

Instrumenty zabezpieczone obligacjami skarbowymi: próba wyceny i analizy ryzyka

Juliusz Jabłecki*

Nadesłany: 23 marca 2018 r. Zaakceptowany: 25 czerwca 2018 r.

Streszczenie

Instrumenty zabezpieczone obligacjami skarbowymi (*sovereign bond-backed securities*, SBBS) to nowy pomysł na wzmocnienie strefy euro i zwiększenie dostępności tzw. bezpiecznych aktywów. Zgodnie z dominującą koncepcją SBBS opierałyby się na portfelu obligacji skarbowych rządów centralnych strefy euro, a ich istotą miałyby być alokacja należnych przepływów pieniężnych do transz o różnym poziomie uprzywilejowania. SBBS byłyby przez to znacznie bardziej złożone niż tradycyjne obligacje skarbowe, a ich wycena obarczona większą niepewnością. Niniejszy artykuł przedstawia nowatorski model współzależności zdarzeń kredytowych, który można zastosować do wyceny i analizy ryzyka instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi. Model pozwala na stosunkowo łatwą kalibrację i przeprowadzenie analiz scenariuszowych, które wskazują, że transza *senior* SBBS chroniona przed 30% pierwszych strat gwarantowałaby stabilne i przewidywalne wypłaty nawet w warunkach napięć na rynkach i wzrostu postrzeganego ryzyka kredytowego w strefie euro. Z kolei transze podporządkowane byłyby znacznie bardziej ryzykowne.

Słowa kluczowe: bezpieczne aktywa, korelacja zdarzeń kredytowych, CDO

JEL: G12, G13

1. Wstęp

Drugą dekadę istnienia strefy euro naznaczył przedłużający się kryzys i okres głębokiej stagnacji gospodarczej, w wyniku których PKB strefy dopiero w 2015 r. powrócił do swojego poziomu z 2008 r. W literaturze podkreśla się, że u źródeł problemów strefy euro tkwiły słabości instytucjonalne, które podważyły „optymalność” europejskiego obszaru walutowego i ograniczyły efektywność unii monetarnej. W szczególności jedną z takich słabości miał być brak bezpiecznych paneuropejskich aktywów, które uczestnicy rynku mogliby wykorzystywać jako podstawę do wyceny innych aktywów, jako zabezpieczenie w transakcjach finansowych, a także do zarządzania płynnością czy choćby wypełnienia wymogów regulacyjnych¹.

Status „bezpiecznych aktywów”, tj. aktywów postrzeganych powszechnie jako pozbawione ryzyka, mają zwykle w poszczególnych krajach papiery wartościowe emitowane przez ich rządy centralne. To bowiem rząd centralny – jako podmiot mogący nakładać podatki i selektywnie wybierać kategorie wierzycieli, wobec których nie wywiąże się ze zobowiązań – ma relatywnie największą swobodę obsługi długu (w walucie krajowej), przynajmniej tak długo, jak długo stoi za nim bank centralny. Ten ostatni warunek nie jest jednak spełniony w strefie euro, gdzie politykę pieniężną – dla strefy euro jako całości – prowadzi *de facto* Europejski Bank Centralny (EBC), a swoboda narodowych banków centralnych do interweniowania na rynku obligacji skarbowych jest poważnie ograniczona zapisami traktatowymi. W rezultacie obligacje skarbowe niektórych państw członkowskich – szczególnie tzw. peryferyjnych – nie mają statusu aktywów pozbawionych ryzyka w tym sensie, w jakim status ten mają np. obligacje skarbowe USA, za którymi stoi Rezerwa Federalna. O nierównym statusie obligacji skarbowych poszczególnych krajów członkowskich świadczą nie tylko zróżnicowane oceny wiarygodności kredytowej, ale także doświadczenia ostatniego kryzysu zadłużeniowego, gdy obligacje Grecji czy Portugalii przestały być niemal zupełnie akceptowane przez uczestników rynku jako zabezpieczenie w transakcjach *repo*².

Brak paneuropejskich bezpiecznych aktywów miał w czasie kryzysu dwie główne konsekwencje. Po pierwsze nasilił sprzężenie zwrotne pomiędzy destabilizacją sytuacji finansów publicznych i sektora bankowego – tzw. *diabolic loop* (Brunnermeier i in. 2016). Po drugie sprawił, że naturalna w warunkach kryzysu ucieczka inwestorów od aktywów bardziej ryzykownych do mniej ryzykownych powodowała odpływ kapitału z krajów peryferyjnych do bazowych – zamiast jedynie z bardziej ryzykownych do mniej ryzykownych klas aktywów *per se* – paraliżując mechanizm transmisji i pogłębiając fragmentację europejskiego rynku finansowego.

Bezpieczne paneuropejskie obligacje miałyby w założeniu zaradzić obu powyższym problemom. Tylko jak stworzyć instrument, który opierałby się na obligacjach skarbowych, lecz zarazem byłby bardziej płynny i bezpieczny niż każda spośród dostępnych obligacji państw narodowych? Idea zaproponowana przez Europejską Radę Ryzyka Systemowego (High-Level Task Force on Safe Assets) jest w ogólnym zarysie dość prosta. Wyemitowane obligacje rządów centralnych byłyby skupowane z rynku przez specjalnie do tego celu powołanego agenta, a następnie odsprzedawane inwestorom w formie transz

¹ Te i inne problemy są obszernie opisane w opracowaniach Europejskiej Rady ds. Ryzyka Systemowego dostępnych na stronie: https://www.esrb.europa.eu/pub/task_force_safe_assets/html/index.en.html.

² Zgodnie z raportem ICMA European Repo Market Survey udział obligacji skarbowych rządu Grecji przedstawianych jako zabezpieczenie w transakcjach *repo* obniżył się z 2,9% w czerwcu 2009 r. do 0,0% w czerwcu 2013 r.; podobnie udział portugalskich obligacji skarbowych zmniejszył się w tym okresie z 0,8% do 0,2%. Z kolei udział obligacji włoskich, które odpowiadają za około 1/4 całego długu publicznego strefy euro, spadł o 3 pkt proc. do zaledwie 7,8%. Raport dostępny na stronie: www.icmagroup.org.

o różnym poziomie uprzywilejowania. Transza najbardziej uprzywilejowana (ang. *senior*) byłaby właśnie tą nową klasą bezpiecznych aktywów europejskich. Pomysłodawcy przekonują, że przy odpowiednim skalibrowaniu ryzyko kredytowe transzy *senior* byłoby istotnie niższe niż nawet najbezpieczniejszych obligacji państw narodowych, przy czym poprawa jakości kredytowej nie wymagałaby uwspólnienia długów państw strefy euro ani tym bardziej nie wiązałaby się ze zwiększeniem integracji fiskalnej, ku czemu brak aktualnie woli politycznej. Zarazem jednak zaproponowana konstrukcja bezpiecznych obligacji nawiązuje do owianych złą sławą po ostatnim kryzysie obligacji CDO (ang. *collateralized debt obligations*; szerzej na temat CDO por. np. Olszak 2006). Choć aktywami bazowymi byłyby w tym wypadku obligacje skarbowe, a nie detaliczne kredyty hipoteczne lub listy zastawne, to mechanizm działania byłby ten sam: kupony i raty kapitałowe papierów dłużnych byłyby wypłacane według ustalonych zasad podporządkowania. Metoda ta gwarantuje, że posiadacz transzy z pierwszeństwem wykupu może ponieść stratę tylko wówczas, gdyby łączne straty na całym portfelu aktywów bazowych przekroczyły jakąś z góry ustaloną wielkość, tj. w tym wypadku gdyby np. kilka dużych lub wiele małych państw strefy euro przestało jednocześnie honorować swoje zobowiązania. Ryzyko kredytowe i ceny europejskich bezpiecznych obligacji byłyby więc uzależnione od prawdopodobieństwa zdarzeń kredytowych na rynku skarbowych papierów wartościowych (SPW) i ich korelacji (ang. *default correlation*).

Tradycyjnym aparatem analitycznym wykorzystywanym do modelowania korelacji zdarzeń kredytowych i wyceny CDO jest tzw. kopula Gaussowska (ang. *Gaussian copula*); por. omówienie w: Andersen, Sidenius (2004); Hull, White (2004) lub O’Kane (2008, szczególnie rozdz. 13). Choć nieskomplikowana i stosunkowo łatwa w implementacji, metoda ta – określana niekiedy odpowiednikiem modelu Blacka-Scholesa dla rynku pochodnych kredytowych (O’Kane 2008, s. 241) – nie jest pozbawiona poważnych wad. Z samej bowiem konstrukcji model kopuli Gaussowskiej jest statyczny i zastosowany do analizy koncentracji zdarzeń w czasie może prowadzić do nieintuicyjnych wyników, jak np. ujemna zależność pomiędzy korelacją strat kredytowych a implikowanym przez model prawdopodobieństwem koncentracji tych strat w czasie (Gatarek, Jablecki 2015; Morini 2011, rozdz. 3). Oznacza to, że wykorzystanie kopuli Gaussowskiej do wyceny instrumentów wrażliwych na korelację zdarzeń kredytowych – takich jak obligacje CDO czy właśnie SBBS – może prowadzić do wyceny błędnej, a w każdym razie obarczonej znaczącą niepewnością i ryzykiem modelu. Mimo to model Gaussowski pozostaje standardem rynkowym w przypadku wyceny obligacji typu CDO – jako taki jest np. zaimplementowany w popularnym wśród uczestników rynku terminalu Bloomberg – i to właśnie nim posłużyła się część analityków badających wycenę możliwych wariantów bezpiecznych obligacji europejskich³.

W świetle dobrze już ugruntowanych w literaturze ułomności kopuli Gaussowskiej celem niniejszej pracy jest przedstawienie alternatywnego modelu do wyceny i analizy ryzyka europejskich bezpiecznych obligacji w formule zaproponowanej przez Europejską Radę Ryzyka Systemowego. Artykuł abstrahuje zatem od dylematów związanych z zasadnością wprowadzenia SBBS i możliwych wariantów ich konstrukcji, a koncentruje się na problemie doboru odpowiedniego warsztatu analitycznego do ilościowej analizy cen i ryzyka instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi.

Zaproponowany model opiera się na koncepcji Marshalla i Olkina (1967), rozszerzonej i uogólnionej przez Gataarka i Jableckiego (2013), a następnie zastosowanej do problemu zarządzania ryzykiem w operacjach *repo* banku centralnego (Gatarek, Jablecki 2015) czy analizy empirycznej wyceny obligacji CDO w czasie ostatniego kryzysu (Jablecki 2017). Proponowane podejście łączy pewne cechy modeli

³ Por. np. European Safe Bonds: Stabilising the Euro area via sovereign securitisation?, JP Morgan Global Fixed Income Strategy, 26 lipca 2017 r.

zredukowanych oraz tradycyjnych modeli czynnikowych, tj. zakłada z jednej strony, że zdarzenie kredytowe τ jest z założenia nieprzewidywalne (i ma matematyczną interpretację pierwszego skoku procesu Poissona⁴), a z drugiej strony, że może być wywołane przez czynnik idiosynkratyczny (specyficzny, właściwy dla danego podmiotu) lub czynniki systematyczne (dotykające grupy podmiotów lub całą gospodarkę)⁵. Pogodzenie obu podejść – stanowiące nowatorski wkład proponowanych rozwiązań – wymaga jednak zdefiniowania czynnika systematycznego jako uporządkowanej rodziny zmiennych losowych. Tak rozumiany czynnik systematyczny przypomina domino, tj. nieobserwowalny łańcuch zależności pomiędzy poszczególnymi podmiotami w gospodarce, określający kolejność, z jaką upadają. W takim podejściu korelacja zdarzeń kredytowych jest wynikiem, a nie parametrem wejściowym symulacji – konsekwencją przyjętych założeń o wrażliwości poszczególnych podmiotów (państw czy rządów centralnych) na ryzyko systematyczne. Ma ona także strukturę wielowymiarową i wymiar czasowy. Wszystko to sprawia, że model nadaje się do analizy instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi, których głównym czynnikiem ryzyka jest właśnie trudna do oszacowania korelacja zdarzeń kredytowych państw w strefie euro. Nie oznacza to, rzecz jasna, że model uwalnia od przyjmowania założeń eksperckich, ale sprawia, że założenia te można formułować w możliwie przejrzysty sposób, w oparciu o fundamentalną analizę odporności poszczególnych gospodarek europejskich na szoki. Dla zilustrowania przydatności modelu skalibrowano go do danych rynkowych i podjęto próbę wyceny SBBS metodą symulacji Monte Carlo. Wyniki przeprowadzonych symulacji generalnie potwierdzają wnioski sformułowane przez Europejską Radę Ryzyka Systemowego w odniesieniu do transzy uprzywilejowanej (Lane 2018), lecz prowadzą do nieco bardziej ostrożnych oszacowań oczekiwanych strat w przypadku transz podporządkowanych.

