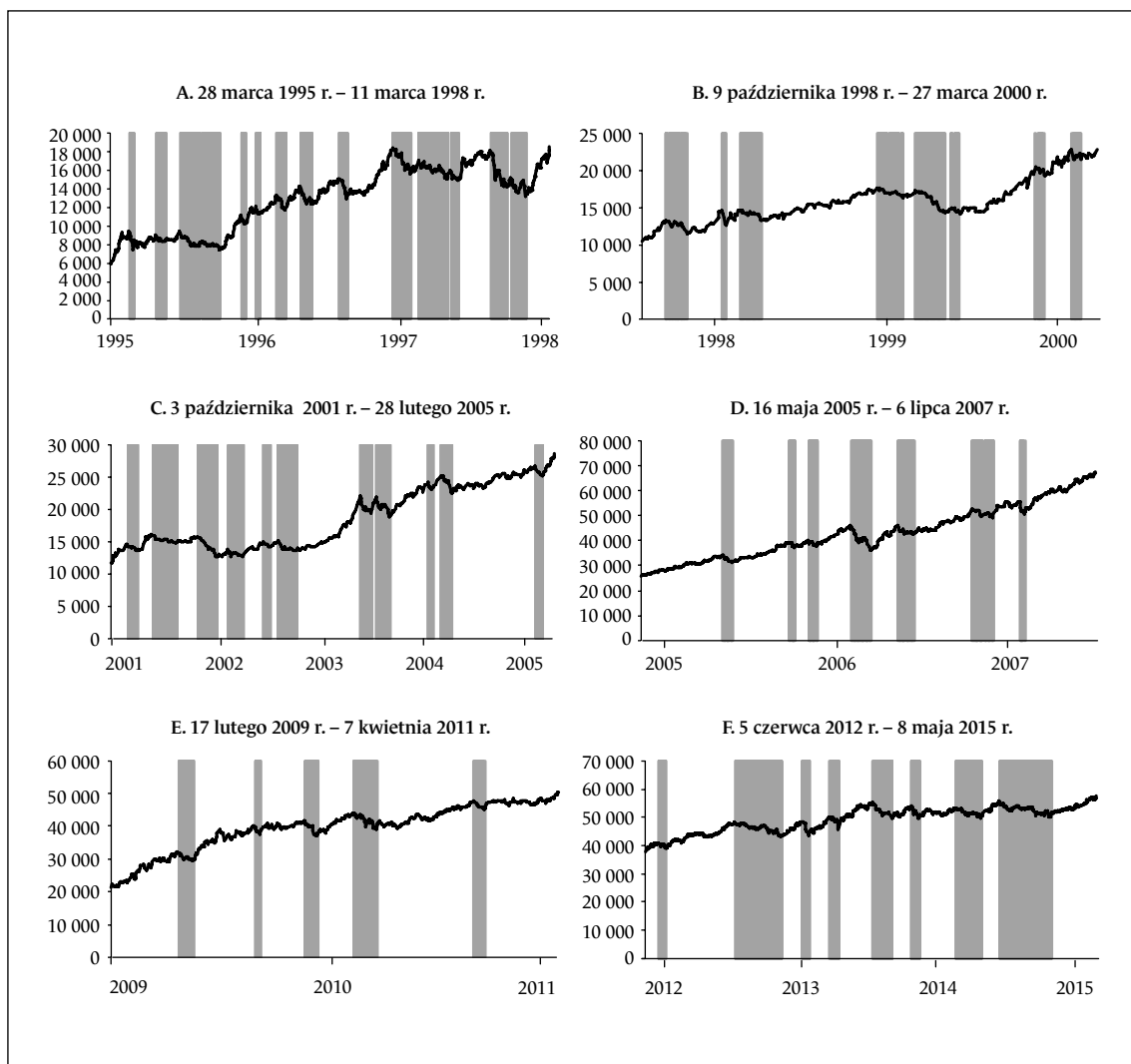
Datowanie punktów zwrotnych indeksu WIG



Uwaga: wyszarzonym obszarem zaznaczone zostały bessy na rynku kapitałowym.

