

Prognozowanie indeksu WIG za pomocą jądrowych estymatorów funkcji regresji

Witold Orzeszko*

Nadesłany: 7 listopada 2017 r. Zaakceptowany: 19 marca 2018 r.

Streszczenie

Celem pracy jest ocena wybranych jądrowych estymatorów funkcji regresji jako narzędzi prognozowania indeksu WIG. Prognozie poddano dwa szeregi czasowe: logarytmiczne stopy zmian indeksu oraz ich kwadraty. W badaniu zastosowano cztery metody prognozowania: estymator Nadarai-Watsona, lokalną jądrową regresję liniową oraz – dla porównania – model regresji liniowej i metodę naiwną. Jako zmienne objaśniające w modelach regresji zastosowano opóźnione o jeden dzień: indeks S&P 500, kurs USD/PLN, wolumen obrotów spółek wchodzących w skład indeksu WIG, a także zmienną autoregresyjną. Do oceny możliwości predykcyjnych analizowanych metod wykorzystano cztery różne kryteria jakości prognoz. Otrzymane wyniki nie pozwalają na sformułowanie jednoznacznego wniosku o wyższości estymatorów jądrowych nad pozostałymi zastosowanymi metodami prognozowania. Wykazano jednak, że w pewnych sytuacjach metody te mogą być użytecznymi narzędziami prognozowania. Zależy to np. od prognozowanego okresu, zastosowanego predyktora czy przyjętego kryterium jakości prognozy.

Słowa kluczowe: prognozowanie indeksu WIG, regresja nieparametryczna, jądrowe estymatory funkcji regresji, estymator Nadarai-Watsona, lokalna jądrowa regresja liniowa

JEL: C14, C53, C58

* Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Katedra Zastosowań Informatyki i Matematyki w Ekonomii;
e-mail: witold.orzeszko@umk.pl.

1. Wprowadzenie

Jednym z fundamentalnych zagadnień badawczych współczesnych finansów jest hipoteza efektywności informacyjnej rynków finansowych, głosząca, że ceny notowanych instrumentów finansowych w pełni odzwierciedlają dostępne informacje na ich temat (Fama 1970, 1991). Efektywność rynku oznacza więc, że niemożliwe jest osiągnięcie ponadprzeciętnych zysków przez stosowanie strategii inwestycyjnych bazujących na analizie tychże informacji. Jednym ze sposobów weryfikacji hipotezy o efektywności rynków finansowych jest próba odpowiedzi na pytanie, czy istnieje możliwość skutecznego prognozowania cen (lub stóp zwrotu) instrumentów finansowych. Jeśli bowiem ceny (stopy zwrotu) instrumentów finansowych w pełni odzwierciedlają określony zasób informacji na ich temat, to nie da się ich wykorzystać do wyznaczenia prognoz umożliwiających systematyczne uzyskiwanie ponadprzeciętnych zysków (Campbell, Lo, MacKinlay 1997, s. 20, 22). Z uwagi na znaczenie zagadnienia prognozowalności Fama w zmodyfikowanej przez siebie systematyce rodzajów efektywności informacyjnej przeddefiniował słabą efektywność rynku, sprowadzając ją właśnie do kwestii prognozowalności stóp zwrotu (Fama 1991).

Prezentowane w literaturze badania nad prognozowalnością rynków kapitałowych są bardzo szerokie. Zwykle podstawowym narzędziem analizy jest w nich model liniowy, opisujący zależność dynamiki stóp zmian danego instrumentu finansowego (R_t) od wektora opóźnionych w czasie określonych zmiennych (\mathbf{x}_{t-1}), postaci:

$$R_t = \alpha + \beta \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

gdzie α i β są parametrami strukturalnymi modelu.

Model (1) można zastosować do weryfikacji, czy istnieje możliwość wykorzystania informacji o zmiennych objaśniających do efektywnego prognozowania i – w efekcie – osiągnięcia ponadprzeciętnych dochodów. W przeprowadzonych badaniach analizie poddawano wpływ: innych rynków (np. indeksów innych giełd), innych procesów pochodzących z tych samych rynków (np. wolumenu obrotów), informacji o charakterze fundamentalnym (np. w przypadku rynku akcji – informacji dotyczących wyników finansowych notowanych spółek), a także czynników makroekonomicznych (zob. np. Rapach, Zhou 2013; Sekuła 2011 i cytowana tam literatura). Badano również istnienie zależności autoregresyjnych, nie tylko o charakterze liniowym (tj. autokorelacji), ale też nieliniowym (zob. np. Sewell 2012; Orzeszko 2016 i cytowana tam literatura). Wiele z przeprowadzonych badań potwierdza wpływ zmiennych zarówno autoregresyjnych, jak i egzogenicznych na kształtowanie się stóp zmian instrumentów finansowych. Wciąż jednak otwarte pozostaje pytanie, czy zidentyfikowane zależności są na tyle silne, aby można było je skutecznie wykorzystać do prognozowania. Do odpowiedzi na to pytanie stosuje się dwa podejścia. Z jednej strony analizuje się przydatność modeli w obrębie próby, co w praktyce sprowadza się do oceny istotności określonych zmiennych objaśniających. Tego typu badania potwierdzają potencjalną przydatność wielu zmiennych jako predyktorów analizowanych instrumentów. Jednak dużo trudniej znaleźć potwierdzenie tej przydatności poza próbą, tzn. gdy skonstruowany model rzeczywiście zastosuje się do prognozowania. W wielu wypadkach nie udało się wykazać wyższości skonstruowanych modeli nad benchmarkiem, postaci:

$$R_t = \alpha + \varepsilon_t \quad (2)$$

czyli modelem (1), w którym przyjęto, że β jest wektorem zerowym (zob. np. Rapach, Zhou 2013 i cytowana tam literatura).

W celu zwiększenia możliwości prognostycznych modelu (1) poszukuje się nowych zmiennych objaśniających, mogących wyjaśnić kształtowanie się stóp zmian analizowanych instrumentów. Alternatywnie próbuje się stosować ogólniejsze postaci modelu (1), które np. wychodziłyby poza ograniczające założenie o liniowości relacji wiążących modelowane zmienne. W nurt tego typu propozycji wpisuje się koncepcja regresji nieparametrycznej. Warto podkreślić, że model (1) jest w istocie tylko szczególnym przypadkiem modelu regresji, który w ogólnej postaci zapisuje się w postaci:

$$Y = m(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (3)$$

gdzie $m(\mathbf{x}) = E(Y|\mathbf{X} = \mathbf{x})$, tzn. $m(\mathbf{x})$ jest wartością oczekiwaną zmiennej objaśnianej Y warunkowo względem wektora $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)$, będącego realizacją d -wymiarowego wektora zmiennych objaśniających $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_d)$, natomiast ε jest składnikiem losowym o zerowej warunkowej wartości oczekiwanej, tzn. $E(\varepsilon|\mathbf{X} = \mathbf{x}) = 0$, i wariancji $Var(\varepsilon|\mathbf{X} = \mathbf{x}) = \sigma^2(\mathbf{x})$ (Pagan, Ullah 1999, s. 79–80).

W szczególności zmienna Y może być także objaśniana swoimi opóźnionymi wartościami, co prowadzi do modelu autoregresyjnego postaci:

$$Y_t = m(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (4)$$

gdzie d jest rzędem autoregresji.

W zastosowaniach praktycznych zwykle upraszcza się analizę regresji, przyjmując *a priori* określoną postać analityczną (np. liniową) funkcji m . Podejście to nazywane jest regresją parametryczną, a konstrukcja parametrycznego modelu regresji sprowadza się wówczas do oszacowania parametrów strukturalnych przyjętej funkcji. Zgodnie z formalną definicją model nazywa się parametrycznym, jeśli zależność między jego zmiennymi wyrażona jest w postaci funkcji o określonej postaci analitycznej, a ponadto przestrzeń parametrów charakteryzujących tę zależność jest skończenie wymiarowa. Oznacza to, że modele nieparametryczne nie mają określonej postaci analitycznej lub ich parametry strukturalne należą do przestrzeni nieskończenie wymiarowej (Fan, Yao 2005, s. 9).