Dalsza część artykułu ma następującą strukturę. W sekcji 2 omówiono pokrótce główne warianty i założenia konstrukcji instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi. W sekcji 3 przedstawiono tradycyjny model rynkowy wyceny instrumentów wrażliwych na korelację zdarzeń kredytowych oraz alternatywny model czynnikowy Gątarcka i Jabłeckiego (2013). Sekcja 4 zawiera przykłady numeryczne i próbę wyceny teoretycznej konstrukcji SBBS w wariacie zaproponowanym przez ESRB, a całość zamyka krótkie podsumowanie (sekcja 5).

2. Instrumenty zabezpieczone obligacjami skarbowymi

Strefa euro zrzesza państwa, które wyrzekły się niezależnej polityki pieniężnej – przyjęły euro – zachowując co do zasady suwerenność polityki fiskalnej (przy pewnych ograniczeniach dotyczących przyrostu długu publicznego itp.). Jedną z konsekwencji tego stanu rzeczy jest brak paneuropejskich bezpiecznych aktywów, czyli instrumentów dłużnych, które miałyby ponadnarodowy charakter, wysoką płynność i jednocześnie bardzo niskie ryzyko kredytowe⁶. Wobec szerokiego konsensusu, że to właśnie

⁴ Proces Poissona to analogia ruchu Browna dla procesów stochastycznych wykazujących punktowe nieciągłości, tzw. skoki. Formalnie proces Poissona jest procesem zliczającym zdarzenia, które zaszły do chwili t . Trajektorie procesu Poissona są niemalejące i prawostronnie ciągłe, a przyrosty stacjonarne i niezależne. Obszerne omówienie procesów Poissona i ich zastosowań można znaleźć np. w klasycznym podręczniku: Kingman (2002).

⁵ Przystępne omówienie obu typów modeli, zredukowanych i czynnikowych, można znaleźć np. w O’Kane (2008), szczególnie rozdz. 3.

⁶ Wyjątkiem są instrumenty dłużne emitowane przez europejskie instytucje ponadnarodowe lub międzynarodowe, takie jak European Investment Bank (EIB) czy European Stability Mechanism (ESM).

brak paneuropejskich bezpiecznych aktywów znacząco wydłużył i zaostrzył przebieg ostatniego kryzysu w strefie euro (por. szczególnie argumenty w Lane 2018), rozgorzała dyskusja o tym, jak lukę tę wypełnić, nie zmieniając jednak zasadniczo architektury instytucjonalnej strefy euro.

Część autorów opowiada się za emisją uprzywilejowanych (ang. *senior*) i podporządkowanych (ang. *junior*) obligacji skarbowych przez państwa członkowskie; por. np. Wendorff, Mahle (2015) oraz obszernie omówienie alternatywnych propozycji w Leandro, Zettelmeyer (2018). Na bezpieczne aktywa europejskie składałyby się wówczas po prostu transze *senior* instrumentów dłużnych emitowanych przez rządy centralne strefy euro. Realizacja tej koncepcji nie wymagałaby wprowadzenia głębszej integracji fiskalnej w strefie euro, ale też nie zapewniałaby odpowiedniej dywersyfikacji ryzyka kredytowego poszczególnych państw strefy. Obligacje nadal miałyby bowiem charakter narodowy, byłyby tylko bardziej bezpieczne. Alternatywny pomysł zakłada, aby do stworzenia bezpiecznych paneuropejskich aktywów wykorzystać zdywersyfikowaną pulę transz *senior* poszczególnych papierów skarbowych, z ewentualnymi gwarancjami państw strefy (Delpla, Von Weizsäcker 2011; Juncker, Tremonti 2010; Monti 2010). Takie rozwiązanie zapewniałoby już zadowalającą dywersyfikację ryzyka, ale z kolei wymagałoby przyjęcia dodatkowych zobowiązań fiskalnych przez państwa członkowskie, co stanowiłoby potencjalną barierę polityczną. Wreszcie trzecia główna koncepcja – gwarantująca dywersyfikację i jednocześnie niewymagająca jakichkolwiek ustępstw politycznych – zakłada, że nową klasą bezpiecznych aktywów mogłyby być transze *senior* instrumentów dłużnych zabezpieczonych zdywersyfikowanym portfelem skarbowych papierów wartościowych państw strefy euro (ang. *sovereign bond backed securities*, SBBS; Brunnermeier i in. 2016; 2017). Zgodnie z tym pomysłem wyemitowane obligacje rządów centralnych byłyby skupowane z rynku przez specjalnie do tego celu powołanego agenta (publicznego lub prywatnego), a następnie odsprzedawane inwestorom w formie transz o różnym poziomie uprzywilejowania. Do utworzenia instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi w formie zaproponowanej przez Brunnermeiera i in. przekonuje też ESRB, która w specjalnym raporcie – opartym m.in. na konsultacjach z uczestnikami rynku – określiła parametry, jakie powinny spełniać SBBS, aby w jak największym stopniu przyczynić się do zwiększenia stabilności makrofinansowej strefy (Lane 2018). W dalszej części niniejszego artykułu za punkt odniesienia przyjęto właśnie parametryzację SBBS analizowaną w raporcie grupy roboczej ESRB.

W wariantcie tym w skład portfela zabezpieczającego SBBS weszłyby jedynie denominowane w euro obligacje rządów centralnych państw członkowskich strefy euro (z możliwością ewentualnego rozszerzenia o inne państwa członkowskie UE). Podstawą do określenia udziałów poszczególnych emitentów w portfelu miałyby być tzw. klucz kapitałowy EBC, odzwierciedlający PKB i populację każdego z państw, a przez to gwarantujący względną stabilność – choć nie niezmienną – struktury kolejnych emisji. Przy tym założeniu pięciu największych emitentów długu w strefie euro – Niemcy, Francja, Włochy, Hiszpania i Holandia – odpowiadałoby za niemal 80% składu portfela zabezpieczającego (tabela 1).

Podobnie jak w tradycyjnych transakcjach sekurytyzacyjnych portfel zabezpieczający byłby kompletowany przez inicjatora emisji, który zbierałby zamówienia inwestorów na poszczególne transze SBBS i skupował obligacje skarbowe w ustalonych proporcjach po cenach rynkowych. Skompletowany portfel zabezpieczający byłby następnie przekazywany emitentowi SBBS, który dokonywałby alokacji przepływów pieniężnych związanych z obligacjami skarbowymi w portfelu (tj. kuponów/odsetek i rat kapitałowych) do trzech transz instrumentów dłużnych: najbardziej uprzywilejowanej (*senior*), średniej (*mezzanine*) i podporządkowanej (*junior*). Stopień uprzywilejowania/podporządkowania transzy oraz jej „grubość” – tj. ekspozycja na poziom strat w portfelu – określałyby jej odporność na ryzyko

kredytowe⁷. W wariantcie analizowanym przez ESRB transza *senior* miałaby grubość 70% (tj. byłaby chroniona przed 30% pierwszych strat i ponosiła do 70% kolejnych), transza *mezzanine* 20%, a transza *junior* – 10%. Oznacza to, że SBBS o najwyższym uprzywilejowaniu byłyby odporne na straty tak długo, jak długo nie przekroczyłyby one 30% wartości referencyjnego portfela obligacji (portfela zabezpieczającego). Podobnie transza *mezzanine* dawałaby ochronę przed stratami nie większymi niż 10% wartości nominalnej referencyjnego portfela obligacji, a transza najbardziej podporządkowana pokrywałaby pierwsze 10% strat. Oczywiście różny poziom ryzyka kredytowego przekładałby się na różną rentowność transz SBBS. Jednak łączna dochodowość transz – jako zobowiązań emitenta SBBS – powinna co do zasady być niższa niż łączna dochodowość portfela zabezpieczającego, aby proces emisji SBBS miał ekonomiczną rację bytu.

Tak zarysowany projekt SBBS abstrahuje od wielu istotnych szczegółów, które mogłyby wpłynąć na całościową ocenę przedsięwzięcia. Niezależnie jednak od ostatecznych rozwiązań i ustaleń najistotniejsza z punktu widzenia niniejszej pracy jest ogólna idea instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi, która opiera się na dywersyfikacji ryzyka w portfelu zabezpieczającym i transzowanej strukturze przepływów pieniężnych. Te dwie cechy upodobniają SBBS do istniejących strukturyzowanych instrumentów dłużnych, jak obligacje MBS (*mortgage backed securities*), ABS (*asset backed securities*) czy CDO (*collateralised debt securities*)⁸. Cechą wspólną wszystkich wymienionych instrumentów jest wrażliwość na korelację (współzależność) zdarzeń kredytowych w portfelu aktywów zabezpieczających – w przypadku SBBS po prostu obligacji skarbowych. Czynnikiem ten sprawiałby, że instrumenty zabezpieczone obligacjami byłyby znacznie bardziej skomplikowane niż zwykłe papiery skarbowe, a proces ich wyceny byłby zależny od przyjętego modelu i w związku z tym obciążony dodatkowym ryzykiem. W kolejnych sekcjach przedstawiono standardowe podejście rynkowe do wyceny produktów wrażliwych na korelację (które uczestnicy rynku stosowali już wcześniej do oceny obligacji EFSF i wariantów SBBS), wskazano potencjalne ograniczenia i trudności w stosowaniu standardowego modelu rynkowego do SBBS i zaproponowano model alternatywny.

3. Wycena instrumentów wrażliwych na korelację

Wycena instrumentów strukturyzowanych – takich jak np. instrumenty zabezpieczone obligacjami skarbowymi – zależy od dwóch czynników: całkowitego ryzyka kredytowego oraz korelacji zdarzeń kredytowych w portfelu. Całkowite ryzyko portfela zależy oczywiście od ryzyka obligacji skarbowych poszczególnych rządów centralnych strefy euro i ich wag w strukturze SBBS. Korelacja – a precyzyjniej, współzależność – zdarzeń kredytowych wyraża tendencję zdarzeń kredytowych w państwach strefy euro do współwystępowania w danym horyzoncie czasowym. Uprzedzając formalne ujęcie matematyczne, wpływ korelacji zdarzeń kredytowych na wycenę transz strukturyzowanych instrumentów kredytowych – takich jak SBBS – można wyjaśnić intuicyjnie, odwołując się do analogii statku przemierzającego zaminowaną cieśninę. Gdy miny są skupione blisko siebie – co odpowiada wysokiej korelacji zdarzeń kredytowych – statek może wpłynąć na kilka z nich jednocześnie. Natomiast gdy miny są rozmieszczone przypadkowo, rozproszone – co odpowiada niskiej korelacji zdarzeń kredytowych – istnieje

⁷ Przystępne wyjaśnienie terminologii związanej ze strukturami sekurytyzacyjnymi można znaleźć np. w O'Kane (2008).

⁸ Przystępne omówienie najważniejszych cech ww. instrumentów można znaleźć w książce O'Kane (2008) lub w pracy Olszak (2006).

duża szansa, że statek uniknie natrafienia na kilka min w czasie podróży. W tej prostej analogii transza *senior* jest jak duży okręt wojenny, a transze podporządkowane jak małe kutry rybackie. Nie znając dokładnie położenia min, rybak płynący kutrem (inwestor kupujący transzę *junior*) wolałby, aby wszystkie miny były blisko siebie. Jego mały kuter zatoni niezależnie od tego, czy wpłynie na jedną minę czy wiele min – ale gdy miny są położone blisko siebie, przynajmniej istnieje bezpieczna trasa przez cieśninę i być może – przy odrobinie szczęścia – szyprowi uda się ją trafić. Zupełnie inaczej wygląda sytuacja w przypadku okrętu wojennego, który – dzięki wielkości i uzbrojeniu – jest odporny na pojedyncze miny, ale może zostać zatopiony, gdyby wpłynął na kilka min jednocześnie.