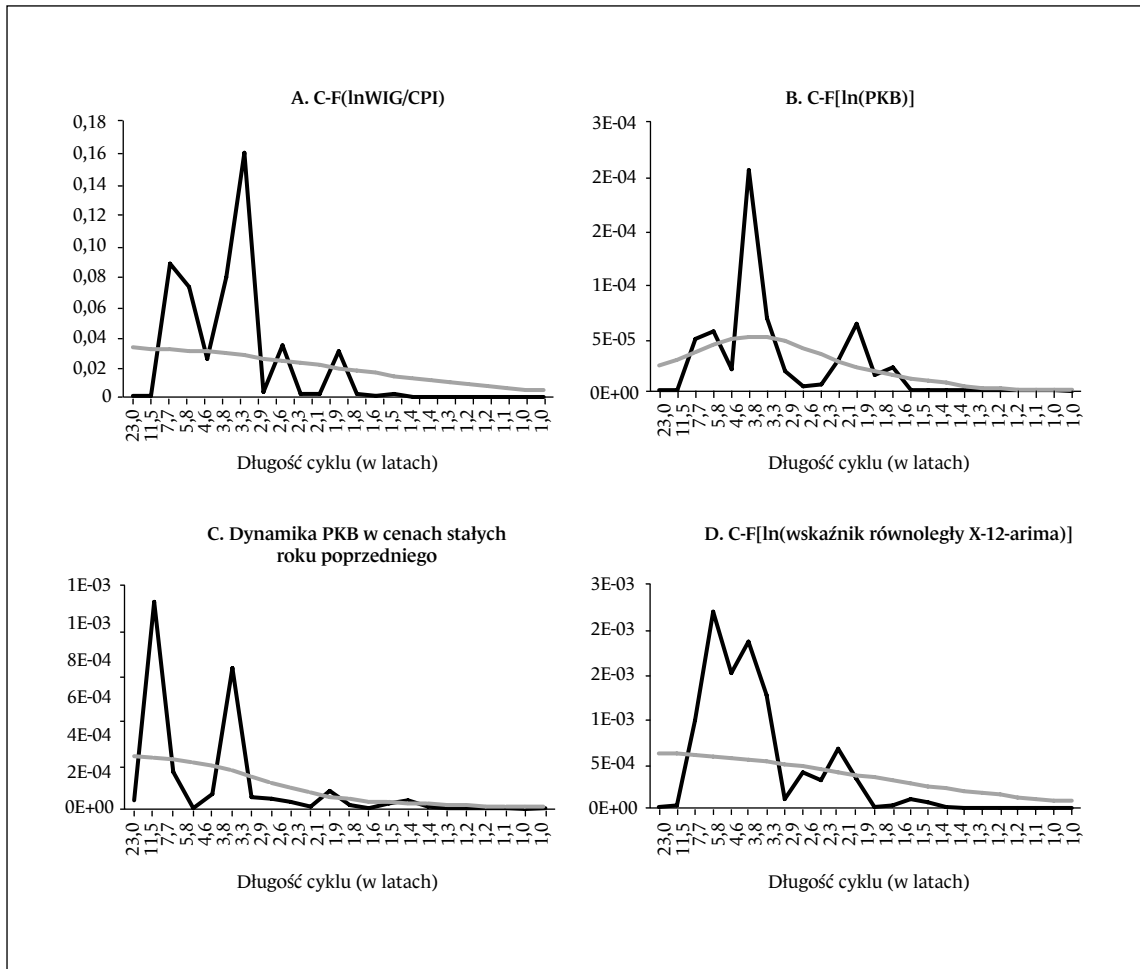
Wykres 4

Liczba i głębokość korekt podczas hossy



Uwaga: wyszarzonym obszarem zaznaczone zostały korekty podczas hossy na rynku kapitałowym.