Regresja nieparametryczna polega na aproksymacji funkcji $m(\mathbf{x})$ funkcjami określonego typu, od których wymaga się na tyle dużej elastyczności, aby umożliwić poprawę dokładności aproksymacji wraz ze zwiększaniem się liczby obserwacji w próbie (Härdle, Lütkepohl, Chen 1997). Istnieją dwie grupy metod konstrukcji nieparametrycznych modeli regresji: lokalne oraz globalne. W pierwszych z nich parametry funkcji aproksymującej zależą od przyjętego argumentu \mathbf{x} . W procesie estymacji parametrów nie wykorzystuje się wówczas wszystkich dostępnych obserwacji, lecz jedynie należące do sąsiedztwa argumentu \mathbf{x} o zadanym promieniu, którego wartość ustalana jest w zależności od liczby obserwacji (zgodnie z zasadą: im więcej obserwacji, tym mniejszy promień). Alternatywnie, w niektórych lokalnych metodach regresji wykorzystuje się wszystkie dostępne obserwacje, lecz poprzez wprowadzenie odpowiednich wag ich wpływ na wynik estymacji maleje wraz ze wzrostem odległości od rozpatrywanego

argumentu \mathbf{x} . Z kolei metody globalne polegają na aproksymacji funkcji regresji funkcjami określonego typu, w których wraz ze wzrostem liczby dostępnych obserwacji można zmieniać liczbę szacowanych parametrów i w efekcie poprawiać dokładność aproksymacji. Oznacza to, że wyznacza się jedną funkcję m (wspólną dla wszystkich argumentów), którą następnie wykorzystuje się do obliczenia wartości $m(\mathbf{x})$ dla poszczególnych \mathbf{x} . W metodach globalnych parametry funkcji aproksymującej szacuje się na podstawie wszystkich dostępnych obserwacji.

Podstawową zaletą regresji nieparametrycznej jest jej uniwersalność, która jest efektem nieprzyjmowania krępujących założeń na temat hipotetycznej postaci analitycznej modelu. Oznacza to, że pozwala się „danym mówić samym za siebie”, w wyniku czego otrzymane modele mogą dobrze dopasowywać się do analizowanych danych. Własność ta wydaje się bardzo atrakcyjna szczególnie w przypadku modelowania zależności nieliniowych, co zostało potwierdzone badaniami symulacyjnymi (np. Orzeszko, w druku). Z drugiej jednak strony warto podkreślić, że wysokie dopasowanie do danych w próbie nie zawsze przekłada się na dobre własności prognostyczne modeli nieparametrycznych (zob. np. Granger, Teräsvirta 1992; Ramsey 1996). Ponadto modele nieparametryczne są trudniejsze do interpretacji i formułowania wniosków na temat mechanizmu kształtującego dane zjawisko. Inną wadą regresji nieparametrycznej są jej duże wymagania odnośnie do liczby obserwacji, na podstawie których konstruuje się model. Fakt ten wynika z konieczności zastosowania danych do wyznaczenia funkcji aproksymacyjnej, a nie tylko do oszacowania jej parametrów strukturalnych. Oczywiście, wymagana liczba obserwacji rośnie wraz ze wzrostem wymiaru d , tj. liczby modelowanych zmiennych, jednak w przypadku modeli nieparametrycznych wzrost ten następuje w tempie wykładniczym. Problem ten nazywany jest w literaturze przedmiotu przekleństwem wymiarowości (ang. *curse of dimensionality*).

2. Jądrowa estymacja funkcji regresji

Ważną grupą nieparametrycznych metod estymacji funkcji regresji są estymatory jądrowe. Spośród nich najbardziej znanym jest estymator Nadarai-Watsona – N-W (Nadaraya 1964; Watson 1964), który w przypadku jednowymiarowym (tzn. dla jednej zmiennej objaśniającej) ma postać:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) y_i}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)} \quad (5)$$

gdzie K jest funkcją jądrową, a h – jej parametrem wygładzania.

Funkcją jądrową może być dowolna nieujemna funkcja rzeczywista, spełniająca warunki (np. Racine 2008):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(x) dx = 1 \quad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xK(x) dx = 0 \quad (7)$$

$$K(x) = K(-x) \text{ dla każdego } x \in \mathbb{R} \text{ (tzn. jest parzysta)} \quad (8)$$

Dodatkowo w praktyce wymaga się, by funkcja jądrowa spełniała warunek o posiadaniu w $x_0 = 0$ maksimum globalnego, dzięki czemu największy wpływ na wartość $\hat{m}(x)$ mają obserwacje y_i , dla których powiązane z nimi x_i są najmniej odległe od argumentu x (Śliwicki 2016, s. 35). Najczęściej wykorzystywanymi funkcjami jądrowymi są: gaussowska, Epanecznikowa, dwuwagowa, trójkątna i Cauchy'ego (zob. np. Kulczycki 2005, s. 65–67, 138; Orzeszko 2016, s. 67–68).

W przypadku wielowymiarowym jednowymiarową funkcję jądrową K zastępuje się jądrem produktowym, postaci (por. Śliwicki 2016, s. 91):

$$\kappa(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^d K(x_i) \quad (9)$$

lub jądrem radialnym (por. Śliwicki 2016, s. 91–92):

$$\kappa(\mathbf{x}) = c \cdot K\left(\sqrt{\sum_{i=1}^d x_i^2}\right) \quad (10)$$

Inną metodą regresji jądrowej jest lokalna jądrowa regresja liniowa (LJRL). Stanowi ona połączenie lokalnej aproksymacji liniowej i estymacji jądrowej, gdyż estymator $\hat{m}(x)$ wyznacza się za pomocą lokalnej aproksymacji wielomianami stopnia pierwszego, których parametry szacuje się za pomocą ważonej metody najmniejszych kwadratów z wagami w postaci funkcji jądrowej. W metodzie LJRL poszuje się wektora parametrów $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ wielomianu aproksymującego, dla którego minimalizowane jest wyrażenie:

$$\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) (y_i - \beta_0 - \beta_1(x-x))^2 \quad (11)$$

Rozwiązaniem powyższego zadania minimalizacji jest (zob. Stone 1977; Fan, Gijbels 1992; Gajek, Kałużka 1996):

$$\hat{m}(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) y_i \quad (12)$$

dla wag:

$$w_i(x) = \frac{K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) (\hat{s}_2(x) - (x-x_i)\hat{s}_1(x))}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) (\hat{s}_2(x) - (x-x_i)\hat{s}_1(x))} \quad (13)$$

gdzie:

$$\hat{s}_r(x) = \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) (x-x_i)^r, \text{ dla } r = 1, 2 \quad (14)$$

Estymator $\hat{m}(x)$ wyrażony wzorami (12)–(14) nazywany jest estymatorem Stone'a-Fana (np. Gajek, Kałużska 1996, s. 133). Jest on uogólnieniem estymatora N-W, będącego *de facto* rozwiązaniem zadania minimalizacji:

$$\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)(y_i - \beta_0)^2 \quad (15)$$

czyli zadania mniej ogólnego niż (11).

3. Zastosowanie jądrowych estymatorów funkcji regresji do prognozowania indeksu WIG

3.1. Cel, przedmiot i przebieg badania

Celem przeprowadzonego badania była ocena jądrowych estymatorów funkcji regresji jako narzędzi prognozowania indeksu WIG. Prognozie poddano dwa szeregi czasowe: logarytmiczne stopy zmian indeksu oraz ich kwadraty, które wyznaczono na podstawie dziennych poziomów zamknięcia z okresu 4 stycznia 2010 – 27 września 2017 r. (tj. 1937 obserwacji). Pierwszy z wymienionych szeregów ma kluczowe znaczenie w analizie zyskowności inwestycji giełdowych, natomiast drugi umożliwi formułowanie wniosków dotyczących zmienności, będącej jednym z najważniejszych aspektów ryzyka inwestowania. W badaniu zastosowano cztery metody prognozowania: estymator N-W, LJRL oraz – dla porównania – model regresji liniowej (ozn. lin) i metodę naiwną (ozn. naiwna)¹. Jako zmienne objaśniające w modelach regresji zastosowano opóźnione o jeden dzień: indeks S&P 500 (dziennie poziomy zamknięcia), kurs USD/PLN (średni kurs NBP), wolumen obrotów spółek wchodzących w skład indeksu WIG, a także zmienną autoregresyjną (również z opóźnieniem równym jeden)². Oznacza to, że w modelach regresji (tj. w pierwszych trzech wymienionych metodach) prognozy y_T^* wyznaczone były zgodnie z modelem $y_T^* = \hat{m}(x_{T-1})$, przy czym do estymacji funkcji m wykorzystano obserwacje ze wszystkich okresów poprzedzających. W badaniach rozważono zarówno modele z jedną zmienną objaśniającą, jak i model pełny – uwzględniający wszystkie cztery wymienione powyżej zmienne objaśniające.