Podobna logika stosuje się do analizy transz SBBS. Im większa jest korelacja zdarzeń kredytowych, tym bardziej cały portfel zachowuje się jak obligacja jednego emitenta. W takim scenariuszu ryzyko kredytowe transzy *senior* jest zbliżone do ryzyka transzy podporządkowanej – prawdopodobieństwo strat kredytowych w obu transzach jest zbliżone. W miarę jak korelacja się zmniejsza – zdarzenia kredytowe są bardziej rozproszone i niezależne od siebie – prawdopodobieństwo dużej liczby zdarzeń kredytowych w danej sekwencji czasu maleje, a transze podporządkowane stają się coraz bardziej ryzykowne w porównaniu do transzy *senior*. Korelacja zdarzeń kredytowych odzwierciedla względną wagę czynników systematycznych i idiosynkratycznych (specyficznych) w powodowaniu zdarzeń kredytowych. Dobre rozumienie i poprawne modelowanie korelacji zdarzeń kredytowych ma kluczowe znaczenie dla wyceny transz SBBS i oceny związanego z nimi ryzyka kredytowego.

3.1. Standardowy model korelacji zdarzeń kredytowych: kopuła Gaussowska

Standardem rynkowym wykorzystywanym do modelowania korelacji zdarzeń kredytowych i wyceny strukturyzowanych instrumentów kredytowych jest model kopuli (por. Schönbucher 2003; O’Kane 2008; Morini 2011, szczególnie rozdz. 3). W modelu tym każdemu podmiotowi i w portfelu przyporządkowuje się zmienną charakteryzującą się standardowym rozkładem normalnym A_i oraz „próg upadłości” z_i (często w funkcji czasu $z_i(T)$). Model opiera się na założeniu, że podmiot i upada w momencie T , tj. dochodzi do zdarzenia kredytowego, gdy wartość zmiennej A_i (która jako taka nie jest obserwowalna, nie ma dynamiki ani interpretacji ekonomicznej) spadnie poniżej progu $z_i(T)$:

$$\mathbb{P}(\tau_i \leq T) = \mathbb{P}(A_i \leq z_i(T)) = PD(T) \quad (1)$$

gdzie τ_i oznacza moment upadku podmiotu i , a $PD(T)$ wyraża prawdopodobieństwo upadłości (zdarzenia kredytowego) w horyzoncie T , które zwykle kalibruje się do krzywej CDS danego emitenta⁹.

Korelację zdarzeń kredytowych w modelu wprowadza się przez narzucenie struktury czynnikowej na zmienne A_i . Zwykle przyjmuje się, że zmienne A_i są funkcją jednego wspólnego czynnika systematycznego Z i czynnika idiosynkratycznego Y_i , specyficznego dla danego podmiotu:

$$A_i = \rho_i Z + \sqrt{1 - \rho_i^2} Y_i \quad (2)$$

⁹ Taka strategia kalibracji – choć w kontekście innego modelu – jest właśnie przeprowadzona w sekcji 4.1.

gdzie Z i Y_i są zmiennymi losowymi ze standardowego rozkładu normalnego, przy czym $\text{cov}(Y_i, Y_j) = 0$ i $\text{cov}(Y_i, Z) = 0$. Przy tych założeniach wektor $A = [A_1, A_2, \dots, A_n]$ ma n -wymiarowy rozkład normalny z korelacją¹⁰

$$\text{Corr}(A_i, A_j) = \rho_i \rho_j$$

Oznaczając rozkład A przez

$$\mathbb{P}(A_1 \leq a_1, \dots, A_n \leq a_n) = \Phi^n(a_1, \dots, a_n)$$

kopulę Gaussowską definiuje się następująco

$$C_{A_1, \dots, A_n}(u_1, \dots, u_n) = \Phi^n(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n)) \quad (3)$$

gdzie $u_1, \dots, u_n \in [0, 1]$, a Φ jest dystrybuantą standardowego rozkładu normalnego.

Zauważając, że prawdopodobieństwo dowolnego zdarzenia X można wyrazić jako wartość oczekiwaną zmiennej 1_X , która przyjmuje wartość 1, jeśli zachodzi X , i 0 w pozostałych przypadkach, wyrażenie (3) można zapisać następująco:

$$C_{A_1, \dots, A_n}(u_1, \dots, u_n) = \mathbb{E} \left(\mathbb{P}(A_1 \leq \Phi^{-1}(u_1), \dots, A_n \leq \Phi^{-1}(u_n)) \mid Z \right)$$

gdzie Z jest zmienną losową reprezentującą czynnik systematyczny wprowadzony w (2).

Ponieważ przy danym Z zmienne A_i są niezależne, kopula zyskuje bardzo wygodną reprezentację

$$C_{A_1, \dots, A_n} = \mathbb{E} \left(\prod_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i \leq \Phi^{-1}(u_i)) \mid Z \right)$$

Na mocy (1)

$$\mathbb{P}(A_i \leq \Phi^{-1}(u_i)) = \mathbb{P}(\rho_i Z + \sqrt{1 - \rho_i^2} Y_i \leq \Phi^{-1}(u_i)) = \mathbb{P}\left(Y_i \leq \frac{\Phi^{-1}(u_i) - \rho_i Z}{\sqrt{1 - \rho_i^2}}\right) = \Phi\left(\frac{\phi^{-1}(u_i) - \rho_i Z}{\sqrt{1 - \rho_i^2} Y_i}\right)$$

więc ostatecznie

$$C_{A_1, \dots, A_n} = \mathbb{E} \left(\prod_{i=1}^n \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(u_i) - \rho_i Z}{\sqrt{1 - \rho_i^2} Y_i}\right) \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(u_i) - \rho_i Z}{\sqrt{1 - \rho_i^2} Y_i}\right) \phi(Z) dZ$$

gdzie $\phi(Z)$ jest gęstością standardowego rozkładu normalnego.

¹⁰ Jest to tzw. korelacja wartości aktywów (ang. *asset correlation*) i nie należy jej utożsamiać z korelacją momentów zdarzeń kredytowych $\rho(\tau_i, \tau_j)$ ani korelacją wskaźników zdarzeń kredytowych $\rho(1_{\{\tau_i\}}, 1_{\{\tau_j\}})$. Co do zasady przy danych prawdopodobieństwach upadłości korelacja zdarzeń kredytowych jest rosnącą funkcją korelacji aktywów (Hanson, Pesaran, Schuermann 2008).

Zatem prawdopodobieństwo wielu zdarzeń kredytowych w danym horyzoncie czasu jest dane przez

$$\mathbb{P}(\tau_1 \leq T_1, \dots, \tau_n \leq T_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD(T_i)) - \rho_i Z}{\sqrt{1 - \rho_i^2}}\right) \phi(Z) dZ \quad (4)$$

Chociaż zależność (4) jest wygodna w obliczeniach numerycznych – opiera się w zasadzie tylko na jednowymiarowej całce – ta wygoda jest okupiona stosunkowo restrykcyjnymi założeniami co do struktury współzależności zdarzeń kredytowych w portfelu n podmiotów, która zostaje efektywnie zredukowana do współczynników korelacji liniowej określonych przez $\frac{n(n-1)}{2}$ parametrów. W praktyce w celu uniknięcia rozmaitych problemów technicznych (np. związanych z zapewnieniem dodatniej określoności macierzy korelacji) na ogół przyjmuje się, że wszystkie ρ_i są po prostu równe ρ (Heinle, Koivu 2009). Gdyby zastosować tę metodę do SBBS, zabezpieczonego jedynie obligacjami rządów strefy euro (tj. nieobejmującego długu państw członkowskich UE spoza strefy euro), wówczas skomplikowana struktura współzależności tworzona przez 171 parametrów zostałaby zredukowana do jednej liczby ρ . Takie podejście może być jednak nadmiernie upraszczające – szczególnie w świetle doświadczeń z ostatniego kryzysu zadłużeniowego w strefie euro. Można bowiem przypuszczać, że wiarygodność kredytowa jednych emitentów będzie silniej powiązana z wiarygodnością kredytową innych. Nawet zakładając, że uda się wyznaczyć średnią z wysokich i niskich poziomów korelacji, nie jest jasne, ile informacji taka średnia wielkość będzie w sobie zawierać. Co więcej, paradoksalnie, tak określona Gaussowska korelacja nie ma wcale stałego i przewidywalnego związku z prawdopodobieństwem kumulacji zdarzeń kredytowych, które wpływa na wycenę transz. W szczególności, zależnie od ryzyka kredytowego emitentów i horyzontu czasowego analizy, prawdopodobieństwo kumulacji zdarzeń kredytowych może być rosnącą, malejącą lub niemonotoniczną funkcją korelacji wartości aktywów (Gatarek, Jablecki 2015). Taka niemonotoniczna zależność jest nie tylko trudna do interpretacji ekonomicznej, ale sprawia, że *a priori* nie wiadomo, czy wzrost korelacji – przy danych poziomach prawdopodobieństwa upadłości – zmniejszy czy zwiększy ekspozycję na ryzyko, co utrudnia zarządzanie ryzykiem i przeprowadzanie stress testów.

3.2. Model czynnikowy ryzyka kredytowego

Alternatywą dla kopuli Gaussowskiej – i zarazem odpowiedzią na część z jej ograniczeń – może być czynnikowy model korelacji ryzyka kredytowego, zaproponowany w pracach: Gatarek, Jablecki (2013; 2015), w którym analizuje się bezpośrednio proces stochastyczny zdarzeń kredytowych. Podejście to jest osadzone w tradycji modeli zredukowanych (por. Brigo, Mercurio 2007, rozdz. 22; O’Kane 2008, rozdz. 3), w których zdarzenie kredytowe τ jest z założenia nieprzewidywalne i ma matematyczną interpretację pierwszego skoku procesu Poissona o pewnej – być może stochastycznej – intensywności $\lambda(t)$. Choć model został pierwotnie skonstruowany z myślą o syntetycznych CDO, można go zastosować również do wyceny transz instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi. Dla zwiększenia przejrzystości model przedstawiono poniżej w najprostszej wersji jednoczynnikowej z deterministyczną intensywnością zdarzeń kredytowych i w takiej formie zastosowano go następnie do wyceny transz SBBS. Formalnie wszystkie zmienne losowe są zdefiniowane na ustalonej przestrzeni $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Na tym etapie nie jest konieczne przyjmowanie jakichkolwiek założeń na temat miary prawdopodobieństwa; przy wycenie SBBS \mathbb{P} będzie jednak wyrażone w miarze neutralnej względem ryzyka.

Rozważamy d emitentów o momentach wystąpienia zdarzeń kredytowych (upadłości) oznaczonych jak wcześniej τ_1, \dots, τ_d . Inaczej niż w modelu Gaussowskim zmienne τ_1, \dots, τ_d mają tu rozkład wykładniczy o parametrach odpowiednio $\lambda_1, \dots, \lambda_d$, tj.

$$\forall i \mathbb{P}(\tau_i > t) = e^{-\lambda_i t}$$

Rozkład wykładniczy τ jest konsekwencją utożsamienia zdarzenia kredytowego z pierwszym skokiem procesu Poissona. Założenie takie narzuca się naturalnie w modelowaniu zjawisk rozłożonych w czasie i nie jest szczególnie restrykcyjne. Niech bowiem $F(t) = \mathbb{P}(\tau \leq t)$ oznacza dystrybuantę rozkładu τ , a $S(t) = 1 - F(t)$ odpowiednią funkcję „przeżycia”. Wówczas prawdopodobieństwo, że podmiot, który „przeżył” do chwili t , upadnie w chwili $t + \Delta t$, wynosi

$$\mathbb{P}(t < \tau \leq t + \Delta t \mid \tau > t) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} \approx \frac{1}{1 - F(t)} \frac{dF(t)}{dt} \Delta t \quad (5)$$

Funkcja $\lambda(t) = \frac{1}{1 - F(t)} \frac{dF(t)}{dt}$ po prawej stronie równania określa wartość gęstości prawdopodobieństwa τ w czasie t i nazywana jest intensywnością. Ponieważ $\lambda(t) = -\frac{S'(t)}{S(t)}$, to $S(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(s) ds\right)$ i $F(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda(s) ds\right)$, co oczywiście przy stałym λ prowadzi do $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ i gęstości $\frac{dF(t)}{dt} = \lambda \exp(-\lambda t)$.