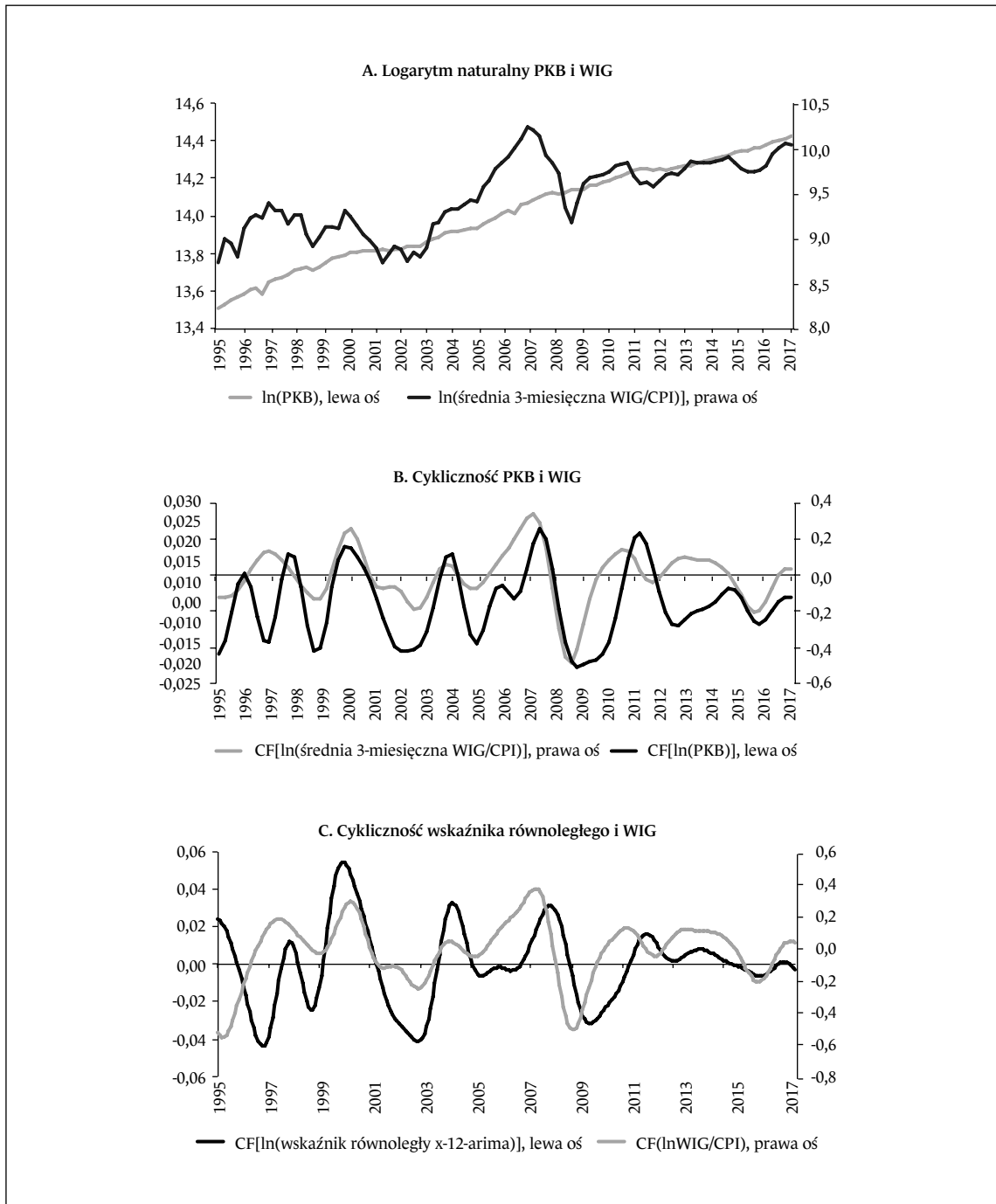
Wykres 5  
Periodogramy



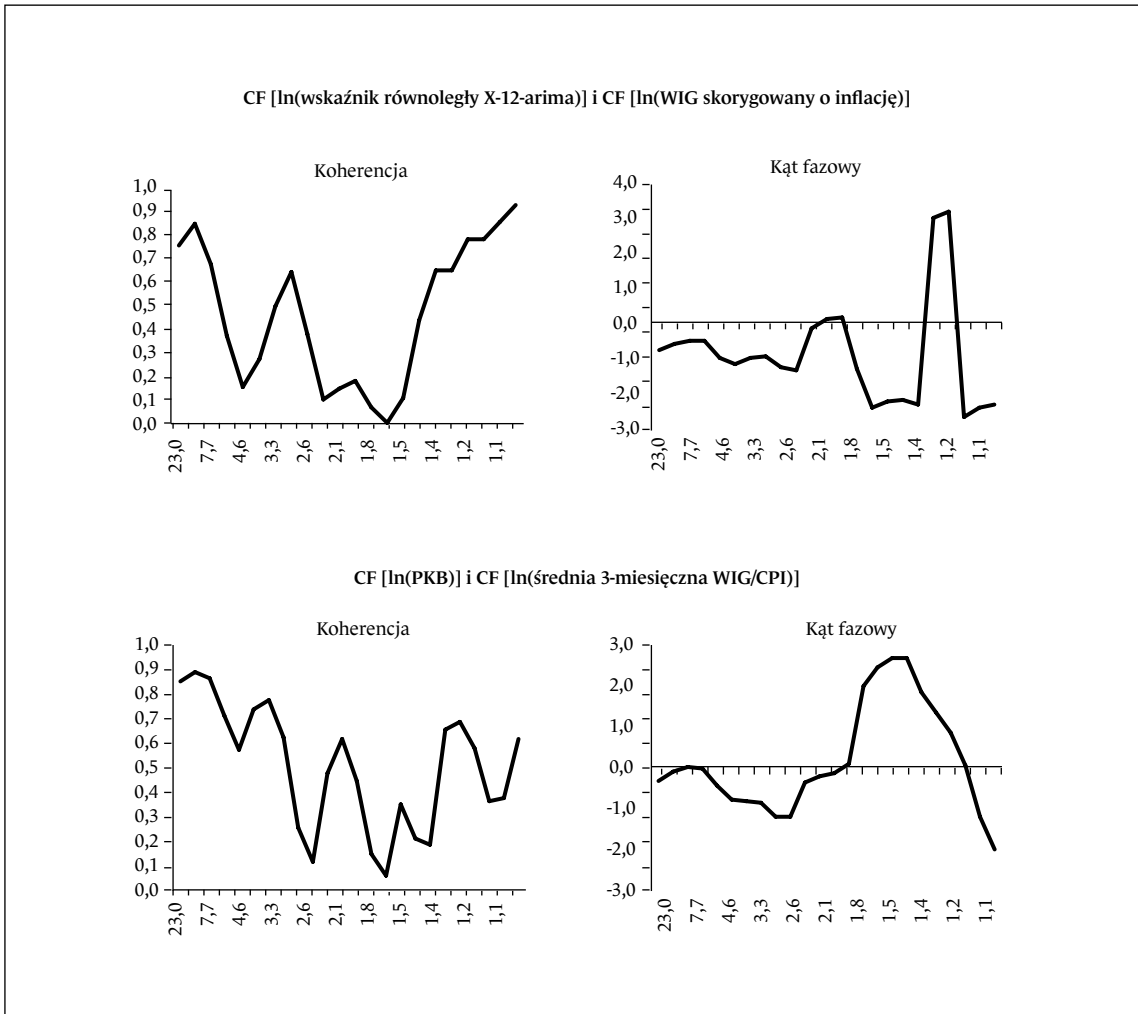
Uwaga: linią czarną oznaczone są periodogramy, linią szarą ich wygładzenia w dziedzinie częstotliwości z wykorzystaniem wag Bartletta.

Wykres 6

WIG na tle sfery realnej gospodarki



Wykres 7  
Analiza spektralna



Uwaga: wszystkie wartości na panelu wykresów przy poziomie  $\alpha = 0,05$  znajdowały się we własnych przedziałach ufności.

Tabela 1

Datowanie punktów zwrotnych w gospodarce realnej

<b>Datowanie punktów zwrotnych dla <math>\Delta \ln(\text{PKB})</math></b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość wzrostu	długość spadku	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
Grudzień 1996	2,0%	grudzień 1997	10,2%	1,0			8,2%		
Grudzień 1998	2,2%	grudzień 1999	7,2%	1,0	1,0	2,0	4,9%	8,0%	2,0
Marzec 2002	0,4%	marzec 2004	6,7%	2,0	2,2	3,2	6,3%	6,8%	4,3
Czerwiec 2005	1,8%	grudzień 2007	8,5%	2,5	1,2	3,3	6,7%	4,9%	3,8
Czerwiec 2009	1,5%	marzec 2011	5,1%	1,8	1,5	4,0	3,6%	7,0%	3,2
Grudzień 2012	0,0%	grudzień 2015	4,2%	3,0	1,8	3,5	4,3%	5,2%	4,8
			średnia	1,9	1,6	3,2	5,7%	6,4%	3,6
<b>Datowanie punktów zwrotnych dla dynamiki PKB w cenach stałych roku poprzedniego</b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość wzrostu	długość spadku	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
		grudzień 1996	8,1%						
Marzec 1999	2,2%	grudzień 1999	6,6%	0,8	2,2		4,4%	5,9%	3,0
Grudzień 2001	0,5%	marzec 2004	7,0%	2,2	2,0	2,8	6,5%	6,1%	4,3
Marzec 2005	2,2%	marzec 2007	7,6%	2,0	1,0	3,2	5,4%	4,8%	3,0
Marzec 2009	1,8%	grudzień 2011	5,3%	2,8	2,0	4,0	3,5%	5,8%	4,8
Marzec 2013	0,1%	grudzień 2015	4,6%	2,8	1,2	4,0	4,5%	5,2%	4,0
Grudzień 2016	2,7%				1,0	3,8		1,9%	
			średnia	2,1	1,6	3,6	4,9%	5,0%	3,8

Tabela 1, cd.

<b>Datowanie punktów zwrotnych dla wskaźnika równoległego</b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość wzrostu	długość spadku	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
Czerwiec 1996	3,9%	luty 1998	19,2%	1,7			15%		
Grudzień 1998	6,4%	grudzień 1999	23,9%	1,0	0,8	2,5	17%	-12,8%	1,8
Kwiecień 2002	-0,4%	kwiecień 2004	17,3%	2,0	2,3	3,3	18%	-24,3%	4,3
Kwiecień 2005	-1,9%	luty 2008	11,2%	2,8	1,0	3,0	13%	-19,2%	3,8
Kwiecień 2009	-1,3%	kwiecień 2011	7,3%	2,0	1,2	4,0	9%	-12,5%	3,2
Grudzień 2012	-0,3%				1,7	3,7		-7,5%	
			średnia	1,9	1,4	3,3	14,4%	-15,3%	3,3

Tabela 2

Średnie wyprzedzenia (+) / opóźnienia (-) datowania punktów zwrotnych względem wskaźnika równoległego

$\Delta \ln(\text{PKB})$		Dynamika PKB w cenach stałych roku poprzedniego					
I	-0,5	I	0,2			I	1,2
II	0,0	II	0,0	I	-0,2	II	0,0
III	0,1	III	0,1	II	0,3	III	0,1
IV	-0,2	IV	0,2	III	0,1	IV	0,9
V	-0,2	V	0,1	IV	0,1	V	-0,7
VI	0,0			V	-0,2		
średnia	-0,1		0,5	średnia	0,0		0,3