Na wykresach 1 i 2 przedstawiono szeregi czasowe wykorzystane w badaniu.

Jako benchmark dla zastosowanych modeli regresji przyjęto metodę naiwną, według której:

$$y_T^* = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} y_t}{T-1}$$

Ponadto dla lepszej oceny możliwości prognostycznych modeli ze zmienną autoregresyjną wykorzystano również model AR(1)-GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem *t*-Studenta³.

W obu metodach jądrowych zastosowano jądro gaussowskie, postaci:

¹ Obliczenia wykonano przy zastosowaniu własnych kodów komputerowych, napisanych w środowisku Matlab. W przypadku metod jądrowych wykorzystano funkcję *ks*, stworzoną przez Yingying Dong (Boston College).

² W poszczególnych modelach uwzględniono zmienne objaśniające o tej samej naturze co zmienna prognozowana, tzn. – odpowiednio – logarytmiczne stopy zmian albo ich kwadraty.

³ Model skonstruowano w programie E-Views. Rzędy opóźnień wyznaczono na podstawie kryterium Schwarza, a parametry strukturalne oszacowano metodą największej wiarygodności.

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (16)$$

a parametr wygładzania wyznaczono metodą krzyżowego uwiarygodnienia (ang. *cross-validation*) (np. Kulczycki 2005, s. 83).

W przypadku modeli zawierających cztery zmienne objaśniające zastosowano jądro produktowe (zob. wzór (9)).

Dla każdego z badanych szeregów prognozie poddano 1000 ostatnich obserwacji. Do oceny jakości prognoz zastosowano cztery kryteria. Pierwszym z nich był, często stosowany do pomiaru trafności prognoz, pierwiastek błędu średniokwadratowego – RMSE, zadany wzorem:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{t=1}^h (y_{N+t} - y_{N+t}^*)^2}$$

gdzie $h = 1000$, a N jest długością szeregu, na podstawie którego dokonano prognozowania.

Ponadto porównano poszczególne metody pod kątem ich zdolności do prognozowania kierunku zmian badanych procesów, tj. wzrostu bądź spadku zarówno samego indeksu, jak i ryzyka inwestowania mierzonego zmiennością stóp zmian. W tym celu obliczono częstość prawidłowo określonych kierunków zmian i za pomocą testu frakcji zweryfikowano, czy różni się ona istotnie od poziomu 0,5. W teście zastosowano statystykę testową:

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}} \quad (17)$$

gdzie $p_0 = q_0 = 0,5$, $n = 1000$.

Przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej: $H_0 : p = p_0$, statystyka z ma asymptotyczny rozkład $N(0, 1)$.

Trzecim zastosowanym kryterium było porównanie każdych dwóch metod poprzez obliczenie, w ilu wypadkach pierwsza z porównywanych metod prowadziła do dokładniejszych prognoz niż druga.

Ostatnim kryterium był test Diebolda-Mariano (1995), służący do porównania dokładności otrzymanych prognoz. Niech: y_{T1}^* , y_{T2}^* oznaczają prognozy z dwóch porównywanych modeli, natomiast $e_{T1} = y_T - y_{T1}^*$, $e_{T2} = y_T - y_{T2}^*$ – błędy prognoz. W teście Diebolda-Mariano (ozn. D-M) wyznacza się funkcję straty, zadaną wzorem $d_T = e_{T1}^2 - e_{T2}^2$. Hipoteza zerowa głosi, że wartość oczekiwana funkcji straty jest równa zero ($H_0 : E(d) = 0$), tzn. że prognozy uzyskane z obu modeli są tak samo dokładne. Hipoteza alternatywna $H_1 : E(d) \neq 0$ mówi, że otrzymane prognozy różnią się dokładnością. Statystyka testowa Diebolda-Mariano ma postać:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{var(d)}{n}}}$$

gdzie \bar{d} i $var(d)$ są, odpowiednio, średnią i wariancją funkcji straty, natomiast $n = 1000$ jest liczbą wyznaczonych prognoz.

Diebold i Mariano wykazali, że przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej statystyka DM ma asymptotyczny rozkład normalny.

3.2. Wyniki prognozowania stóp zmian indeksu WIG

Na wykresach 3–8 przedstawiono 1000 ostatnich obserwacji szeregu rzeczywistych stóp zmian indeksu WIG (wykres 3a) oraz ich prognozy, wyznaczone: metodą naiwną (wykres 3b), modelami autoregresyjnymi (wykres 4), modelami regresji z poszczególnymi zmiennymi egzogenicznymi (wykresy 5–7) oraz modelami uwzględniającymi jednocześnie wszystkie cztery zmienne objaśniające (wykres 8).

W pierwszej kolejności wyznaczone prognozy porównano pod względem błędu RMSE, który dla metody naiwnej wyniósł 0,008945. W tabeli 1 zestawiono relatywne wartości błędów RMSE, obliczone jako ich iloraz względem metody naiwnej. Oznacza to, że wartość niższa od 100% wskazuje, że dana metoda jest lepsza od metody naiwnej. Jak widać, otrzymane błędy są generalnie dość zbliżone do siebie. Najdokładniejsze prognozy otrzymano dla modeli z predyktorem S&P 500 oraz modelu liniowego z czterema zmiennymi objaśniającymi, przy czym najlepszą metodą prognozowania okazał się estymator Nadarai-Watsona z predyktorem S&P 500.

W tabeli 2 zestawiono wyniki analizy poprawności znaku prognozowanej stopy zwrotu. W każdej komórce zaprezentowano udział prognoz o poprawnym znaku oraz wartość p testu frakcji (w nawiasie). Pogrubioną czcionką zaznaczono frakcje, które istotnie różnią się od 0,5 (na poziomie istotności $\alpha = 0,05$). W przypadku metody naiwnej frakcja wyniosła 0,519, co dało wartość p na poziomie 0,229. Ponownie na wyróżnienie zasługują modele z predyktorem S&P 500 oraz model liniowy z czterema zmiennymi objaśniającymi. W ich przypadku otrzymano frakcje istotnie wyższe od 0,5, co oznacza, że modele te są skutecznym narzędziem prognozowania kierunku zmian indeksu WIG.

Z kolei w tabeli 3 zaprezentowano, w ilu przypadkach dana metoda prognozowania (w boczku tabeli) dała prognozę dokładniejszą niż pozostałe metody (w główce tabeli). Z otrzymanych rezultatów wynika, że modele regresji wykazały swoją wyższość nad metodą naiwną jedynie w przypadku predyktora S&P 500. W pozostałych przypadkach różnice między nimi były bądź bardzo niewielkie, bądź nawet wskazywały na przewagę metody naiwnej.

W tabeli 4 zestawiono wyniki testu Diebolda-Mariano. W każdej z komórek zaprezentowano wartość statystyki DM oraz wartość p testu (w nawiasie). Pogrubioną czcionką zaznaczono wartości wskazujące na odrzucenie hipotezy zerowej na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Odrzucenie hipotezy zerowej przy ujemnej wartości statystyki DM oznacza wyższość metody z boczku tabeli, a przy wartości dodatniej – metody z główki tabeli. Z otrzymanych rezultatów wynika, że w przypadku modeli autoregresyjnych oraz modeli z predyktorem Obroty nie ma modelu mającego istotną przewagę nad którymkolwiek z pozostałych. W przypadku predyktora S&P 500 wszystkie modele regresji doprowadziły do prognoz istotnie dokładniejszych niż metoda naiwna. Z kolei dla predyktora USD/PLN prognozy otrzymane za pomocą modelu liniowego okazały się istotnie gorsze niż wyznaczone pozostałymi metodami. Spośród metod wykorzystujących wszystkie cztery zmienne objaśniające na wyróżnienie ponownie zasługuje model liniowy. Test Diebolda-Mariano potwierdził, że ma on istotną przewagę zarówno nad metodą naiwną, jak i LJRL.