Analogicznie jak wcześniej podstawą do określenia struktury współzależności pomiędzy zdarzeniami kredytowymi jest przyjęcie, że mogą one być wywołane przez szok idiosynkratyczny (specyficzny) lub systematyczny. Realizacja czynników idiosynkratycznych i systematycznych ma matematyczną interpretację pierwszego skoku odpowiedniego procesu Poissona. Moment wystąpienia szoku idiosynkratycznego jest zmienną wykładniczą Y_i z parametrem λ_i^{idio} . Zasadnicze *novum* proponowanego modelu polega na założeniu, że czynnik systematyczny nie jest jedną zmienną jak w modelu Gaussowskim (2), lecz rodziną niezależnych zmiennych losowych $Z_1 \leq \dots \leq Z_d$ o rozkładzie wykładniczym i parametrach $\lambda_1^{sys}, \dots, \lambda_d^{sys}$. Konstrukcja ta wydaje się być dość intuicyjna, gdyż kolejność (uporządkowanie) występowania określonych zdarzeń po sobie to najbardziej naturalna interpretacja współzależności między zmiennymi losowymi opisującymi zjawiska w czasie. Jej formalna zaleta polega jednak na tym, że zdarzenia kredytowe zachowują wówczas nieprzewidywalny charakter, co umożliwia stosowanie zasad wyceny martyngałowej do należności obciążonych ryzykiem kredytowym – podobnie jak ma to miejsce dla innych klas aktywów (por. dyskusję na ten temat w Gatarek, Jabłecki 2013).

Przy powyższych założeniach czas wystąpienia zdarzenia kredytowego można określić następująco:

$$\tau_i = \min\{Y_i, Z_i\} \quad (6)$$

gdzie Y_i, \dots, Y_d i Z_i, \dots, Z_d są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie wykładniczym.

Wówczas wszystkie τ_i również mają rozkład wykładniczy z parametrami $\lambda_i = \lambda_i^{idio} + \lambda_i^{sys}$, gdyż

$$\mathbb{P}(\tau_i > T) = \mathbb{P}(\min\{Y_i, Z_i\} > T) = \mathbb{P}(Y_i > T, Z_i > T) = \mathbb{P}(Y_i > T)\mathbb{P}(Z_i > T) = \exp(-\lambda_i^{idio} T) \exp(-\lambda_i^{sys} T) = e^{-\lambda_i T}$$

Konstrukcja czynnika systematycznego Z_i według powyższej definicji opiera się na uporządkowaniu podmiotów – np., na podstawie analizy eksperckiej – zgodnie z ich podatnością na ryzyko systematyczne. Przyjmijmy np., że podmiot „1” jest najbardziej narażony na działanie ryzyka systematycznego, podmiot „2” nieco mniej itd., a podmiot d jest najmniej ryzykowny. Czynniki systematyczne powinny więc w pierwszej kolejności spowodować upadek podmiotu „1”, następnie „2” i ostatecznie także d . Aby to wyrazić matematycznie, każdemu podmiotowi i należy przypisać proces Poissona \tilde{Z}_i , o intensywności λ_i^{sys} , którego pierwszy skok powoduje upadek podmiotu i oraz wszystkich bardziej ryzykownych podmiotów $i-1, i-2, \dots, 1$ (procesy Poissona \tilde{Z}_i są niezależne)¹¹. Intensywność czynnika systematycznego dla podmiotu i jest wobec tego sumą intensywności jego „własnego” szoku \tilde{Z}_i oraz intensywności szoków powodujących upadek wszystkich mniej ryzykownych podmiotów $\tilde{Z}_{i+1}, \dots, \tilde{Z}_d$, tj. $\sum_{j=i}^d \lambda_j^{\text{sys}}$. Formalnie:

$$Z_i = \min \left\{ \tilde{Z}_j : j = i, i+1, \dots, d \right\} \quad (7)$$

gdzie Z_i reprezentuje ekspozycję emitenta i na ryzyko systematyczne.

Oczywiście $Z_i \leq Z_{i+1}$ dla $i = 1, \dots, d-1$, więc – zgodnie z powyższą definicją – zmienne Z_1, \dots, Z_d istotnie reprezentują czynnik systematyczny. Ponieważ każdy podmiot jest ponadto narażony na oddziaływanie czynnika idiosynkratycznego Y_i o intensywności λ_i^{idio} , zdarzenia kredytowe τ_i mają rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda_i = \lambda_i^{\text{idio}} + \sum_{j=i}^d \lambda_j^{\text{sys}}$ i prawdopodobieństwem przeżycia

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\tau_i > T) &= \mathbb{P} \left(\min \left\{ Y_i, \min \left\{ \tilde{Z}_i, \tilde{Z}_{i+1}, \dots, \tilde{Z}_d \right\} \right\} > T \right) = \\ &= \mathbb{P} \left(\min \left\{ Y_i, \tilde{Z}_i, \tilde{Z}_{i+1}, \dots, \tilde{Z}_d \right\} > T \right) = \\ &= \mathbb{P}(Y_i > T) \mathbb{P}(\tilde{Z}_i > T) \mathbb{P}(\tilde{Z}_{i+1} > T) \dots \mathbb{P}(\tilde{Z}_d > T) = e^{-\lambda_i T} \end{aligned} \quad (8)$$

Współzależność – lub korelacja – pomiędzy zdarzeniami kredytowymi pojawia się naturalnie, jak w poniższym prostym przykładzie.

Przykład 1. Oznaczmy przez τ_A, τ_B momenty wystąpienia zdarzeń kredytowych, zdefiniowane jak w (6), o deterministycznych intensywnościach λ_A, λ_B . Przyjmijmy ponadto, że moment materializacji czynnika systematycznego, oznaczony τ_S , ma intensywność λ_S . Wówczas $\tau_A = \min\{\tau_1, \tau_S\}$ oraz $\tau_B = \min\{\tau_2, \tau_S\}$. Co więcej, $\lambda_A = \lambda_1 + \lambda_S, \lambda_B = \lambda_2 + \lambda_S$ i $\min\{\tau_A, \tau_B\} = \min\{\tau_1, \tau_2, \tau_S\}$. Miarę korelacji zdarzeń kredytowych można zdefiniować następująco: $\rho = \lambda_S / (\lambda_S + \lambda_1)$. Wówczas jeśli ρ przyjmuje wartość zero (tzn. $\lambda_S = 0$), A i B są niezależne, zaś jeśli $\rho = 1$ (tzn. $\lambda_1 = 0$), zdarzenia kredytowe są komonotoniczne, tj. jeśli wystąpiło jedno, to musiało wystąpić drugie, i odwrotnie.

Prezentowany model ma kilka właściwości, które czynią go użytecznym w modelowaniu i wycenie transz SBBS.

¹¹ Zaproponowana koncepcja szoku systematycznego odwołuje się pośrednio do ekonomicznego zjawiska tzw. efektu zarażania obserwowanego w czasie kryzysu zadłużeniowego w strefie euro – tj. tendencji do stopniowego rozlewania się, przenoszenia, negatywnego sentymentu i zaburzeń na rynkach obligacji skarbowych w strefie euro pomiędzy poszczególnymi krajami. Należy jednak podkreślić, że struktura proponowanego modelu nie narzuca określonej kolejności występowania po sobie zdarzeń kredytowych. Posługując się analogicznym schematem, można rozbudowywać model o kolejne czynniki systematyczne, które będą się charakteryzować inną kolejnością wywoływania upadłości analizowanych podmiotów (por. Gatarek, Jablecki 2013).

Po pierwsze, zgodnie z intuicją ekonomiczną, zdarzenia kredytowe o charakterze idiosynkratycznym są na ogół częstsze niż te spowodowane przez czynnik systematyczny.

Po drugie, definicja i konstrukcja czynnika systematycznego jako rodziny niemalejących zmiennych losowych pozwalają na uchwycenie ewentualnego skupiania się zdarzeń kredytowych w czasie, tymczasem w kopuli Gaussowskiej (a także w tzw. kopuli t), dla różnych i, j mamy $\mathbb{P}(\tau_i = \tau_j) = 0$, co może powodować błędne oszacowanie ryzyka i zawyżoną wycenę transz.

Po trzecie, zaproponowane podejście nie opiera się na abstrakcyjnym i niekiedy trudnym do interpretacji ekonomicznej pojęciu korelacji aktywów – która określa ceny transz w modelu kopuli Gaussowskiej – lecz na jakościowej analizie wrażliwości poszczególnych podmiotów na ryzyko systematyczne. Wrażliwość ta jest w modelu powiązana ze spodziewaną kolejnością ogłaszania upadłości przez poszczególne podmioty i determinuje sposób rozszacowania intensywności zdarzeń kredytowych na komponenty idiosynkratyczne i systematyczne. Korelacja zdarzeń kredytowych jest w tym podejściu wynikiem symulacji, a nie parametrem wejściowym.

Po czwarte, zaproponowane podejście istotnie ogranicza ryzyko modelu związane z wyceną transz; wprowadzony czynnik systematyczny umożliwia modelowanie jednoczesnego występowania zdarzeń kredytowych, a struktura współzależności zdarzeń kredytowych może być – w zależności od preferencji i wiedzy eksperckiej wyceniających – w zasadzie dowolnie restrykcyjna, co prowadzi do konserwatywnej wyceny. Ponadto związek pomiędzy parametrami modelu (intensywności zdarzeń kredytowych, struktura szoków w gospodarce itp.) a ostatecznym wynikiem jest przejrzysty, dzięki czemu model nie działa jak „czarna skrzynka”, zamieniająca dane wejściowe w wyjściowe (obszerniejsze porównanie cech modelu na tle kopuli Gaussowskiej można znaleźć w pracach: Elouerkhaoui 2006; Morini 2011; Gatarek, Jabłecki 2015).

Po piąte, zaproponowana konstrukcja gwarantuje bardzo konserwatywne oszacowanie współzależności zdarzeń kredytowych w państwach strefy euro. Istotnie, maksymalna zależność oznacza bowiem w tym kontekście po prostu, że gdy upada bardziej bezpieczny emitent, zawsze pociąga to za sobą upadek mniej bezpiecznego (lecz nie odwrotnie). W języku przykładu 1 oznacza to, że spread kredytowy mniej ryzykownego emitenta utożsamia się z intensywnością czynnika systematycznego, a spread kredytowy bardziej ryzykownego emitenta zawiera dodatkowo komponent związany z intensywnością czynnika idiosynkratycznego (która *notabene* tłumaczy różnicę w spreadach kredytowych obu emitentów).

4. Przykłady numeryczne

W niniejszej sekcji przedstawiono zastosowanie modelu czynnikowego do wyceny i analizy ryzyka europejskich bezpiecznych obligacji. Na potrzeby analizy przyjęto, że SBBS powstaje na bazie portfela dłużnych papierów wartościowych rządów centralnych strefy euro, w którym udziały odpowiadają z grubsza kluczowi kapitałowemu EBC (tabela 1). SBBS ma trzy transe – *senior* (30–100%), *mezzanine* (10–30%) i najbardziej ryzykowną, *junior* (0–10%), które, podobnie jak zabezpieczające je obligacje, wypłacają okresowo stały kupon od ustalonego nominału. Do symulacji wykorzystano dane rynkowe z 14 lutego 2018 r.

4.1. Kalibracja modelu

Kalibracja modelu przebiega zasadniczo w dwóch etapach. Po pierwsze, należy wyznaczyć implikowane prawdopodobieństwa upadłości – właściwie intensywność zdarzeń kredytowych – dla wszystkich państw strefy euro z portfela SBB. Po drugie, należy zdekomponować intensywność zdarzeń kredytowych poszczególnych podmiotów na intensywność szoków idiosynkratycznych i systematycznych.