Tabela 3

Datowanie punktów zwrotnych indeksu WIG skorygowanego o inflację

<b>Datowanie punktów zwrotnych metodą Bry'a i Boschan</b>										
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu	
31 grudnia 1995	4 783,4	28 lutego 1997	9 533,0	1,2			99%			
30 listopada 1998	5 411,5	29 lutego 2000	8 712,9	1,2	1,8	2,9	61%	-43%	3,0	
30 września 2002	4 705,5	30 czerwca 2007	21 861,4	4,8	2,6	3,8	365%	-46%	7,3	
28 lutego 2009	6 733,0	30 kwietnia 2011	14 319,7	2,2	1,7	6,4	113%	-69%	3,8	
31 maja 2012	10 378,4	30 kwietnia 2015	15 464,0	2,9	1,1	3,3	49%	-28%	4,0	
30 stycznia 2016	12 310,6				0,8	3,7		-20%		
			średnia	2,4	1,6	4,0	137%	-41%	4,5	
<b>Datowanie punktów zwrotnych za pomocą modeli z przełączaniem typu Markowa</b>										
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu	
Styczeń 1996	6 501,2	wrzesień 1997	8 638,0	1,7			33%			
Sierpień 1999	7 379,1	sierpień 2000	7 218,3	1,0	1,9	3,6	-2%	-15%	3,0	
Czerwiec 2003	5 808,6	styczeń 2008	15 424,2	4,6	2,8	3,8	166%	-20%	7,6	
Październik 2009	11 704,7	sierpień 2011	12 102,5	1,8	1,8	6,3	3%	-24%	3,7	
Wrzesień 2012	12 071,7	sierpień 2015	14 111,5	2,9	1,1	2,9	17%	0%	4,1	
Listopad 2016	13 419,8				1,2	4,1		-5%		
			średnia	2,4	1,8	4,2	43%	-13%	4,6	

Tabela 3, cd.

<b>Datowanie punktów zwrotnych metodą alternatywną bazującą na logarytmicznej stopie zwrotu aktywów finansowych</b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
Grudzień 1995	4 783,4	październik 1997	7 549,7	1,8			58%		
Maj 1999	15 623,0	lipiec 1999	7 408,6	0,2	1,6	3,4	-53%	107%	1,7
Maj 2003	5 554,8	grudzień 2007	18 102,3	4,6	3,8	4,0	226%	-25%	8,4
Wrzesień 2009	11 458,0	lipiec 2011	13 515,7	1,8	1,8	6,3	18%	-37%	3,6
Sierpień 2012	11 485,3	sierpień 2015	14 111,5	3,0	1,1	2,9	23%	-15%	4,1
Październik 2016	13 582,5				1,1	4,1		-4%	
			średnia	2,3	1,9	4,2	54%	5%	4,5

Tabela 4

Średnie wyprzedzenia (+) / opóźnienia (-) datowania punktów zwrotnych względem procedury Bry'a i Boschan

<b>Model z przełączaniem typu Markowa</b>				<b>Metoda alternatywna bazująca na logarytmicznej stopie zwrotu</b>			
I	-0,1	I	-0,6	I	0,0	I	-0,7
II	-0,8	II	-0,5	II	-0,5	II	0,6
III	-0,7	III	-0,6	III	-0,7	III	-0,5
IV	-0,7	IV	-0,3	IV	-0,6	IV	-0,3
V	-0,3	V	-0,3	V	-0,3	V	-0,3
VI	-0,8			VI	-0,7		
średnia	-0,6		-2,4	średnia	-0,4		-0,2

Tabela 5

Datowanie punktów zwrotnych indeksu WIG

<b>Datowanie punktów zwrotnych metodą Bry'a i Boschan</b>										
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu	
28 marca 1995	5 904,7	11 marca 1998	18 582,7	3,0			215%			
9 października 1998	10 473,7	27 marca 2000	22 868,4	1,5	0,6	3,5	118%	-44%	2,0	
3 stycznia 2001	11 564,6	6 lipca 2007	67 568,5	5,8	1,5	3,0	484%	-49%	7,3	
17 lutego 2009	21 274,3	7 kwietnia 2011	50 371,7	2,1	1,6	7,4	137%	-69%	3,8	
5 czerwca 2012	36 653,3	8 maja 2015	57 379,5	2,9	1,2	3,3	57%	-27%	4,1	
20 stycznia 2016	42 152,7				0,7	3,6		-27%		
			średnia	3,0	1,1	4,2	202%	-43%	4,3	

**Datowanie punktów zwrotnych metodą Bry'a i Boschan z dodatkiem fazy spadkowej w 2005 r.**

data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
28 marca 1995	5 904,7	11 marca 1998	18 582,7	3,0			215%		
9 października 1998	10 473,7	27 marca 2000	22 868,4	1,5	0,6	3,5	118%	-44%	2,0
3 października 2001	11 564,6	25 lutego 2005	28 547,1	3,4	1,5	3,0	147%	-49%	4,9
16 maja 2005	25 617,0	6 lipca 2007	67 568,5	2,1	0,2	3,6	164%	-10%	2,4
17 lutego 2009	21 274,3	7 kwietnia 2011	50 371,7	2,1	1,6	3,8	137%	-69%	3,8
5 czerwca 2012	36 653,3	8 maja 2015	57 379,5	2,9	1,2	3,3	57%	-27%	4,1
20 stycznia 2016	42 152,7				0,7	3,6		-27%	
			średnia	2,5	1,0	3,5	139%	-38%	3,4

Tabela 5, cd.