W tabeli 5 dokonano podsumowania otrzymanych rezultatów, porównując efektywność zastosowanych metod prognozowania pod względem czterech rozważonych wcześniej kryteriów: błędu

RMSE, frakcji prognoz o poprawnym znaku, liczby dokładniejszych prognoz oraz statystyki testu Diebolda-Mariano. W poszczególnych komórkach tabeli zaprezentowano miejsce w rankingu poszczególnych metod.

Jak widać, w przypadku modeli autoregresyjnych otrzymany ranking w dużym stopniu zależy od przyjętego kryterium jakości prognozy. Niewątpliwie należy uznać, że najgorszym narzędziem prognozowania okazała się wówczas metoda LJRL. Nie najlepiej również wypadł model AR(1)-GARCH(1,1), który prowadził do gorszych prognoz niż AR(1). W sposób skrajny zmienia się ocena metody naiwnej, która pod względem dwóch kryteriów jest najlepsza, a pod względem dwóch pozostałych – przedostatnia. Warto również zauważyć, że z wyjątkiem kryterium frakcji poprawnych znaków estymator N-W wykazał swoją wyższość nad modelem regresji liniowej. W przypadku pozostałych predyktorów otrzymany ranking jest dużo bardziej jednoznaczny, gdyż w dużo mniejszym stopniu zależy od uwzględnionego kryterium jakości prognozy. Jak widać, dla predyktora S&P 500 najlepszą metodą prognozowania jest estymator N-W, na drugim miejscu znajduje się model regresji liniowej, na trzecim – metoda LJRL, a najgorszym narzędziem okazała się metoda naiwna. W przypadku predyktora USD/PLN do najlepszych prognoz doprowadziła metoda LJRL, która jako jedyna wykazała swoją wyższość nad metodą naiwną. Druga z metod jądrowych, tj. estymator N-W, dała prognozy mniej dokładne niż metoda naiwna, lecz i tak dokładniejsze niż model regresji liniowej. Z kolei w przypadku predyktora Obroty należy uznać, iż wszystkie modele regresji zawiodły, okazując się gorsze od metody naiwnej. Należy więc uznać, że opóźniony o jeden dzień wolumen obrotów spółek wchodzących w skład indeksu WIG nie zawiera w sobie informacji umożliwiających efektywne prognozowanie dynamiki tego indeksu. W przypadku modeli z czterema zmiennymi objaśniającymi najlepszy okazał się model liniowy. Spośród pozostałych metod najlepszą okazał się estymator N-W (choć zawiódł pod względem frakcji prognoz o poprawnym znaku), a najgorszą – LJRL.

3.4. Wyniki prognozowania kwadratów stóp zmian indeksu WIG

W drugiej kolejności prognozowaniu poddano szereg kwadratów stóp zmian indeksu WIG. Na wykresach 9–14 przedstawiono 1000 ostatnich obserwacji tego szeregu (wykres 9a) oraz ich prognozy wyznaczone: metodą naiwną (wykres 9b), modelami autoregresyjnymi (wykres 10), modelami regresji z poszczególnymi zmiennymi egzogenicznymi (wykresy 11–13) oraz modelami uwzględniającymi jednocześnie wszystkie cztery zmienne objaśniające (wykres 14).

W tabeli 6 zestawiono relatywne wartości błędów RMSE dla zastosowanych modeli, obliczone jako ich iloraz względem metody naiwnej (dla której $RMSE = 0,0001936$). Podobnie jak w przypadku prognozowania stóp zmian otrzymane błędy są dość zbliżone do siebie. Najdokładniejsze prognozy otrzymano dla modeli z predyktorem S&P 500 oraz modelu liniowego z czterema zmiennymi objaśniającymi, przy czym najlepszą metodą prognozowania okazał się estymator Nadarai-Watsona z predyktorem S&P 500.

Następnie dokonano analizy poprawności prognozowanego kierunku zmiany (tj. spadku lub wzrostu) kwadratu stóp zmian indeksu WIG, czyli zdolności modeli do prognozowania zmian poziomu ryzyka inwestowania, mierzonego zmiennością indeksu. W przypadku metody naiwnej frakcja prognoz o poprawnym kierunku zmiany wyniosła 0,355 z wartością p na poziomie 0,000, co oznacza, że jest ona istotnie mniejsza od 0,5. W tabeli 7 przedstawiono wyznaczone frakcje i związane z nimi wartości p dla analizowanych modeli regresji. Pogrubioną czcionką wyróżniono frakcje istotnie różniące się od 0,5 (na poziomie istotności $\alpha = 0,05$). Zwraca uwagę bardzo niska skuteczność zastosowanych metod – tylko

w dwóch wypadkach (model liniowy oraz LJRL dla zmiennej USD/PLN) obliczona frakcja była wyższa niż 0,5. Należy więc generalnie uznać, że analizowane metody nie są dobrym narzędziem prognozowania kierunku zmiany kwadratów stóp zmian indeksu WIG.

Z kolei w tabeli 8 dokonano analizy porównawczej zastosowanych metod pod względem liczby dokładniejszych prognoz. Jak widać, metoda naiwna wykazała swoją wyższość nad modelami regresji jedynie dla predyktora Obroty. W pozostałych przypadkach metoda ta okazała się wyraźnie gorsza od zastosowanych modeli regresji. Dla modeli autoregresyjnych oraz predyktora USD/PLN najskuteczniejszą metodą prognozowania była LJRL, natomiast w przypadku modeli ze zmienną S&P 500 oraz z czterema zmiennymi objaśniającymi – model regresji liniowej.

W tabeli 9 zaprezentowano wyniki testu Diebolda-Mariano. Jak widać, w przypadku modeli ze zmienną autoregresyjną oraz S&P 500 żadna z badanych metod nie ma istotnej przewagi nad pozostałymi. Jednak analiza znaków statystyki testowej umożliwia stwierdzenie, że wszystkie modele autoregresyjne doprowadziły do prognoz mniej dokładnych niż metoda naiwna. Natomiast w przypadku predyktora S&P 500 sytuacja była odwrotna, tj. modele regresji dały dokładniejsze prognozy niż metoda naiwna, przy czym najlepszy okazał się estymator N-W. Z kolei dla predyktora USD/PLN wszystkie metody istotnie różnią się między sobą pod względem dokładności prognoz. Najlepszą metodą okazała się LJRL, która wyprzedziła model liniowy, estymator N-W oraz metodę naiwną. Tak jak w przypadku innych kryteriów oceny jakości prognoz modele regresji uwzględniające zmienną Obroty okazały się gorszym narzędziem prognozowania niż metoda naiwna. W tym wypadku, a także w przypadku czterech zmiennych objaśniających najgorsze rezultaty osiągnięto przy zastosowaniu metody LJRL, która dla zmiennej Obroty okazała się istotnie gorsza od metody naiwnej, a w przypadku czterech zmiennych objaśniających – od wszystkich innych metod.