Do wyznaczenia intensywności zdarzeń kredytowych wykorzystuje się premie (spready) swapów ryzyka kredytowego (*credit default swap*, CDS), które są kwotowane w standardowych tenorach 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y i 10Y dla wszystkich państw strefy euro. CDS to kontrakt pozwalający zabezpieczyć się przed ryzykiem zdarzenia kredytowego w odniesieniu do danego instrumentu bazowego (w tym wypadku – obligacji skarbowej). W typowej transakcji nabywca CDS płaci wystawcy okresową stałą premię S . Premia ta jest płacona do zapadalności kontraktu w chwili t_N lub do wystąpienia zdarzenia kredytowego. W tym drugim wypadku wystawca CDS dokonuje jednorazowej płatności na rzecz nabywcy, rekompensującej ubytek wartości nominalnej – stratę kredytową – danego instrumentu bazowego, zwykle $(100\% - R)$ nominału, gdzie R jest stopą odzysku, tu i poniżej wynoszącą 40%. Wartość bieżąca płatności nabywcy CDS można wyrazić następująco (O’Kane 2008):

$$S \left(\sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) Q(0, t_n) P(0, t_n) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \Delta(t_{n-1}, t_n) P(0, t_n) (Q(0, t_{n-1}) - Q(0, t_n)) \right) \quad (9)$$

gdzie:

$\Delta(t_{n-1}, t_n)$ – okres odsetkowy, czyli liczba dni pomiędzy t_{n-1} i t_n podzielona przez 360,

$P(0, t_n)$ – czynnik dyskontowy dla chwili t_n ,

$Q(0, t)$ – prawdopodobieństwo przetrwania emitenta (tj. braku zdarzenia kredytowego) do t_n , dane matematycznie jako $\mathbb{P}(\tau > t_n) = \exp\left(-\int_0^{t_n} \Lambda(s) ds\right)$.

Druga część sumy w (9) odzwierciedla aproksymację wartości premii narosłej w okresie od poprzedniej płatności do chwili wystąpienia zdarzenia kredytowego.

Z kolei wartość bieżąca płatności wystawcy CDS jest dana wyrażeniem

$$(1 - R) \int_0^T P(0, s) (-dQ(0, s)) \quad (10)$$

Całkę przybliża się numerycznie, dzieląc okres do zapadalności CDS $[0, T]$ na K równych przedziałów (im więcej, tym dokładniejsze przybliżenie), co pozwala przekształcić (10) do postaci

$$(1 - R) (1 - R) \sum_{k=1}^K P(0, k\varepsilon) (Q(0, (k-1)\varepsilon) - Q(0, k\varepsilon))$$

gdzie $\varepsilon = T/K$.

W momencie wystawienia CDS wartości bieżące płatności dla obu stron transakcji są sobie równe. Stąd znając wartość S i przyrównując do siebie oba wyrażenia, można rekurencyjnie wyznaczyć intensywność zdarzeń kredytowych dla poszczególnych emitentów w strefie euro. Funkcja intensywności jest kawałkami stała i do jej wyznaczenia wykorzystuje się kwotowania spreadów CDS dla wszystkich głównych tenorów, tj. 6 miesięcy oraz 1, 2, 3, 5, 7, 10 lat.

Wyznaczona intensywność zdarzeń kredytowych mówi w uproszczeniu o tym, jakie jest natychmiastowe prawdopodobieństwo zdarzenia kredytowego (upadłości) dla danego emitenta. W zaproponowanym modelu zdarzenie kredytowe może być spowodowane realizacją czynnika idiosynkratycznego lub systematycznego. Stąd w kolejnym kroku kalibracji należy dla każdego kraju zdekomponować implikowaną z kwotowań CDS intensywność zdarzeń kredytowych na intensywność szoków idiosynkratycznych i systematycznych. Dekompozycję tę można przeprowadzić na kilka sposobów, w zależności od zastosowania. Na przykład Gatarek i Jabłecki (2015) wprowadzają w tym celu parametr $\rho \in [0, 1]$, który określa stopień, w jakim zdarzenia kredytowe w gospodarce mają charakter systematyczny, i proponują wyznaczenie ρ na podstawie analizy głównych składowych spreadów CDS analizowanych emitentów. Alternatywne podejście – bardziej naturalne w przypadku wyceny CDO, a więc także i SBBS – polega na podziale emitentów na klastry czy grupy, charakteryzujące się jednolitą ekspozycją na ryzyko systematyczne. Oczywiście w praktyce sposobów podziału może być wiele, tak jak i wiele może być źródeł ryzyka systematycznego. Emitenci mogą być więc zaklasyfikowani do jednej grupy na podstawie uwarunkowań strukturalnych (demografia, systemy emerytalne), architektury systemu finansowego, wrażliwości na stan koniunktury w strefie euro itp. To zróżnicowanie można w modelu uwzględnić dość naturalnie przez wprowadzenie różnych czynników systematycznych, charakteryzujących się różną kolejnością występowania zdarzeń kredytowych poszczególnych emitentów. W szczególności więc można określić czynnik systematyczny, który dotykałby kolejno gospodarki nie w zależności od ich postrzeganej wiarygodności kredytowej, lecz np. wielkości, jakości określonych instytucji itp. Okazuje się jednak, że nawet model w postaci jednoczynnikowej pozwala otrzymać dość bogatą strukturę zależności kredytowych. Stąd na potrzeby niniejszego ćwiczenia założono, że w strefie euro występuje tylko jeden czynnik systematyczny i jedna kolejność, z jaką rządy mogą popadać w tarapaty. Jednocześnie, aby uwzględnić różną wrażliwość emitentów na działanie czynnika systematycznego, kraje podzielono na cztery grupy¹².

Grupa 1 obejmuje cztery kraje o najwyższej jakości kredytowej w strefie euro, tj. Niemcy, Holandię – oba z ratingiem AAA – oraz Austrię i Finlandię, które wprawdzie oceniane są o stopień niżej, ale rynkowa wycena ryzyka zawarta w kontraktach CDS lokuje je blisko Niemiec.

Grupa 2 składa się z Belgii i Francji, które są nieco bardziej ryzykowne niż najlepiej oceniane kraje z grupy 1, co można wiązać z ich relatywnie mniejszą konkurencyjnością i wolniejszym oczekiwanym wzrostem PKB, a przez to mniej stabilną ścieżką długu publicznego.

Grupa 3 obejmuje Słowację, Słowenię i Irlandię, czyli kraje o dobrych perspektywach makroekonomicznych i fiskalnych, których wiarygodność kredytową obciąża krótka historia członkostwa w strefie euro (Słowacja) lub znaczne koszty fiskalne restrukturyzacji systemu bankowego po kryzysie (Irlandia, Słowenia).

Grupa 4: Włochy, Hiszpania, Grecja, Portugalia, czyli *enfants terribles* strefy euro, które albo przeszły niedawno restrukturyzację zadłużenia (Grecja), albo musiały korzystać ze specjalnych programów naprawczych i finansowania ze źródeł European Financial Stability Facility; grupa ta jest oczywiście najbardziej ryzykowna.

Natura czynnika systematycznego w zaproponowanej konstrukcji opiera się więc na przekonaniu, że jeśli jakiś szok może zdestabilizować gospodarkę niemiecką, to może on również zdestabilizować gospodarkę francuską, portugalską czy włoską, lecz niekoniecznie odwrotnie. Niewątpliwie nie jest to

¹² Dla ułatwienia pominięto Litwę, Cypr, Luksemburg, Łotwę, Maltę i Estonię, których łączny udział w portfelu obligacji SBBS byłby mniejszy niż 0,8%.

jedyny możliwy sposób myślenia o źródłach i kierunkach przenoszenia się napięć na rynkach obligacji skarbowych. Przyjęte założenia nie są jednak właściwe dla modelu jako takiego, a jedynie dla opisywanej tu, konkretnej implementacji i zarówno liczbę czynników systematycznych, jak i ich konstrukcję – tj. kolejność, z jaką powodują upadłość poszczególnych emitentów – można zmienić, a kalibracja modelu będzie przebiegała zgodnie ze schematem opisanym poniżej.

Wykorzystując pomysł opisany w poprzedniej sekcji (równanie (7)), każdej grupie przypisano własne źródło ryzyka systematycznego, interpretowane na gruncie modelu jako procesy Poissona Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 , których skok powoduje wystąpienie zdarzenia kredytowego w danej grupie i jednocześnie we wszystkich grupach bardziej od niej ryzykownych. Należy jednak podkreślić, że w sensie formalnym jest to wciąż model jednoczynnikowy, ponieważ kolejność następowania po sobie zdarzeń kredytowych w przyjętej postaci modelu jest wciąż tylko jedna. Intensywność procesów Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 jest powiązana ze spreadem CDS najmniej ryzykownego emitenta w każdej grupie. Na przykład proces Z_1 odzwierciedla szok systematyczny grupy 1 i jego intensywność jest równa intensywności zdarzenia kredytowego dla rządu centralnego Niemiec. Pierwszy skok procesu Z_1 – który można utożsamiać np. z wybuchem konfliktu zbrojnego w Europie, rozpadem strefy euro, katastrofą naturalną – powoduje upadek czterech najbardziej wiarygodnych emitentów i zarazem – jak przy układaniu domino – krajów z grup 2, 3 i 4. Podobnie szok Z_2 – któremu również można przypisać jakąś interpretację ekonomiczną – sprawia, że upadają wszyscy emitenci w grupach 2, 3 i 4, lecz kraje z grupy 1 nadal honorują swoje zobowiązania. Intensywność procesów Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 wyznaczono według następującego schematu:

$$\begin{aligned}\lambda_{Z_1} &= \lambda_{DE} \\ \lambda_{Z_2} &= \max(\lambda_{BE} - \lambda_{Z_1}, 0) \\ \lambda_{Z_3} &= \max(\lambda_{IE} - \lambda_{Z_2} - \lambda_{Z_1}, 0) \\ \lambda_{Z_4} &= \max(\lambda_{ES} - \lambda_{Z_3} - \lambda_{Z_2} - \lambda_{Z_1}, 0)\end{aligned}\tag{11}$$

Po wyznaczeniu intensywności szoków systematycznych intensywność szoków idiosynkratycznych wyznacza się rezydualnie, tj. odejmując intensywność szoku systematycznego od całkowitej intensywności danego emitenta. Taka dekompozycja gwarantuje oczywiście, że suma intensywności ryzyka systematycznego i idiosynkratycznego będzie równa całkowitej intensywności zdarzeń kredytowych wyznaczonej dla każdego kraju na podstawie krzywej CDS. Wynik takiej procedury dla tenora 2Y przedstawiono na wykresie 1.

Z kolei wykres 2 przedstawia rozkłady momentów wystąpienia szoków systematycznych dla wiarygodności kredytowej państw strefy euro, wyznaczone na podstawie symulacji Monte Carlo 100 000 pierwszych skoków procesów Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 . Oczywiście w przyjętej formie modelu rozkłady szoków można wyznaczyć analitycznie na podstawie (8) i (11), jednak tu zaprezentowano ich rozkłady empiryczne, na których opiera się wycena transz SBBS w sekcji 4.2.

Należy podkreślić, że zaproponowana konstrukcja nie wymaga poczynienia jakichkolwiek założeń o korelacji zdarzeń kredytowych państw strefy euro, które z natury rzeczy musiałyby być dość arbitralne. Struktura współzależności pomiędzy tymi zdarzeniami zostaje natomiast w pełni określona przez przyjętą kolejność, z jaką szoki systematyczne mogą powodować problemy poszczególnych państw. Oznacza to, że korelacja zdarzeń kredytowych będzie w tym podejściu raczej wynikiem symulacji (i przyjętej dekompozycji szoków) niż parametrem modelu, jak to się zwyczajowo przyjmuje

w przypadku kopuli Gaussowskiej. Korelacja będzie również miała własną dynamikę. Przykładową macierz korelacji zdarzeń kredytowych państw strefy euro – wyznaczoną w oparciu o rozkłady empiryczne zilustrowane na wykresie 2 – przedstawia tabela 2.

Podobnie jak w przypadku rozkładów szoków Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4 wartości korelacji można by wyznaczyć analitycznie, korzystając ze wzoru:

$$\rho(\mathbb{1}_{\{\tau_i < t\}} \mathbb{1}_{\{\tau_j < t\}}) = \frac{\mathbb{P}(\tau_i > t, \tau_j > t) - \mathbb{P}(\tau_i > t)\mathbb{P}(\tau_j > t)}{\mathbb{P}(\tau_i \leq t)\mathbb{P}(\tau_j \leq t)\mathbb{P}(\tau_i > t)\mathbb{P}(\tau_j > t)}$$

Ze względu na to, że wycena transz będzie się opierać na symulacji Monte Carlo, w tabeli 2 przedstawiono korelacje empiryczne wyznaczone w oparciu o empiryczne (symulowane) rozkłady szoków idiosynkratycznych i systematycznych.