<b>Datowanie punktów zwrotnych za pomocą modeli z przełączaniem typu Markowa</b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
Styczeń 1996	10 413,1	listopad 1997	14 322,6	1,8			38%		
Sierpień 1999	17 014,3	październik 2000	15 597,5	1,2	1,8	3,6	-8%	19%	3,0
Czerwiec 2003	15 987,5	grudzień 2007	55 648,5	4,5	2,7	3,8	248%	3%	7,4
Październik 2009	38 427,6	sierpień 2011	42 222,38	1,8	1,8	6,3	10%	-31%	3,8
Październik 2012	45 014,74	sierpień 2014	51 868,77	1,8	1,2	3,0	15%	7%	3,1
Grudzień 2016	51 754,03				2,3	4,2		0%	
			średnia	2,2	2,0	4,2	60%	-1%	4,3
<b>Datowanie punktów zwrotnych metodą alternatywną bazującą na logarytmicznej stopie zwrotu aktywów finansowych</b>									
data/dno	wartość	data/szczyt	wartość	długość hossy	długość bessy	długość całego cyklu od dna do dna	względny wzrost	względny spadek	długość całego cyklu od szczytu do szczytu
Listopad 1995	7 864,5	lipiec 1998	16 534,3	2,7			110%		
Maj 1999	15 623,0	listopad 2000	16 292,2	1,5	0,8	3,5	4%	-6%	2,3
Maj 2003	15 304,4	grudzień 2007	55 648,5	4,6	2,5	4,0	264%	-6%	7,1
Wrzesień 2009	37 580,3	sierpień 2011	42 222,4	1,9	1,8	6,3	12%	-32%	3,7
Sierpień 2012	41 573,6	lipiec 2015	52 750,9	2,9	1,0	2,9	27%	-2%	3,9
Październik 2016	48 618,6				1,3	4,2		-8%	
			średnia	2,7	1,5	4,2	83%	-11%	4,3

Tabela 6

Liczba i głębokość korekt podczas hossy

Data dno	Data szczyt	Długość hossy	Liczba korekt	Średnia wartość korekt	Średnia długość korekt	(5%, 10%>	(10%, 20%>	>20%
28 marca 1995	11 marca 1998	3,0	14	-12,7%	0,1	4	8	2
9 paź- dziernika 1998	27 marca 2000	1,5	8	-9,8%	0,1	5	3	0
3 paź- dziernika 2001	25 lutego 2005	3,4	11	-9,9%	0,1	6	4	1
16 maja 2005	6 lipca 2007	2,1	8	-9,3%	0,1	6	1	1
17 lutego 2009	7 kwietnia 2011	2,1	5	-8,5%	0,1	3	2	0
5 czerwca 2012	8 maja 2015	2,9	8	-8,7%	0,1	7	1	0
		na rok						
	średnia	3,6	9	-9,8%	0,1	5,2	3,2	0,7

Tabela 7

Średnie wyprzedzenia (+) / opóźnienia (-) datowania punktów zwrotnych względem indeksu WIG skorygowanego o inflację

$\Delta \ln(\text{PKB})$ vs WIG/CPI				Dynamika PKB w cenach stałych roku poprzedniego vs WIG/CPI				Wskaźnik równoległy vs WIG/CPI			
I	-1,0	I	-0,8			I	0,2	I	-0,5	I	-1,0
II	-0,1	II	0,2	I	-0,3	II	0,2	II	-0,1	II	0,2
III	0,5	III	-	II	0,7	III		III	0,4	III	
IV	-	IV	-0,5	III		IV	0,2	IV		IV	-0,7
V	-0,3	V	0,1	IV	-0,1	V	-0,7	V	-0,2	V	0,0
VI	-0,6	VI	-0,7	V	-0,8	VI	-0,7	VI	-0,6		
				VI	-0,9						
średnia	-0,3		-0,4	średnia	-0,3		-0,2	średnia	-0,2		-0,4

Tabela 8

Korelogram wzajemny

CF[ln(PKB ceny stałe X-12-arima)] vs CF[lnWIG/CPI]		CF[ln(wskaźnik równoległy X-12-arima)] vs CF[lnWIG]	
		-12	-0,24***
		-11	-0,22***
		-10	-0,19***
		-9	-0,15***
		-8	-0,12**
		-7	-0,07
		-6	-0,03
		-5	0,02
-4	-0,32***	-4	0,07
-3	-0,13	-3	0,12**
-2	0,13	-2	0,17***
-1	0,40***	-1	0,22***
0	0,60***	0	0,27***
1	<b>0,69***</b>	1	0,32***
2	0,65***	2	0,37***
3	0,53***	3	0,41***
4	0,35***	4	0,44***
		5	0,47***
		6	0,49***
		7	0,50***
		8	<b>0,50***</b>
		9	0,50***
		10	0,49***
		11	0,48***
		12	0,46***

\*, \*\*, \*\*\* istotność przy poziomach kolejno 1%, 5%, 10%.

Tabela 9  
Odchylenia standardowe

$\Delta \ln(\text{WIG/CPI})$	0,30
$\Delta \ln(\text{wskaźnik równoległy X-12-arima})$ r-r	0,05
$\Delta \ln(\text{PKB})$	0,02
Dynamika PKB w cenach stałych	0,02
$\text{CF}[\ln(\text{średnia 3-miesięczna WIG/CPI})]$	0,15
$\text{CF} \ln(\text{PKB})$	0,01
$\text{CF}[\ln(\text{wskaźnik równoległy X-12-arima})]$	0,02

Tabela 10  
P-value dla testów stacjonarności ADF oraz KPSS

	<b>Test ADF z wyrazem wolnym</b>	<b>Test ADF z wyrazem wolnym i trendem liniowym</b>	<b>Test KPSS</b>	<b>Test KPSS z trendem</b>
$\ln(\text{PKB})$	0,49	0,41	< 0,01	< 0,01
$\text{CF}[\ln(\text{PKB})]$	0,00	0,02	> 0,10	> 0,10
Dynamika PKB ceny stałe roku poprzedniego	0,05	0,06	> 0,10	> 0,10
$\ln(\text{wskaźnik równoległyX-12-arima})$	0,09	0,09	< 0,01	< 0,01
$\text{CF}[\ln(\text{wskaźnikrównoległy X-12-arima})]$	0,19	0,19	> 0,10	> 0,10
$\ln \text{WIG}$	0,24	0,18	< 0,01	< 0,01
$\Delta \ln \text{WIG}$	0,01	0,02	> 0,10	> 0,10
$\Delta \ln \text{WIG/CPI}$	0,00	0,02	> 0,10	> 0,10
$\text{CF}[\ln \text{WIG}]$	0,42	0,81	> 0,10	> 0,10
$\text{CF}[\ln(\text{średnia3-miesięczna WIG})]$	0,00	0,00	> 0,10	> 0,10
$\text{CF}[\ln \text{WIG/CPI}]$	0,86	0,98	> 0,10	> 0,10
$\text{CF}[\ln(\text{średnia3-miesięczna WIG/CPI})]$	0,00	0,00	> 0,10	> 0,10

## Załącznik 1. Procedura datowania cykli Bry'a i Boschan

Jednym z narzędzi służącym do wyznaczania punktów zwrotnych w cyklach koniunkturalnych, używanym m.in. przez NBER (National Bureau of Economic Research), jest algorytm Bry'a i Boschan, nazwany od nazwisk jego autorów (Bry, Boschan 1971). Odwołuje się on bezpośrednio do definicji cyklu Burnsa i Mitchella (1946), ponieważ koncentruje się na wyznaczaniu fluktuacji w zakresie od 15 miesięcy do 12 lat. Dzięki wyznaczonym punktom zwrotnym badanie może zostać wzbogacone o charakterystyki cykli, takie jak: długość trwania całego cyklu, długość trwania poszczególnych faz oraz ich amplitudy.