W tabeli 10 dokonano podsumowania otrzymanych rezultatów, porównując możliwości prognostyczne zastosowanych metod pod względem wszystkich czterech rozważonych kryteriów jakości prognoz. Jak widać, w przypadku modeli autoregresyjnych jedynie dwa kryteria – błąd RMSE oraz statystyka DM – prowadzą do tego samego rankingu. Pozostałe dwa kryteria zupełnie inaczej klasyfikują analizowane metody, co zasadniczo utrudnia sformułowanie jednoznacznych wniosków. Należy jednak podkreślić, iż nie ma wystarczających podstaw, aby stwierdzić, iż zastosowane modele autoregresyjne mają przewagę nad metodą naiwną. Dużo bardziej jednoznaczne wyniki otrzymano dla modeli ze zmiennymi egzogenicznymi. W przypadku predyktora S&P 500 niezależnie od rozpatrywanego kryterium zastosowane modele regresji okazały się lepsze od metody naiwnej. Według dwóch kryteriów najlepszą metodą prognozowania jest model liniowy, natomiast według dwóch pozostałych – estymator N-W. Metoda LJRL okazała się gorsza od modelu liniowego, natomiast ze względu na niejednoznaczne wskazania poszczególnych kryteriów trudniej jest stwierdzić, że jest też gorsza od estymatora N-W. W przypadku predyktora USD/PLN niezależnie od przyjętego kryterium najlepszą metodą prognozowania okazała się metoda LJRL, która wyprzedziła model regresji liniowej i estymator N-W. I w tym wypadku modele regresji wykazały swoją wyższość nad metodą naiwną, co wskazuje na przydatność obu zmiennych w procesie prognozowania kwadratów stóp zmian indeksu WIG. Z kolei analiza porównawcza modeli regresji opartych na zmiennej Obroty prowadzi do wniosku o ich słabości w porównaniu z metodą naiwną. Jedynie w kontekście frakcji poprawnych znaków metody te wykazały swoją przewagę nad metodą naiwną, przy czym za najmniej efektywną należy uznać metodę LJRL. Wśród modeli z czterema zmiennymi objaśniającymi na wyróżnienie zasługuje model regresji liniowej, który okazał się najlepszy z punktu widzenia wszystkich rozważonych kryteriów.

4. Podsumowanie wyników badań

W przypadku stóp zmian indeksu WIG otrzymany ranking zastosowanych modeli autoregresyjnych okazał się zależny od przyjętego kryterium jakości prognoz. Dużo bardziej jednoznaczne wyniki otrzymano dla modeli regresji wykorzystujących zmienne egzogeniczne, tj. opóźnione o jeden dzień: indeks S&P 500, kurs USD/PLN oraz wolumen obrotów spółek, co umożliwia ocenę przydatności rozważonych zmiennych jako predyktorów indeksu WIG. Najbardziej obiecujące wyniki otrzymano dla zmiennej S&P 500, w przypadku której wszystkie trzy modele regresji wykazały swoją przewagę nad metodą naiwną. Najlepszą metodą prognozowania okazał się wówczas estymator N-W, na drugim miejscu znalazł się model regresji liniowej, a na trzecim – metoda LJRL. Relatywnie duża przydatność zmiennej S&P 500 do prognozowania indeksu WIG najprawdopodobniej jest konsekwencją istnienia silnych zależności między rynkami papierów wartościowych. Należy jednak również podkreślić, że zamknięcie giełdy w USA następuje kilka godzin po zamknięciu giełdy w Polsce, co oznacza, że w przeciwieństwie do pozostałych zastosowanych zmiennych egzogenicznych zmienna S&P 500 zawiera w sobie informacje, które mogą zostać wykorzystane przez polskich inwestorów dopiero w kolejnym dniu. W efekcie zmienna ta zawiera w sobie bardziej aktualne informacje niż pozostałe predyktory i fakt ten również może być powodem jej wyższej użyteczności w procesie prognozowania. W przypadku zmiennej USD/PLN swoją wyższość nad pozostałymi narzędziami wykazała metoda LJRL. Zawiodły pozostałe dwie metody regresji, tj. model regresji liniowej oraz estymator N-W, prowadząc do prognoz mniej dokładnych niż metoda naiwna. Wynik ten może świadczyć, że kurs USD/PLN oddziałuje na indeks WIG, jednak zależność ta ma charakter nieliniowy. Z kolei w przypadku zmiennej Obroty wszystkie modele regresji okazały się gorsze od metody naiwnej, co świadczy o braku wpływu tej zmiennej na indeks WIG. W badaniach uwzględniono również model zawierający jednocześnie wszystkie trzy zmienne egzogeniczne oraz zmienną autoregresyjną. Jednak otrzymane za jego pomocą wyniki trudno uznać za zadowalające, gdyż wyznaczone prognozy miały podobną, a niekiedy nawet niższą jakość w porównaniu z modelami z jedną zmienną objaśniającą. Zwłaszcza metoda LJRL dała wówczas mniej dokładne prognozy – gorsze nawet od metody naiwnej.

W przypadku szeregu kwadratów stóp zmian indeksu WIG można zaobserwować nieco większą rozbieżność miejsca w rankingu poszczególnych metod w zależności od przyjętego kryterium jakości prognoz, co utrudnia formułowanie jednoznacznych wniosków na temat przydatności zastosowanych metod prognozowania. Niewątpliwie należy zwrócić uwagę na wyższość modeli regresji nad metodą naiwną dla predyktorów S&P 500 i USD/PLN. Główną słabością metody naiwnej była niska frakcja prognoz o poprawnym kierunku zmiany, co oznacza, że nie należy jej stosować do prognozowania zmian w poziomie zmienności notowań indeksu. Z drugiej strony, metoda naiwna okazała się najlepsza w przypadku predyktora Obroty, choć teza ta znajduje swoje potwierdzenie nie we wszystkich kryteriach oceny jakości prognoz. Ponadto otrzymane wyniki pozwalają na sformułowanie wniosku o niewielkiej przewadze modelu liniowego i estymatora N-W nad LJRL. Jedynie w przypadku predyktora USD/PLN metoda LJRL dała lepsze prognozy niż obie wymienione metody. Ponadto otrzymane wyniki pozwalają sformułować ostrożny wniosek o pewnej przewadze modelu liniowego nad estymatorem N-W, co w efekcie czyni go najlepszym narzędziem prognozowania zmienności rynkowej, mierzonej kwadratami stóp zmian indeksu WIG.

Generalnie otrzymane wyniki zastosowania estymatorów jądrowych do prognozowania indeksu WIG należy uznać za zachęcające. Warto jednak podkreślić, że wniosek ten odnosi się w większym

stopniu do stóp zmian indeksu niż do ich kwadratów, przy czym (z wyjątkiem predyktora USD/PLN) lepsze wyniki uzyskano, stosując estymator Nadarai-Watsona niż metodę lokalnej jądrowej regresji liniowej. Badanie wykazało, że ocena efektywności metod prognozowania może zależeć od rozpatrywanego kryterium jakości prognozy, ale warto również dodać, że użyteczność poszczególnych narzędzi może również zmieniać się w czasie, zależąc np. od bieżącej sytuacji na giełdzie czy sygnałów płynących z jej otoczenia. Kwestia ta nie była poddana analizie w niniejszej pracy, jednak wydaje się obiecującym kierunkiem dalszych badań.