Jak widać, średni poziom korelacji zdarzeń kredytowych w grupie 1 jest w modelu znacznie wyższy niż w grupie 4. Na przykład korelacja zdarzeń kredytowych w Grecji i Portugalii jest szacowana na zaledwie 0,17, a we Włoszech i Portugalii na 0,32. Tymczasem korelacja defaultów Austrii i Niemiec wynosi aż 0,92. Efekt ten jest związany z wyższym udziałem czynników idiosynkratycznych w kalibrowanych intensywnościach zdarzeń kredytowych krajów o relatywnie niskiej wiarygodności kredytowej. Nawet to proste ćwiczenie pokazuje, jak złożonym i wielowymiarowym zjawiskiem jest korelacja zdarzeń kredytowych. Zastąpienie macierzy z tabeli 1 (wraz z całą jej strukturą terminową) jedną tylko liczbą – jak przy zastosowaniu kopuli Gaussowskiej – mogłoby stanowić zbyt duże uproszczenie rzeczywistości.

4.2. Wycena transz SBBS i analiza wrażliwości

Skalibrowany model można już wykorzystać bezpośrednio do wyceny transz SBBS. Oznaczmy przez N całkowitą wartość nominalną portfela obligacji skarbowych zabezpieczających SBBS, w_i wagę i -tego emitenta ($i = 1, 2, \dots, 13$) w portfelu, τ_i moment wystąpienia zdarzenia kredytowego emitenta i , zaś R stopę odzysku (równą dla wszystkich emitentów, a w wariacie bazowym obliczeń wynoszącą 40%). Wówczas całkowita procentowa strata kredytowa na portfelu SBBS wynosi

$$L(t) = \sum_{i=1}^{13} \mathbb{1}_{\{\tau_i < t\}} (1 - R)w_i$$

Inwestor, który kupił transzę o poziomie podporządkowania a i grubości $b - a$, oznaczoną $[a, b]$, jest narażony jedynie na tę część strat na portfelu, która przekracza a i jednocześnie nie przekracza b , a więc jego procentową stratę można formalnie wyrazić następująco

$$L_{a,b}(t) = \begin{cases} 0 & L(t) < a \\ \frac{L(t) - a}{b - a} & a < L(t) \leq b \\ 100\% & L(t) > b \end{cases}$$

Strumień K przepływów finansowych¹³ związanych z inwestycją w transzę $[a, b]$ można teraz wyrazić następująco:

¹³ Liczba przepływów finansowych K jest uzależniona od terminu zapadalności instrumentu i częstości wypłacania kuponów. Np. w przypadku 5-letniej obligacji i rocznych płatności kuponowych $K = 5$.

$$c_j \times \sum_{j=1}^K P(0, t_j) \int_{t_{j-1}}^{t_j} (1 - L_{a,b}(t)) dt \approx c_j \times \sum_{j=1}^K P(0, t_j) (1 - L_{a,b}(t_j)) \delta_j \quad (12)$$

gdzie δ_j to okres odsetkowy, a c_j to kupon wypłacany od ustalonego nominalu N w czasie t_j , dla $j = 1, 2, \dots, K$, przy czym $c_j = cN$ dla $i = 1, \dots, K - 1$ i $c_K = c(N+1)$, bo gdy upływa termin zapadalności obligacji, emitent zwraca wartość nominalną N i należny kupon c .

Zgodnie z teorią wyceny arbitrażowej cena dowolnej przyszłej wypłaty jest dana przez jej zdyskontowaną wartość oczekiwaną wyrażoną w mierze neutralnej względem ryzyka. Stosując tę zasadę do wyceny transz SBBS o przepływach finansowych scharakteryzowanych (12), otrzymuje się ogólny wzór:

$$\begin{aligned} PV_{a,b} &= \mathbb{E} \left[c_i \times \sum_{i=1}^K P(0, t_i) (1 - L_{a,b}(t_i)) \delta_i \right] = \\ &= c_i \times \sum_{i=1}^K P(0, t_i) \delta_i \mathbb{E} [1 - L_{a,b}(t_i)] \end{aligned}$$

Inaczej mówiąc, cena transzy jest średnią z sum zdyskontowanych kuponów, obliczaną po wszystkich „stanach świata”, w których realizują się różne scenariusze zdarzeń kredytowych. Formalnie

$$PV_{a,b} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ c_i \times \sum_{i=1}^K P(0, t_i) \delta_i (1 - L_{a,b}^m(t_i)) \right\}$$

gdzie M jest liczbą scenariuszy symulacji Monte Carlo.

Funkcję strat kredytowych w każdym scenariuszu $L_{a,b}^m(t)$ wyznacza się na podstawie symulacji szoków idiosynkratycznych i systematycznych, tak jak to opisano powyżej.

Posługując się tą metodą, w pierwszym kroku wyceniono trzy transze potencjalnego SBBS, zakładając, że termin zapadalności wynosi w każdym przypadku 10 lat, nominal 100, a kupon 1%. Ceny każdej z transz obliczono na podstawie symulacji 100 000 scenariuszy Monte Carlo, a każdą z symulacji powtórzono 100 razy w celu wyznaczenia przybliżonego błędu standardowego symulacji. Wyniki przedstawiono w tabeli 3. Jak widać, ceny transz dość znacznie się od siebie różnią, co – przy jednakowym kuponie i tenorze – wynika ze znacząco różnego poziomu oczekiwanych strat kredytowych. Na przykład całkowita oczekiwana strata na transzy *senior* w horyzoncie 10 lat wynosi 1,6%, na transzy *mezzanine* 19,55%, a na transzy *junior* aż 33,74%.

Ponadto wykres 3 przedstawia konwergencję symulacji Monte Carlo oraz wrażliwość wyników symulacji na przyjęty poziom stopy odzysku w portfelu. Osiągnięcie zadowalającej precyzji oszacowań jest możliwe już przy wykorzystaniu 10 000 scenariuszy, a cena transzy – zgodnie z intuicją – jest funkcją rosnącą stopy odzysku. Wyniki analizy wrażliwości wskazują zatem na odporność numeryczną zaproponowanej metody estymacji.

Zaproponowany model umożliwia też przeprowadzenie prostej analizy scenariuszowej dla transz SBBS. Na przykład na wykresie 4 przedstawiono wycenę transzy *senior* na tle cen benchmarkowych niemieckich obligacji skarbowych z różnym terminem zapadalności i różnym kuponem. Bez względu na kupon i okres zapadalności cena transzy *senior* jest bardzo zbliżona do ceny porównywalnej

obligacji niemieckiej i wyższa od niej średnio o 1%. Co istotne, wycena nie zmienia się znacząco nawet w bardzo skrajnych scenariuszach szokowych. Na wykresie 4 widać, że równoległe przesunięcie krzywych CDS wszystkich państw strefy euro w górę o 100 pkt bazowych – a więc także proporcjonalna zmiana implikowanej intensywności zdarzeń kredytowych – powoduje niewielkie zmiany cen transz (o około 1%), i to niezależnie od ich terminu zapadalności. O odporności wyceny transzy *senior* świadczą także wyniki analizy przedstawione na wykresie 5, gdzie – przyjmując termin zapadalności 10 lat, kupon 1% i różne poziomy uprzywilejowania transzy (30%, 40% i 50%) – rozważano przesunięcia krzywych CDS o 100, 200, 300, 400 i 500 pkt bazowych. Okazuje się, że nawet materializacja najbardziej restrykcyjnego scenariusza, w którym stawki CDS rosną o 500 pkt bazowych, powoduje spadek ceny transzy *senior* zaledwie o około 5%, co odpowiada wzrostowi rentowności o około 50 pkt bazowych. Co więcej, gdyby poziom podporządkowania wyniósł 40% lub 50% – zamiast 30%, jak przyjęto w wariancie bazowym ESRB – wzrost spreadów CDS w ogóle nie wpłynąłby na wycenę. Oznacza to, że – zgodnie ze swoim przeznaczeniem – transza *senior* SBBS spełnia podstawowy warunek stawiany instrumentom bezpiecznym: gwarantuje stabilne i przewidywalne wypłaty nawet w warunkach napięć na rynkach i wzrostu postrzeganego ryzyka kredytowego w strefie euro.

Zupełnie inny wniosek wyłania się z analogicznej analizy dla transz o niższym poziomie uprzywilejowania (wykres 6). W sytuacji wyjściowej wycena transzy *mezzanine* w modelu byłaby nieco – a dla dłuższych terminów nawet znacznie – wyższa (rentowność niższa) niż porównywalnych obligacjach włoskich. Z kolei wycena transzy *junior* byłaby porównywalna z wyceną włoskich obligacji aż do okresów zapadalności 10 lat, natomiast dla dłuższych tenorów obligacje włoskie byłyby droższe. Niższa cena (wyższa rentowność) transzy *junior* w modelu jest związana z jej relatywnie większą ekspozycją na ryzyko – inwestor ponosi bowiem nie tylko ryzyko idiosynkratyczne jednego kraju (w tym wypadku Włoch), ale wszystkich emitentów z grupy 4. Obie transze – *mezzanine* i *junior* – są przy tym wyraźnie bardziej wrażliwe na materializację scenariusza szokowego. Choć wyniki te są jedynie pośrednio porównywalne z tymi uzyskanymi przez grupę roboczą ESRB, która w nieco inny sposób określa warunki skrajne (Lane 2018), zaproponowany model czynnikowy wydaje się prowadzić do bardziej konserwatywnych oszacowań oczekiwanych strat kredytowych. Istotnie, w wypadku równoległego przesunięcia krzywych CDS dla wszystkich emitentów o 100 pkt bazowych w górę ceny transz spadają, w zależności od terminu, nawet o 30%, co odpowiada wzrostowi rentowności o 100–250 pkt bazowych. Takie zachowanie transz podporządkowanych jest istotne z punktu widzenia prób określenia potencjalnego popytu inwestorów na SBBS. Silna wrażliwość cen transz podporządkowanych na wzrost rynkowych stawek CDS może w skrajnym wypadku utrudniać ich plasowanie na rynku. Ponieważ poszczególne transze są częścią tej samej struktury, niemożność uplasowania transz bardziej podporządkowanych mogłaby zarazem uniemożliwić sprzedaż transz *senior* (emitent SBBS nie ma możliwości zatrzymania części nieuplasowanej emisji). W rezultacie emisja aktywów o niskim ryzyku byłaby ograniczona w sytuacji, w której – paradoksalnie – mogłyby być najbardziej potrzebne.

5. Podsumowanie

Celem niniejszej pracy było zaproponowanie nowatorskiej metody wyceny i analizy ryzyka instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi (SBBS). Instrumenty te są częścią szerszego projektu

zmian instytucjonalnych w strefie euro, mających uodpornić ją na przyszłe kryzysy. Choć nie zapadały dotąd jakiegokolwiek wiążące decyzje co do wprowadzenia SBBS – ani tym bardziej formy, jaką miałyby one ostatecznie przyjąć – charakter niniejszej pracy nie jest czysto spekulatywny. Decyzja polityczna o ewentualnym wprowadzeniu nowych instrumentów na rynku długu strefy euro powinna bowiem opierać się na jak najpełniejszym zestawie informacji i jak najlepszym rozumieniu natury planowanych rozwiązań. Mając to na uwadze, w niniejszym artykule zaproponowano nowe ramy analityczne, które mogłyby posłużyć do pogłębionej analizy rozmaitych wariantów SBBS, w tym także ich rozszerzenia o kraje spoza strefy euro, takie jak Polska.

Proponowane podejście łączy pewne cechy modeli zredukowanych oraz tradycyjnych modeli czynnikowych, tj. zakłada z jednej strony, że zdarzenie kredytowe τ jest z założenia nieprzewidywalne (i ma matematyczną interpretację pierwszego skoku procesu Poissona), a z drugiej strony, że może być wywołane przez czynnik idiosynkratyczny lub czynniki systematyczne. Pogodzenie obu podejść wymagało jednak zredefiniowania czynnika systematycznego jako uporządkowanej rodziny zmiennych losowych. Tak rozumiany czynnik systematyczny przypomina domino, tj. nieobserwowalny łańcuch zależności pomiędzy poszczególnymi podmiotami w gospodarce, określający kolejność, z jaką upadają. W takim podejściu korelacja zdarzeń kredytowych jest wynikiem, a nie parametrem wejściowym symulacji – konsekwencją przyjętych założeń o wrażliwości poszczególnych podmiotów (państw czy rządów centralnych) na ryzyko systematyczne. Ma ona także strukturę wielowymiarową i wymiar czasowy. Wszystko to sprawia, że model nadaje się do analizy instrumentów zabezpieczonych obligacjami skarbowymi, których głównym czynnikiem ryzyka jest właśnie trudna do oszacowania korelacja zdarzeń kredytowych państw w strefie euro. Nie oznacza to, rzecz jasna, że proponowane podejście uwalnia od tzw. ryzyka modelu czy przyjmowania założeń eksperckich, ale sprawia, że założenia te można formułować w możliwie przejrzysty sposób, w oparciu o fundamentalną analizę odporności poszczególnych gospodarek europejskich na szoki.