Pierwszym etapem algorytmu jest odnalezienie wartości uważanych za ekstremalne i zastąpienie ich wartościami wygładzonymi przy użyciu krzywej Spencera, czyli średniej ważonej składającej się z piętnastu wyrazów i przedstawiającej się następująco:

$$\begin{aligned} \bar{x}_t = & \left(-\frac{3}{320}\right)x_{t-7} + \left(-\frac{6}{320}\right)x_{t-6} + \left(-\frac{5}{320}\right)x_{t-5} + \left(\frac{3}{320}\right)x_{t-4} + \left(\frac{21}{320}\right)x_{t-3} \\ & + \left(\frac{46}{320}\right)x_{t-2} + \left(\frac{67}{320}\right)x_{t-1} + \left(\frac{74}{320}\right)x_t + \left(\frac{67}{320}\right)x_{t+1} + \left(\frac{46}{320}\right)x_{t+2} + \left(\frac{21}{320}\right)x_{t+3} + \left(\frac{3}{320}\right)x_{t+4} \\ & + \left(-\frac{5}{320}\right)x_{t+5} + \left(-\frac{6}{320}\right)x_{t+6} + \left(-\frac{3}{320}\right)x_{t+7} \end{aligned}$$

Za wartość ekstremalną uważa się odczyty, których iloraz względem krzywej Spencera wypada poza ustanowiony przedział. Domyślnie budowany jest on w oparciu o średnią wszystkich ilorazów badanego szeregu powiększoną i pomniejszoną o 3,5 odchylenia standardowego. Wartości ekstremalne zastępowane są następnie wartościami z krzywej Spencera. Dla tak skorygowanego oryginalnego szeregu liczone są kolejno: 12-miesięczna średnia ruchoma, ponownie krzywa Spencera, dla odróżnienia oznaczona literą B, oraz krótkookresowa 3-miesięczna średnia ruchoma nazywana MCD (*months of cyclical dominance*). Na najdłuższej i najmniej elastycznej 12-miesięcznej średniej selekcjonowane są lokalne maksima/minima, dla których wszystkie odczyty szeregu z pięciu poprzedzających i pięciu następujących miesięcy są mniejsze/większe. Tak wskazane ekstrema podlegają tylko jednemu testowi występowania naprzemiennych dołków i szczytów. Jeżeli ekstrema tego samego typu występują jedno po drugim, to odrzucane jest większe/mniejsze w przypadku minimów/maksimów. Jeżeli wartości ekstremów są takie same, do analizy włączane jest późniejsze. Kolejnym krokiem jest odnalezienie ekstremów na wyznaczonej krzywej Spencera B, która jest bliższa oryginalnemu szeregowi, w sąsiedztwie plus/minus pięciu miesięcy od punktów wyznaczonych na średniej 12-miesięcznej. Punkty zwrotne na krzywej Spencera B podlegają trzem testom. Między ekstremami tego samego rodzaju minimalna odległość powinna wynosić 15 miesięcy oraz powinna być zachowana zasada naprzemiennego występowania szczytów i dołków. Trzeci test narzuca obowiązek pominięcia punktów zwrotnych, które mogą się nakładać (*crossover*), tzn. dołek wyprzedza szczyt, zamiast za nim podążać. Dodatkowo pomija się punkty zwrotne znajdujące się w pierwszych i ostatnich sześciu miesiącach próby. Analogiczne przejście z krzywej Spencera B na krzywą MCD, najbardziej elastyczną średnią, wyznacza punkty zwrotne podlegające również tym samym testom. Ostatnim krokiem jest przejście na oryginalny szereg i wskazanie na nim ekstremów w odległości 4 miesięcy od punktów zidentyfikowanych na krzywej MCD. Punkty zwrotne



na oryginalnym szeregu podlegają także testom minimalnej długości czasu trwania całego cyklu, rozumianego jako okres między ekstremami tego samego rodzaju, oraz minimalnej długości czasu trwania poszczególnych faz, czyli okresu między ekstremami przeciwnego rodzaju.

Ze względu na brak konieczności utraty obserwacji na końcu szeregu w niniejszej pracy zastąpiono krzywą Spencera formułą Aleksandra, która według Drozdowicz-Bieć (2012) generuje mniej wygładzony szereg względem zaproponowanej krzywej Spencera i przedstawia się następująco:

$$\bar{x}_t = \frac{5x_t + 4x_{t-1} + 3x_{t-2} + 2x_{t-3} + x_{t-4} - x_{t-5}}{14}$$

Do analizy punktów zwrotnych posłużyły ceny zamknięcia z ostatniego dnia sesyjnego miesiąca, najszerszej miary rynku kapitałowego, jakim jest indeks WIG. W celu wskazania punktów zwrotnych na danych dziennych do pierwotnie opracowanej procedury Bry'a i Boschan dodano jeden krok. Wokół uwidocznionych ekstremów na cenach zamknięcia z ostatniego dnia sesyjnego miesiąca w obrębie plus/minus dwóch miesięcy wskazano analogiczne ekstrema na danych dziennych.

## Załącznik 2. Model z przełączaniem typu Markowa

Modelem, który opracowany został pierwotnie do wyznaczania fazy wzrostu i spadku w realnej gospodarce, a następnie zastosowany przez środowisko finansowe, jest model Hamiltona (Hamilton 1994, s. 697) należący do grupy modeli Markowa. Polegał on na dopasowaniu danych empirycznych o realnej dynamice wzrostu amerykańskiego PKB do poniższego równania za pomocą estymacji metodą największej wiarygodności.

$$y_t - \mu_{s_t} = \alpha_1 (\Delta y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \dots + \alpha_4 (\Delta y_{t-4} - \mu_{s_{t-4}}) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

gdzie:

$\Delta y$  – kwartalna stopa wzrostu PKB w ujęciu realnym,

$\mu(s_t)$  – warunkowa średnia, której wartość uzależniona jest od reżimu  $s_t$ .