Bibliografia

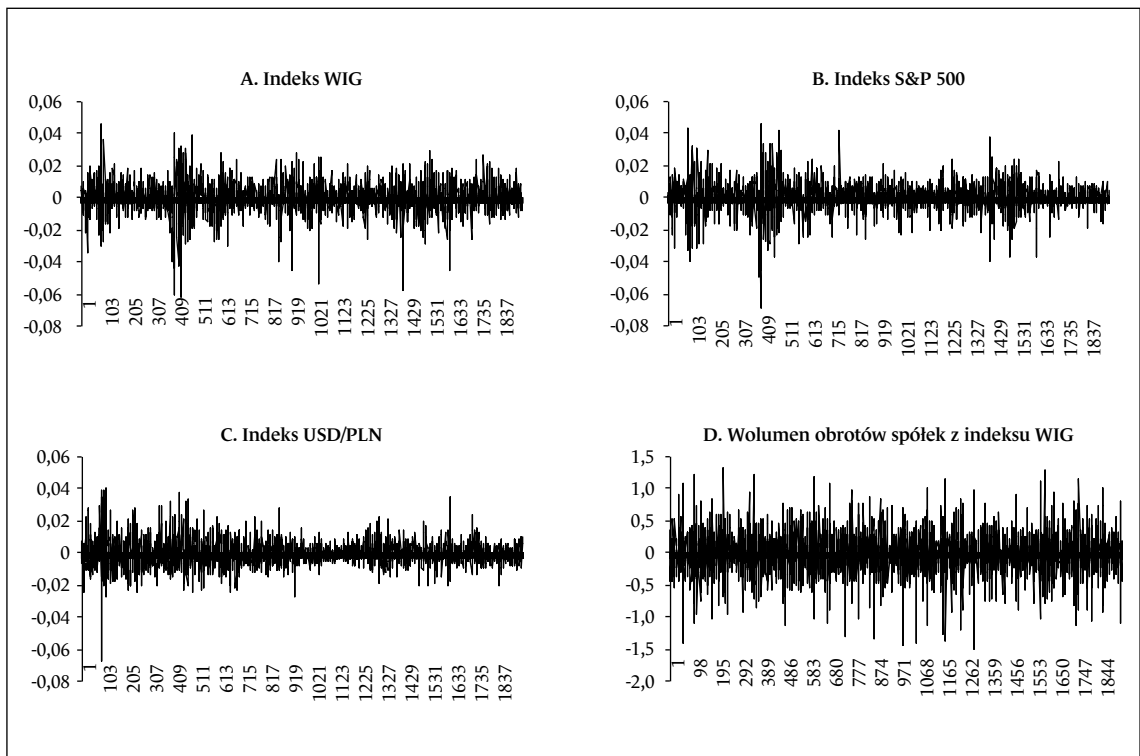
- Campbell J., Lo A., MacKinlay A. (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.
- Diebold F.X., Mariano R.S. (1995), Comparing predictive accuracy, *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253–265.
- Fama E.F. (1970), Efficient capital markets: a review of theory and empirical work, *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Fama E.F. (1991), Efficient capital markets: II, *The Journal of Finance*, 46(5), 1575–1617.
- Fan J., Gijbels I. (1992), Variable bandwidth and local linear regression smoothers, *Annals of Statistics*, 20(4), 2008–2036.
- Fan J., Yao Q. (2005), *Nonlinear Time Series. Nonparametric and Parametric Methods*, Springer.
- Gajek L., Kałużka M. (1996), *Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Granger C.W.J., Teräsvirta T. (1992), Experiments in modeling nonlinear relationships between time series, w: M. Castagli, S. Eubank (red.), *Nonlinear Modeling and Forecasting*, Addison-Wesley.
- Härdle W., Lütkepohl H., Chen R. (1997), A review of nonparametric time series analysis, *International Statistical Review*, 65(1), 49–72.
- Kulczycki P. (2005), *Estymatory jądrowe w analizie systemowej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Nadaraya E.A. (1964), On estimating regression, *Theory of Probability and its Applications*, 9(1), 141–142.
- Orzeszko W. (2016), *Nieparametryczna identyfikacja nieliniowości w finansowych i ekonomicznych szeregach czasowych*, Wydawnictwo UMK.
- Orzeszko W. (w druku), Wybrane aspekty nieparametrycznego prognozowania nieliniowych szeregów czasowych, *Przegląd Statystyczny*.
- Pagan A., Ullah A. (1999), *Nonparametric Econometrics*, Cambridge University Press.
- Racine J.S. (2008), Nonparametric econometrics: a primer, *Foundations and Trends in Econometrics*, 3(1), 1–88.
- Ramsey J.B. (1996), If nonlinear models cannot forecast. What use are they?, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 1(2), 65–86.
- Rapach D., Zhou G. (2013), Forecasting stock returns, w: G. Elliot, A. Timmermann (red.), *Handbook of Economic Forecasting vol. 2A*, Elsevier.
- Sekuła P. (2011), Efektywność inwestycyjna portfela fundamentalnego na GPW w Warszawie, *Acta Universitatis Lodzianis, Folia Oeconomica*, 261, 419–431.

- Sewell M. (2012), The efficient market hypothesis: empirical evidence, *International Journal of Statistics and Probability*, 1(2), 164–178.
- Stone C.J. (1977), Consistent nonparametric regression, *Annals of Statistics*, 5, 595–620.
- Śliwicki D. (2016), *Estymacja jądrowa w analizie ekonometrycznej*, Wydawnictwo UMK.
- Watson G.S. (1964), Smooth regression analysis, *Sankhya: The Indian Journal of Statistics (Series A)*, 26(4), 359–372.