Dla zilustrowania przydatności modelu skalibrowano go do danych rynkowych i podjęto próbę wyceny SBBS metodą symulacji Monte Carlo. Wyniki przeprowadzonych symulacji generalnie potwierdzają wnioski sformułowane przez Europejską Radę Ryzyka Systemowego w odniesieniu do transzy uprzywilejowanej (Lane 2018), lecz prowadzą do nieco bardziej ostrożnych oszacowań oczekiwanych strat w przypadku transz podporządkowanych. W szczególności okazuje się, że transza uprzywilejowana o grubości 70% (tj. chroniona przed 30% pierwszych strat na portfelu zabezpieczającym) mogłaby być wyceniana podobnie jak obligacje skarbowe najbardziej bezpiecznych państw strefy euro, a jej cena nie zmieniałaby się istotnie nawet w bardzo restrykcyjnym scenariuszu szokowym (wzrost CDS wszystkich państw strefy euro o 500 pkt bazowych). Oznacza to, że – zgodnie ze swoim przeznaczeniem – transza *senior* SBBS spełniałaby podstawowy warunek stawiany instrumentom bezpiecznym: gwarantowałyby stabilne i przewidywalne wypłaty nawet w warunkach napięć na rynkach i wzrostu postrzeganego ryzyka kredytowego w strefie euro. Zupełnie inny wniosek wyłania się z analogicznej analizy dla transz o niższym poziomie podporządkowania. Obie transze – *mezzanine* i *junior* – są wyraźnie bardziej wrażliwe na wzrost percepcji ryzyka na rynkach finansowych. W wypadku równoległego przesunięcia krzywych CDS dla wszystkich emitentów o 100 pkt bazowych w górę ceny transz spadają, w zależności od terminu, nawet o 30%, co odpowiada wzrostowi rentowności o 100–250 pkt bazowych.

Niniejszy artykuł nie podejmuje próby oceny możliwości ani zasadności wprowadzenia SBBS, ale wyniki uzyskane w oparciu o zaproponowany model pozwalają sformułować kilka ogólniejszych uwag dotyczących potencjalnego popytu na SBBS i wyzwania, jakim nowe instrumenty będą musiały stawić

czoła. Przede wszystkim transze SBBS będą zupełnie nowym typem instrumentów dłużnych, lokującym się gdzieś pomiędzy tradycyjnymi obligacjami skarbowymi a produktami strukturyzowanymi ryzyka kredytowego. Ich status bezpiecznych aktywów ma zatem zostać osiągnięty nie poprzez gwarancje lub integrację fiskalną państw strefy euro, lecz dzięki specyficznej inżynierii finansowej. Jak przekonują pomysłodawcy, transze o zróżnicowanym poziomie ryzyka kredytowego mogłyby być atrakcyjne dla różnych kategorii inwestorów – np. transze *senior* dla banków, a transze podporządkowane dla funduszy poszukujących wyższych stóp zwrotu. W praktyce jednak popyt inwestorów na SBBS jest trudny do oszacowania.

Z jednej strony nie można wykluczyć, że SBBS okażą się po prostu zbyt skomplikowane dla tradycyjnych, konserwatywnych inwestorów na rynku obligacji skarbowych. Podział na transze uzależnia ryzyko kredytowe i wycenę SBBS od oczekiwanej korelacji zdarzeń kredytowych w portfelu obligacji, którego ocena będzie nieuchronnie uzależniona od wyboru modelu ryzyka kredytowego. Tymczasem inwestorzy tradycyjnie aktywni na rynku obligacji skarbowych mogą nie mieć niezbędnego doświadczenia w stosowaniu wyrafinowanych metod wyceny ani w zarządzaniu ryzykiem modelu. Z drugiej strony, paradoksalnie, może się okazać, że jakość kredytowa i cena SBBS będą zbyt wysokie dla inwestorów o wyższym apetycie na ryzyko (przynajmniej w obecnych warunkach). Wszak sekurytyzacja tradycyjnie polega na przekształceniu aktywów niepiętnych, lecz wysoko rentownych (jak np. kredyty hipoteczne) w aktywa bardziej płynne o średnio mniejszej dochodowości. Tymczasem, jak wskazują obliczenia numeryczne przeprowadzone z wykorzystaniem proponowanego modelu, rentowność najbardziej uprzywilejowanej transzy mogłaby być zbliżona lub nawet nieznacznie niższa od rentowności analogicznych obligacji niemieckich, a rentowność transzy *mezzanine* i *junior* odpowiednio o 60 pkt bazowych niższa i 30 pkt bazowych wyższa niż rentowność porównywalnych obligacji dużego kraju peryferyjnego (Włoch). Z czysto modelowej perspektywy racjonalność ekonomiczna modelu biznesowego emitenta SBBS, który musiałby kupić obligacje na rynku, a następnie przekształcić je w transze i sprzedać z zyskiem, nie wydaje się więc oczywista.

Bibliografia

- Andersen L., Sidenius J. (2004), Extensions to the Gaussian copula: random recovery and random factor loadings, *Journal of Credit Risk Volume*, 1(1), 05.
- Brigo D., Mercurio F. (2007), *Interest Rate Models-theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*, Springer Science & Business Media.
- Brunnermeier M.K., Garicano L., Lane P.R., Pagano M., Reis R., Santos T., Thesmar D., Van Nieuwerburgh S., Vayanos D. (2016), The sovereign-bank diabolic loop and ESBies, *American Economic Review*, 106(5), 508–512.
- Brunnermeier M. K., Langfield S., Pagano M., Reis R., Van Nieuwerburgh S., Vayanos D. (2017), ESBies: safety in the tranches, *Economic Policy*, 32(90), 175–219.
- Delpla J., Von Weizsäcker J. (2011), *Eurobonds: the blue bond concept and its implications*, Directorate-General for Internal Policies of the Union.
- Elouerkhaoui Y. (2006), *Etude des problemes de corrélation et d'incomplétude dans les marchés de crédit*, Ph.D. thesis, Université Paris IX – Dauphine.
- Gatarek D., Jablecki J. (2013), Systematic risk factors redefined, *Risk*, November, 70–74.

- Gatarek D., Jablecki J. (2015), A simple model of correlated defaults with application to repo portfolios, *The Journal of Derivatives*, 23(2), 8–23.
- Hanson S.G., Pesaran M.H., Schuermann T. (2008), Firm heterogeneity and credit risk diversification, *Journal of Empirical Finance*, 15(4), 583–612.
- Heinle E., Koivu M. (2009), Risk measurement for a repo portfolio – an application to the Eurosystem’s collateralized lending operations, w: U. Bindseil, F. Gonzalez, E. Tabakis (red.), *Risk Management for Central Banks and Other Public Investors*, Cambridge University Press.
- Hull J.C., White A.D. (2004), Valuation of a CDO and an n-th to default CDS without Monte Carlo simulation, *The Journal of Derivatives*, 12(2), 8–23.
- Jablecki J. (2017), Rise and fall of synthetic CDO market: lessons learned, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 20(08), 1750052.
- Juncker J.-C., Tremonti G. (2010), E-bonds would end the crisis, *Financial Times*, 5, 5.
- Lane P.R. (2018), *Report of the high-level task force on safe assets*, Discussion Paper, European Systemic Risk Board.
- Leandro A., Zettelmeyer J. (2018), *Evaluating proposals for a euro area safe asset*, Working Paper, Peterson Institute for International Economics, 8–13.
- Marshall A.W., Olkin I. (1967), A multivariate exponential distribution, *Journal of the American Statistical Association*, 62(317), 30–44.
- Monti M. (2010), *A new strategy for the single market*, Report to the President of the European Commission José Manuel Barroso, May, 10.
- Morini M. (2011), *Understanding and Managing Model Risk. A practical guide for quants, traders and validators*, Wiley.
- O’Kane D. (2008), *Modelling Single-name and Multi-name Credit Derivatives*, John Wiley and Sons.
- Olszak M.A. (2006), Międzynarodowy rynek instrumentów transferu ryzyka kredytowego, *Bank i Kredyt*, 3, 30–52.
- Schönbucher P. (2003), *Credit Derivatives Pricing Models*, Wiley.
- Wendorff K., Mahle A. (2015), A redesign of government bonds for a stability oriented currency union, *Wirtschaftsdienst*, 95(9), 604–608.

Podziękowania

Dziękuję Adamowi Głogowskiemu i Jackowi Osieńskiemu z NBP oraz dwóm anonimowym recenzentom za cenne uwagi, co oczywiście w żaden sposób nie czyni ich odpowiedzialnymi za ewentualne pozostałe błędy. Artykuł wyraża moje osobiste poglądy, a nie instytucji, z którymi jestem związany.

Aneks

Tabela 1

Indykatywne wagi krajów strefy euro w portfolio SBBS według propozycji ESRB (w %)

	Udział w długu publicznym strefy euro	Udział w kapitale EBC	Indykatywna waga w portfolio SBBS
Niemcy	16,77	25,57	26,15
Francja	23,15	20,14	20,78
Włochy	26,54	17,49	18,04
Hiszpania	12,62	12,56	12,96
Holandia	4,85	5,69	5,87
Belgia	5,08	3,52	3,63
Austria	3,39	2,79	2,88
Portugalia	1,99	2,48	2,55
Finlandia	1,45	1,78	1,84
Irlandia	1,78	1,65	1,7
Grecja	0,94	2,89	1,55
Słowacja	0,51	1,1	0,77
Słowenia	0,38	0,49	0,51
Litwa	0,17	0,59	0,28
Cypr	0,09	0,21	0,14
Luksemburg	0,09	0,29	0,14
Łotwa	0,1	0,4	0,13
Malta	0,08	0,09	0,09
Estonia	0	0,27	0

Tabela 2

Empiryczna (symulowana) korelacja wskaźników zdarzeń kredytowych w horyzoncie 2 lat w państwach strefy euro (100 000 scenariuszy Monte Carlo)

	GR	IT	PT	ES	SI	SK	IE	FR	BE	FI	AT	NL	DE
GR	1	0,17	0,17	0,21	0,12	0,12	0,14	0,12	0,12	0,08	0,09	0,09	0,09
IT	0,17	1	0,32	0,45	0,24	0,25	0,31	0,25	0,25	0,18	0,18	0,18	0,19
PT	0,17	0,32	1	0,49	0,26	0,27	0,34	0,27	0,28	0,2	0,2	0,2	0,2
ES	0,21	0,45	0,49	1	0,44	0,46	0,72	0,57	0,59	0,41	0,42	0,42	0,44
SI	0,12	0,24	0,26	0,44	1	0,38	0,53	0,43	0,44	0,31	0,31	0,31	0,32
SK	0,12	0,25	0,27	0,46	0,38	1	0,57	0,46	0,47	0,33	0,33	0,33	0,34
IE	0,14	0,31	0,34	0,72	0,53	0,57	1	0,78	0,82	0,56	0,58	0,57	0,61
FR	0,12	0,25	0,27	0,57	0,43	0,46	0,78	1	0,94	0,63	0,65	0,64	0,69
BE	0,12	0,25	0,28	0,59	0,44	0,47	0,82	0,94	1	0,67	0,7	0,68	0,74
FI	0,08	0,18	0,2	0,41	0,31	0,33	0,56	0,63	0,67	1	0,83	0,8	0,89
AT	0,09	0,18	0,2	0,42	0,31	0,33	0,58	0,65	0,7	0,83	1	0,83	0,92
NL	0,09	0,18	0,2	0,42	0,31	0,33	0,57	0,64	0,68	0,8	0,83	1	0,89
DE	0,09	0,19	0,2	0,44	0,32	0,34	0,61	0,69	0,74	0,89	0,92	0,89	1