Podobne badania dla polskiego PKB zostały wykonane między innymi przez Fic (2009). Ponieważ polska gospodarka posiadała wyłącznie cykle wzrostowe, co oznacza, że dynamika PKB nie spada poniżej zera, lecz jedynie spowalnia, średnia warunkowa prezentowała się jak poniżej:

$$\mu(s_t) = \begin{cases} \mu_1 > 0, & \text{jeżeli } s_t = 1 \text{ (faza wzrostu)} \\ \mu_2 > 0, & \text{jeżeli } s_t = 2 \text{ (faza spadku)} \end{cases}$$

$$\mu_1 > \mu_2$$

Najprostszą wersją modelu z przełączeniami typu Markowa jest proces opisany poniższym równaniem:

$$y_t = \mu_{s_t} + \varepsilon_t$$

gdzie:

$$S_t = 1, \dots, k,$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2).$$

Zmienna  $k$  odpowiada za liczbę reżimów, co implikuje jednocześnie liczbę średnich oraz ilość wariancji  $\sigma_{S_t}^2$  dla każdego z nich. Jeżeli więc  $k = 2$ , w modelu obserwowane są dwa reżimy, faza wzrostu i spadku, które posiadają różne średnie oraz różne wariancje. Dla empirycznych badań rynków kapitałowych  $y_t$  stanowi wektor stóp zwrotu aktywów finansowych. Wartość  $\mu_{S_1}$  to oczekiwana stopa zwrotu w okresie hossy, zaś  $\mu_{S_2}$  to oczekiwana stopa zwrotu w czasie bessy. Ponieważ wariancja wykorzystywana jest do pomiaru ryzyka, oczekiwać można, że faza wzrostu charakteryzuje się niższą wariancją (mniejszym ryzykiem), natomiast faza spadku posiada relatywnie większą wariancję (większe ryzyko). Dla modeli z przełączeniami typu Markowa przejścia pomiędzy reżimami mają charakter stochastyczny, a macierz prawdopodobieństwa przejścia pomiędzy nimi jest następująca:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1k} \\ \vdots & \ddots & \dots \\ P_{k1} & \dots & P_{kk} \end{bmatrix}$$

Dla  $p_{ij}$  znajdującego się w rzędzie  $i$  oraz kolumnie  $j$ , przypisane jest prawdopodobieństwo zmiany z reżimu  $j$  do reżimu  $i$ . Do estymacji omawianego modelu wykorzystywana jest metoda maksymalnego prawdopodobieństwa (ang. *maximum likelihood estimation*). Logarytm prawdopodobieństwa jest opisany poniższym równaniem:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{S_t}^2}} \exp \left( -\frac{y_t - \mu_{S_t}}{2\sigma_{S_t}^2} \right) \right)$$

Ponieważ reżimy  $S_t$  wraz z własnymi parametrami  $\mu_{S_t}$  oraz  $\sigma_{S_t}^2$  nie są znane, celem modelu jest maksymalizacja powyższego równania za pomocą iteracyjnego algorytmu.

### Załącznik 3. Analiza spektralna oraz cross-spektralna

Narzędziem wykorzystywanym do badań nad cyklicznością procesów ekonomicznych, będących procesami stochastycznymi z czasem dyskretnym, jest analiza spektralna zwana również widmową. Pozwala ona badać wahania zarówno o charakterze sezonowym, cyklicznym, jak i koniunkturalnym. Sprawdza się do wyznaczenia spektrum mocy, stanowiącego rozkład wariancji badanego szeregu czasowego w dziedzinie częstości. Analiza spektralna udziela zatem informacji, które z częstotliwości posiadają większe, a które mniejsze znaczenie w wyjaśnianiu zmienności danego szeregu czasowego. Podstawą analizy spektralnej jest założenie, że każdą realizację stacjonarnego procesu stochastycznego o czasie dyskretnym można przedstawić jako ważoną sumę funkcji sinusoidalnych i cosinusoidalnych zwanych harmonikami (Osińska 2006, s. 157):

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \cos(\omega_i t) + b_i \sin(\omega_i t)]$$

gdzie  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$  są stałymi, zaś  $\omega = \frac{2\pi}{n}$  jest częstością związaną z okresem  $n$ .

Jeśli dla stacjonarnego szeregu  $y_t$  o funkcji autokowariancyjnej  $K(\tau)$  spełniony jest warunek  $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} |K(\tau)| < \infty$ , można skorzystać z transformacji Fouriera, wyrażającej funkcję spektralną w zależności od funkcji kowariancyjnej (Osińska 2006, s. 158).

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau = \frac{1}{2\pi} K(0) + \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau$$

dla  $-\pi \leq \omega \leq \pi$ .

Na mocy twierdzenia Kołmogorowa-Cramera nastąpiło uogólnienie, które utożsamia spektrum z funkcją gęstości spektralnej i odwrotnie (Talaga, Zieliński 1986, s. 18–25). Funkcja gęstości spektralnej przyjmuje zatem postać (Osińska 2006, s. 159):

$$p(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho_{\tau} e^{-i\omega\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \rho_{\tau} \cos \omega\tau = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{\infty} \rho_{\tau} \cos \omega\tau$$

gdzie  $\omega$  zawiera się w przedziale  $\langle -\pi; \pi \rangle$ , a  $\rho_{\tau}$  jest współczynnikiem autokorelacji.

Do estymacji spektrum (jednocześnie funkcji gęstości spektralnej) wykorzystuje się periodogram (Osińska 2006, s. 161) o poniższym wzorze:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \hat{K}(0) + \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{n-1} \hat{K}(\tau) \cos \omega\tau$$

gdzie  $\hat{K}(\tau)$  jest z kolei estymatorem funkcji autokowariancyjnej  $K(\tau)$ .