Aneks

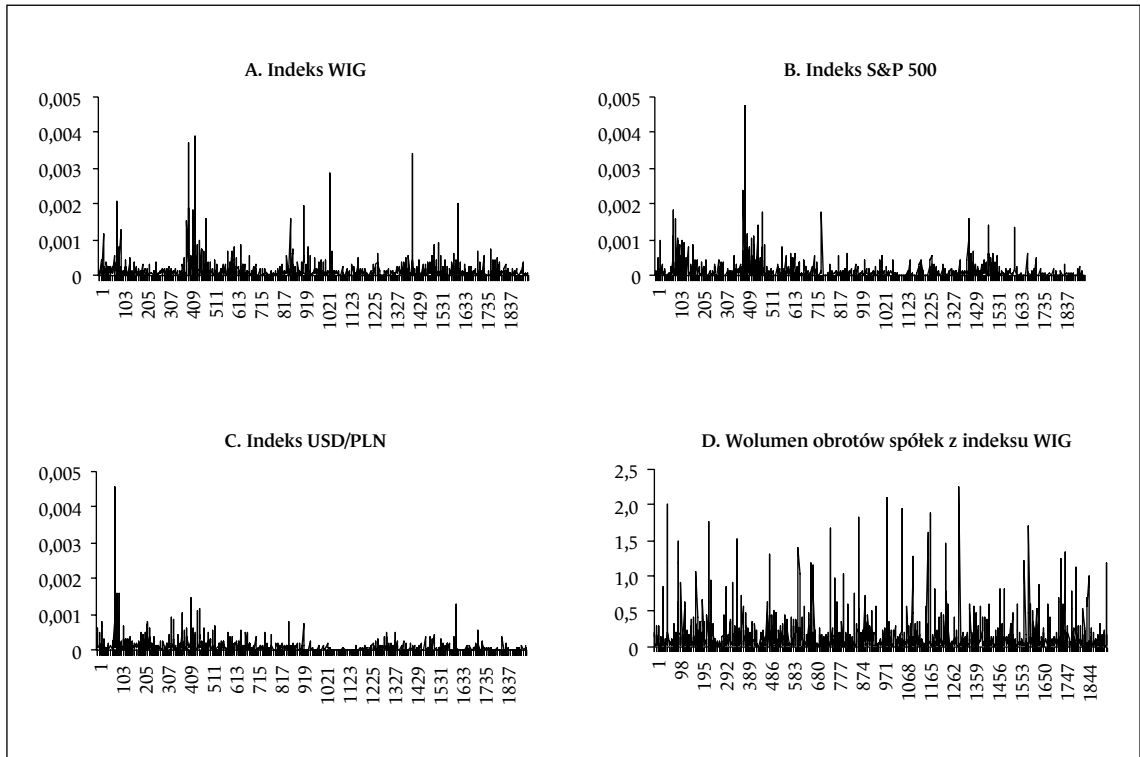
Wykres 1

Badane szeregi stóp zmian



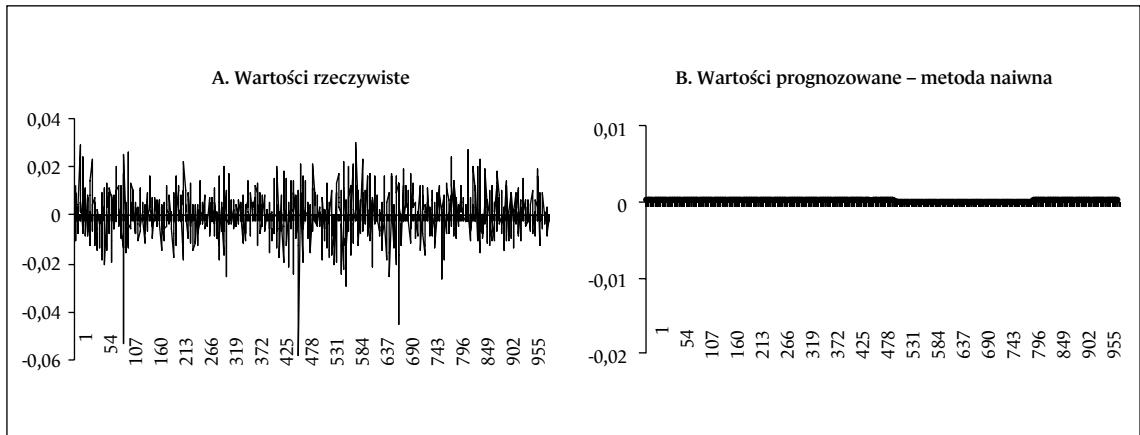
Wykres 2

Badane szeregi kwadratów stóp zmian



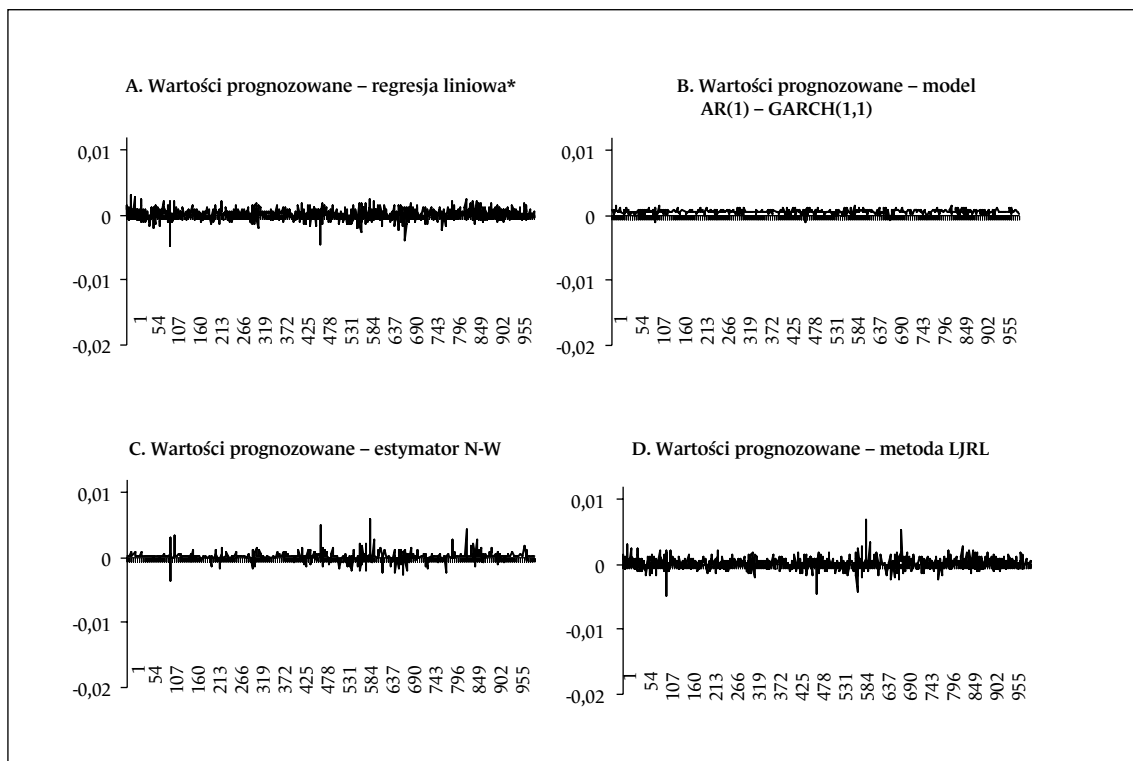
Wykres 3

Stopy zmian indeksu WIG – wartości rzeczywiste oraz prognozowane za pomocą metody naiwnej



Wykres 4

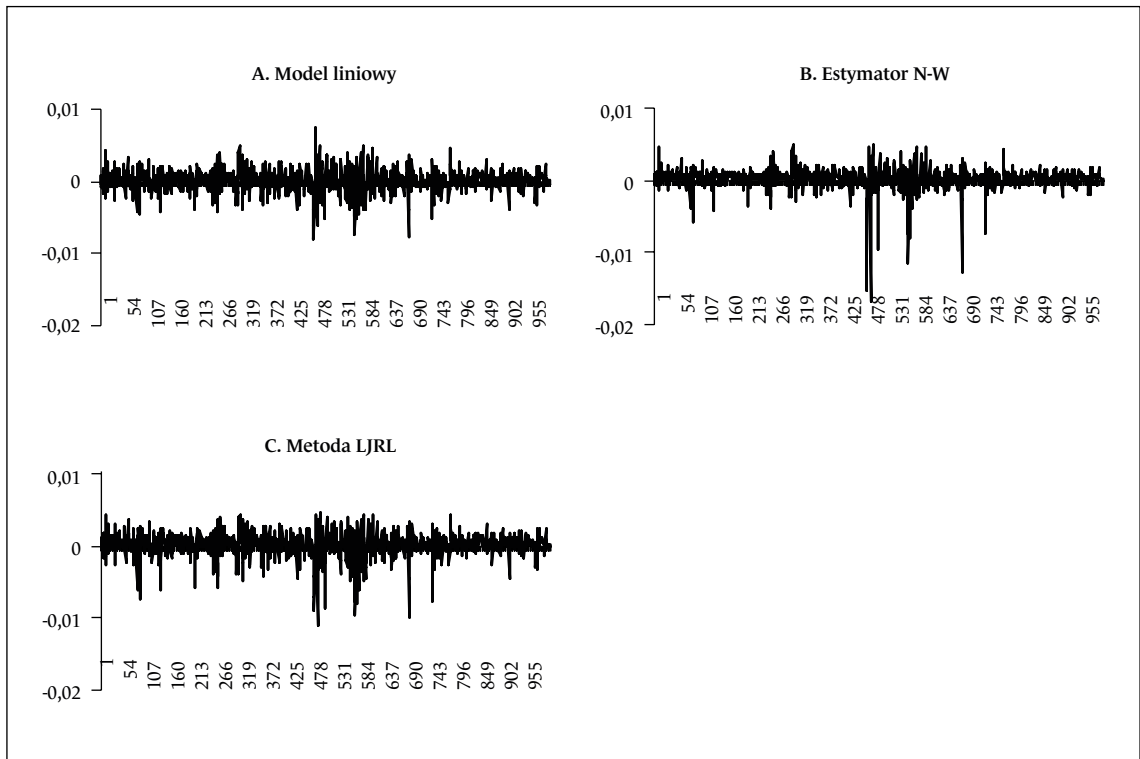
Stopy zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli autoregresyjnych



* W przypadku zmiennej autoregresyjnej modelem regresji liniowej jest oczywiście model AR(1).