Tabela 3

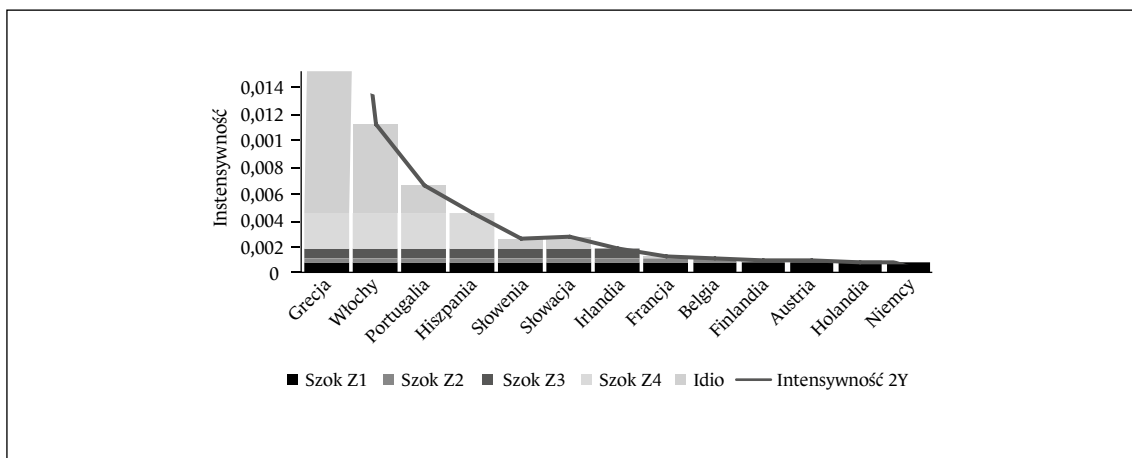
Wycena transz SBBS w symulacji Monte Carlo (nominał wynosi 100)

Transza	Średnia cena	Błąd standardowy
-10%	68,3478	0,027
-30%	81,8374	0,033
-70%	100,5834	0,041

Uwaga: średnie i błędy standardowe cen obliczono na podstawie 100 symulacji Monte Carlo po 100 000 scenariuszy; kupon wynosi 1%, a okres zapadalności 10 lat.

Wykres 1

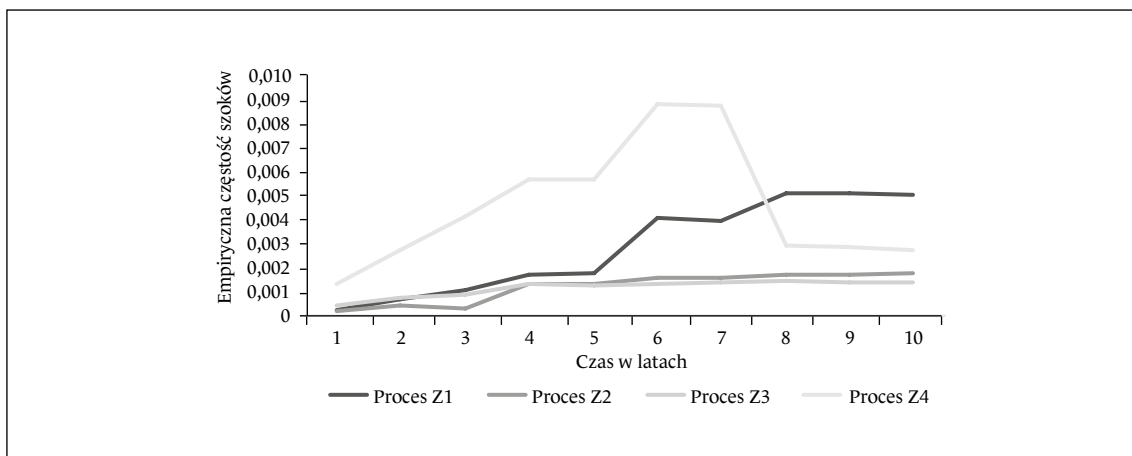
Dekompozycja intensywności zdarzeń kredytowych w horyzoncie 2Y na szoki systematyczne i idiosynkratyczne



Uwaga: intensywność dla Grecji wynosi 3,8% i została celowo „ucięta” na poziomie 1,4% dla zachowania przejrzystości wykresu.

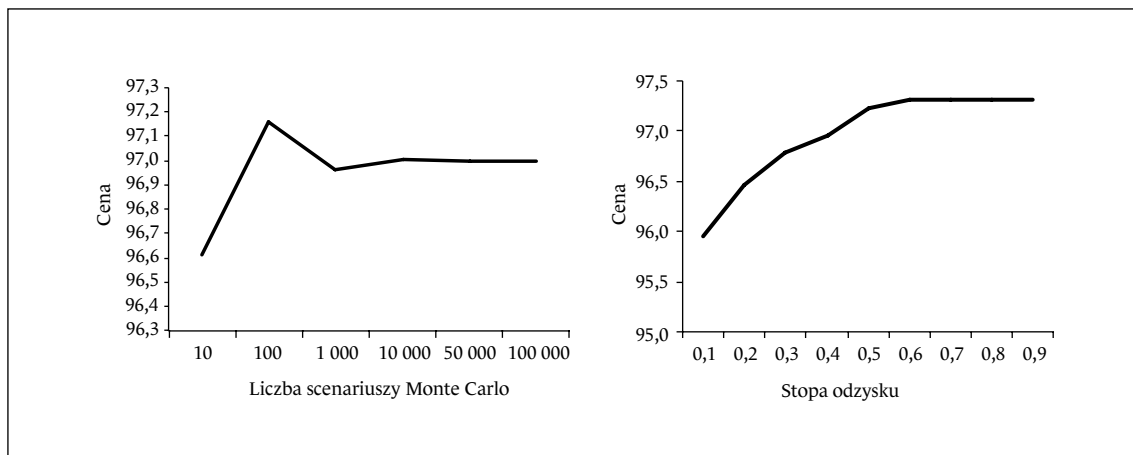
Wykres 2

Rozkłady symulowanych momentów wystąpienia szoków systematycznych



Wykres 3

Konwergencja symulacji Monte Carlo (lewy panel) i wycena transzy *senior* w zależności od stopy odzysku (prawy panel)

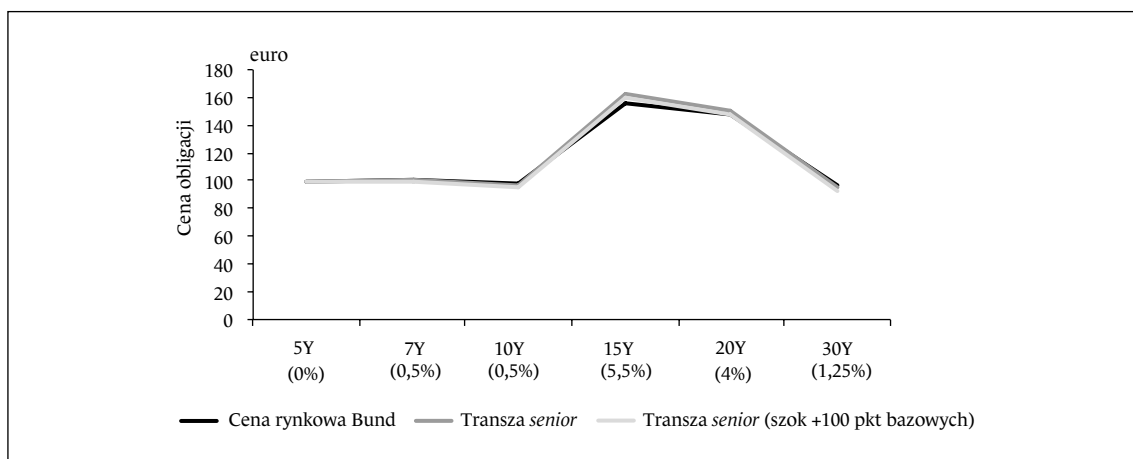


Uwagi:

Poziom podporządkowania transzy *senior* wynosi 30%; termin zapadalności 10 lat, kupon 0,5% i nominal 100. Dane rynkowe z 14 lutego 2018 r.

Wykres 4

Wycena transzy *senior* na tle porównywalnych niemieckich obligacji skarbowych

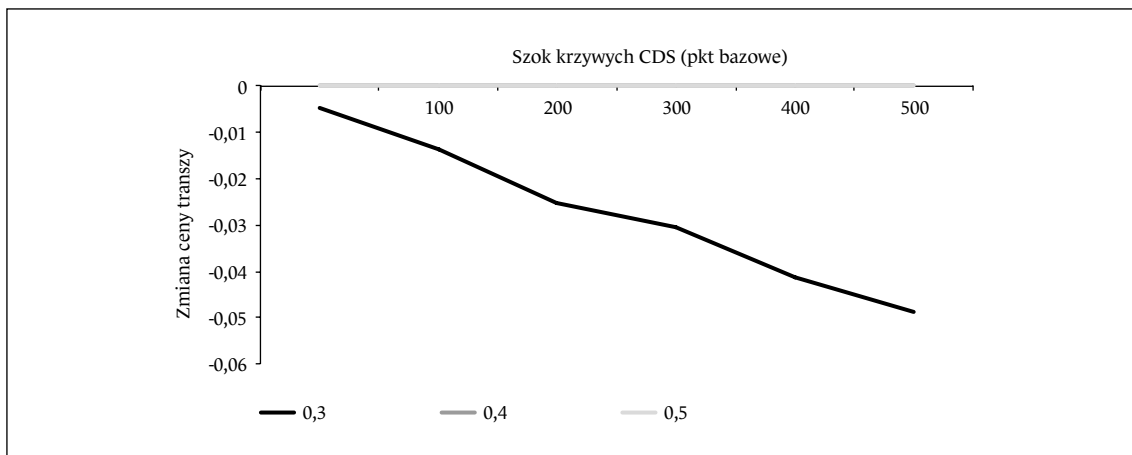


Uwagi:

Poziom podporządkowania dla transzy *senior* wynosi 30%. Dane rynkowe z 14 lutego 2018 r. Średnia różnica cen transzy *senior* względem obligacji niemieckich wynosi średnio 1% w scenariuszu bazowym i -1% w scenariuszu szokowym.

Wykres 5

Zmiana wycena transzy *senior* o poziomach podporządkowania 30%, 40% i 50% w reakcji na równoległe przesunięcie krzywych CDS

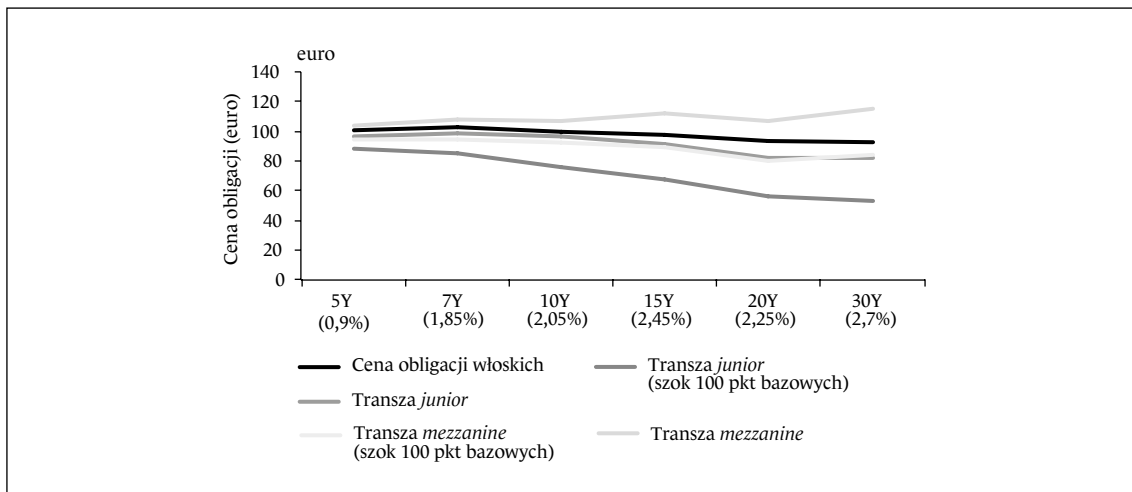


Uwagi:

Termin zapadalności dla wszystkich analizowanych transz wynosi 10 lat, kupon 1% i nominal 100. Dane rynkowe z 14 lutego 2018 r.

Wykres 6

Wycena transz podporządkowanych na tle porównywalnych włoskich obligacji skarbowych



Uwagi:

Poziom podporządkowania dla transzy *mezzanine* wynosi 10%, a grubość 20%. Dane rynkowe z 14 lutego 2018 r.