Periodogram jest estymatorem asymptotycznie nieobciążonym (wartość oczekiwana estymatora jest równa wartości szacowanego parametru), lecz niezgodnym, co oznacza, że jego wariancja nie zmniejsza się wraz ze wzrostem dostępnej liczby obserwacji. Niezgodność periodogramu można wyeliminować, korzystając z funkcji wagowej  $\lambda_{M,\tau}$  (lag window), gdzie dowolna stała  $M$  jest liczbą opóźnień (Talaga, Zieliński 1986, s. 66). Uśredniona funkcja gęstości spektralnej  $\hat{f}(\omega)$  stanowi funkcję ważoną pierwotnej funkcji  $f(\omega)$ . Często stosowanymi wagami do estymacji funkcji gęstości spektralnej są na przykład wagi Parzena (Talaga, Zieliński 1986, s. 69):

$$\lambda_{M,\tau} = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{\tau}{M}\right)^2 + 6\left(\frac{\tau}{M}\right)^3, & 0 \leq \tau \leq \frac{M}{2} \\ 2\left(1 - \frac{\tau}{M}\right)^3, & \frac{M}{2} < \tau \leq M \\ 0, & \tau > M \end{cases}$$

a przy ich zastosowaniu estymator gęstości spektralnej ma postać:

$$\hat{f}(\omega_j) = \frac{1}{2\pi} \hat{K}(0) + \frac{1}{\pi} \sum_{\tau=1}^{\frac{M}{2}} \left[ 1 - 6\left(\frac{\tau}{M}\right)^2 + 6\left(\frac{\tau}{M}\right)^3 \right] \hat{K}(\tau) \cos \frac{\pi\tau j}{M} + \frac{2}{\pi} \sum_{\tau=\frac{M}{2}+1}^M \left[ 1 - \frac{\tau}{M} \right]^3 \hat{K}(\tau) \cos \frac{\pi\tau j}{M}$$

gdzie  $j = 0, 1, \dots, M$ .

Krzywa gęstości spektralnej procesów ekonomicznych charakteryzujących się dużą inercją ma zazwyczaj kształt hiperboliczny. Przyjmuje ona wysokie wartości dla częstości niskich oraz następnie opada. Tendencja ta wskazuje, że największy udział w wariancji zmiennych mają trendy długookresowe (Talaga, Zieliński 1986, s. 24).

Analiza spektralna służy ponadto do badań zależności pomiędzy dwoma procesami stochastycznymi. Jednoczesne korzystanie z trzech parametrów: funkcji gęstości spektralnej procesu  $X(t)$ , funkcji gęstości spektralnej procesu  $Y(t)$  oraz funkcji wzajemnej gęstości spektralnej  $X(t)$  i  $Y(t)$ , zwane jest analizą cross-spektralną. Zakładając, że funkcje kowariancji wzajemnej spełniają warunek

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} |K_{kj}(\tau)| < \infty$$

funkcja wzajemnej gęstości spektralnej ma postać (Talaga, Zieliński 1986, s. 27):

$$f_{kj}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} K_{kj}(\tau) e^{-i\omega\tau}$$

którą również można zapisać w postaci liczb zespolonych:

$$f_{kj}(\omega) = c_{kj}(\omega) - iq_{kj}(\omega)$$

Funkcja  $c_{kj}(\omega)$ , która jest parzysta i stanowi część rzeczywistą, nazywa się funkcją gęstości kospiektralnej, natomiast funkcja  $q_{kj}(\omega)$ , która jest nieparzysta i stanowi część urojoną, nazywa się kwadrospektralną.

$$c(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} [K_{kj}(\tau) + K_{kj}(-\tau)] \cos \omega\tau$$

$$q(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} [K_{kj}(\tau) - K_{kj}(-\tau)] \sin \omega\tau$$

Funkcja wzajemnej gęstości spektralnej prowadzi następnie do zbioru podstawowych wskaźników spektralnych, którymi są: koherencja, koherencja kwadratowa, kąt fazowy oraz funkcja przyrostu zwana wzmocnieniem (Skrzypczyński 2008, s. 18–20). Współczynnik koherencji jest wskaźnikiem unormowanym w przedziale [0; 1], mierzącym siłę zależności liniowej między procesami dla zadanej częstości (Talaga, Zieliński 1986, s. 30–31)<sup>10</sup>:

$$R_{kj}(\omega) = \frac{|f_{kj}(\omega)|}{|f_{kk}(\omega)f_{jj}(\omega)|^{\frac{1}{2}}} = \left[ \frac{c_{kj}^2(\omega) + q_{kj}^2(\omega)}{f_{kk}(\omega)f_{jj}(\omega)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Kąt fazowy wskazuje na różnicę w fazie pomiędzy poszczególnymi komponentami harmonicznymi danych procesów stochastycznych. Dostarcza zatem informacji, czy pierwszy z procesów jest wyprzedzający lub opóźniony względem procesu drugiego.

<sup>10</sup> Czasami mianem współczynnika koherencji określa się kwadrat tego wzoru.

$$\varphi_{kj}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{-q_{kj}(\omega)}{c_{kj}(\omega)}$$

Pomocniczą wielkością kąta fazowego jest odstęp czasu w dziedzinie częstości, który służy identyfikacji wyprzedzenia (opóźnienia) (Geise 2013, s. 106):

$$\tau(\omega) = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega}$$

Funkcja przyrostu (wzmocnienie), gdy jej wartość jest większa od jedności, oznacza, że proces pierwszy posiada niższą amplitudę wahań niż proces drugi dla danej częstości. Odwrotna sytuacja występuje, gdy wskaźnik ma wartość niższą od jedności.

$$G(\omega) = \frac{|f_{kj}(\omega)|}{f_{kk}(\omega)}$$

Dynamiczny współczynnik korelacji o wzorze:

$$\rho_{kj}(\omega) = \frac{c_{kj}(\omega)}{[f_{kk}(\omega)f_{jj}(\omega)]^{\frac{1}{2}}}$$

jest unormowany w przedziale [-1; 1] i wskazuje na siłę zależności jednoczesnych między szeregami czasowymi dla danych częstości.

Estymacja wzmocnienia, przesunięcia fazowego, koherencji i dynamicznego współczynnika korelacji wymaga zastosowania wygładzonych postaci funkcji kospektralnej, funkcji kwadrospektralnej oraz pojedynczych funkcji spektralnych dwóch procesów.

## **Morphology of the index WIG cycle and its interdependence with the real sphere of economy in Poland**

---

### **Abstract**

In the given study, an attempt was made to describe both the growth and downward phases of the Polish capital market in the years 1995–2017. The cycles in the real sphere of the economy were also indicated and characterized, which made it possible to study the synchronization between the above markets. The obtained results indicate a similar course of the WIG index cycle and the real economy market and their strong interdependence. A distinct cyclicity of about 3.5 years was also observed. The WIG index additionally has a noticeable tendency ahead of the real sphere and is characterized by greater volatility.

---

**Keywords:** business cycle, capital markets, turning points, spectral analysis, Markov-switching models