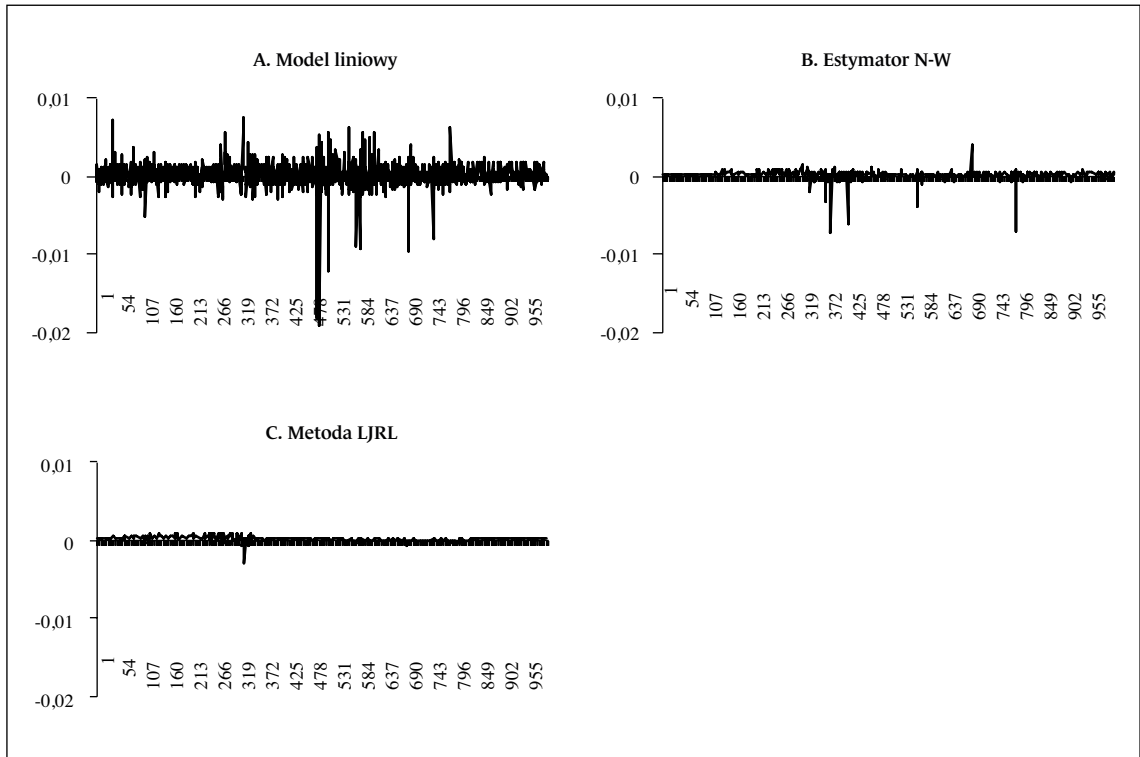
Wykres 5

Stopy zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem S&P 500



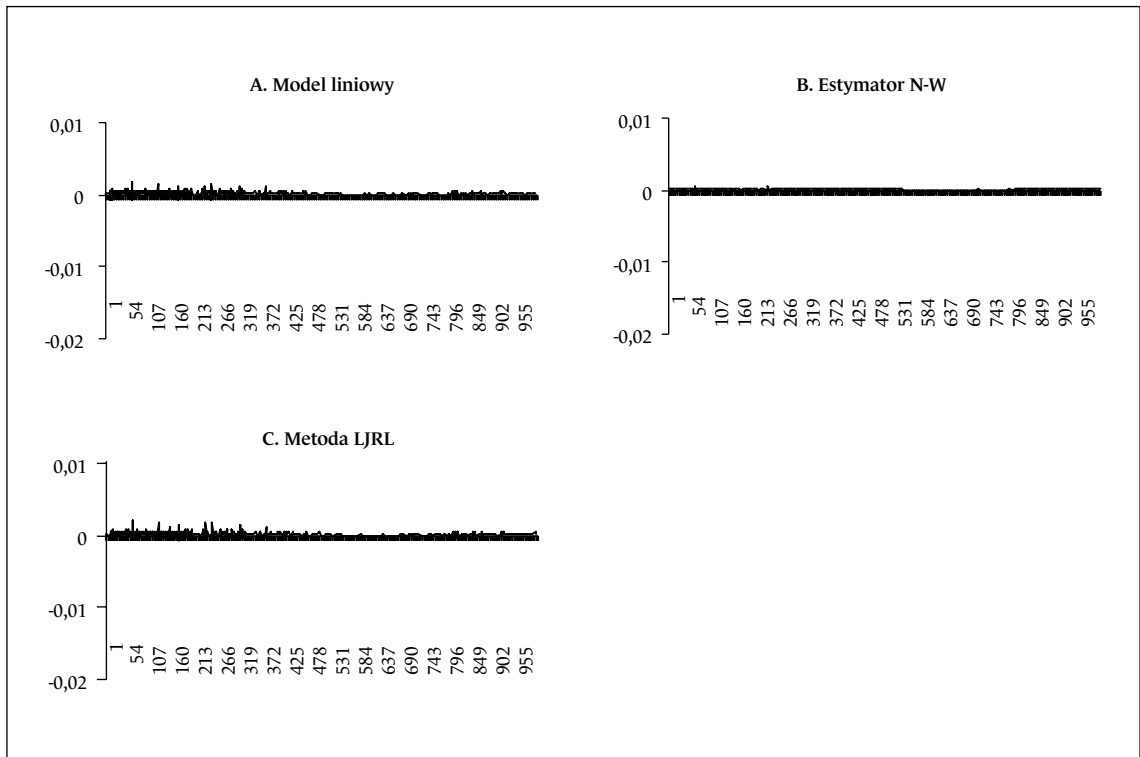
Wykres 6

Stopy zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem USD/PLN



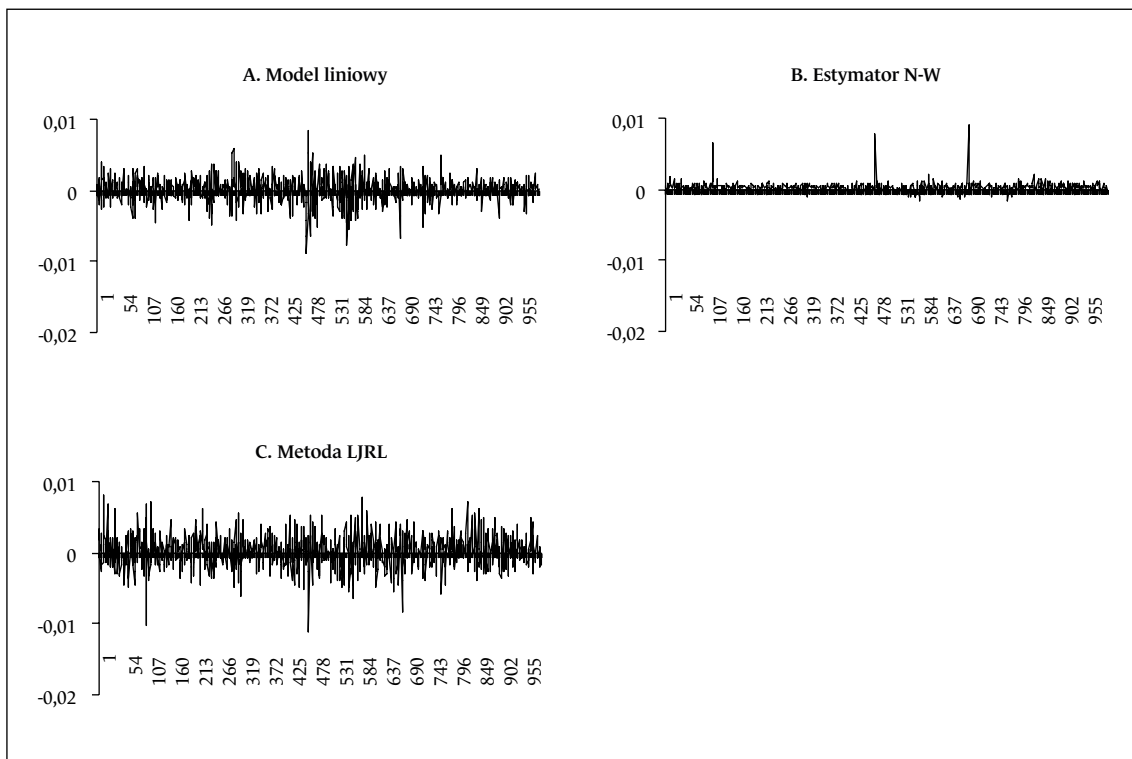
Wykres 7

Stopy zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem Obrototy



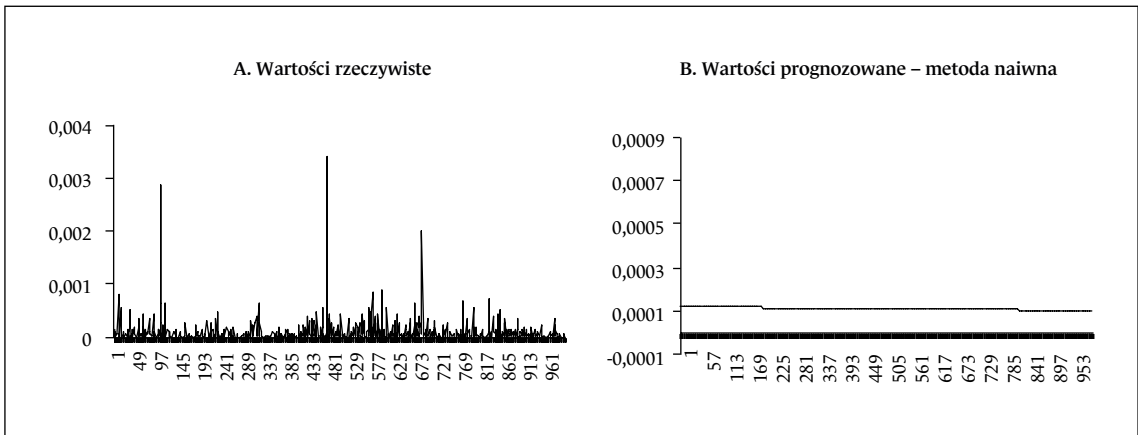
Wykres 8

Stopy zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z czterema zmiennymi objaśniającymi



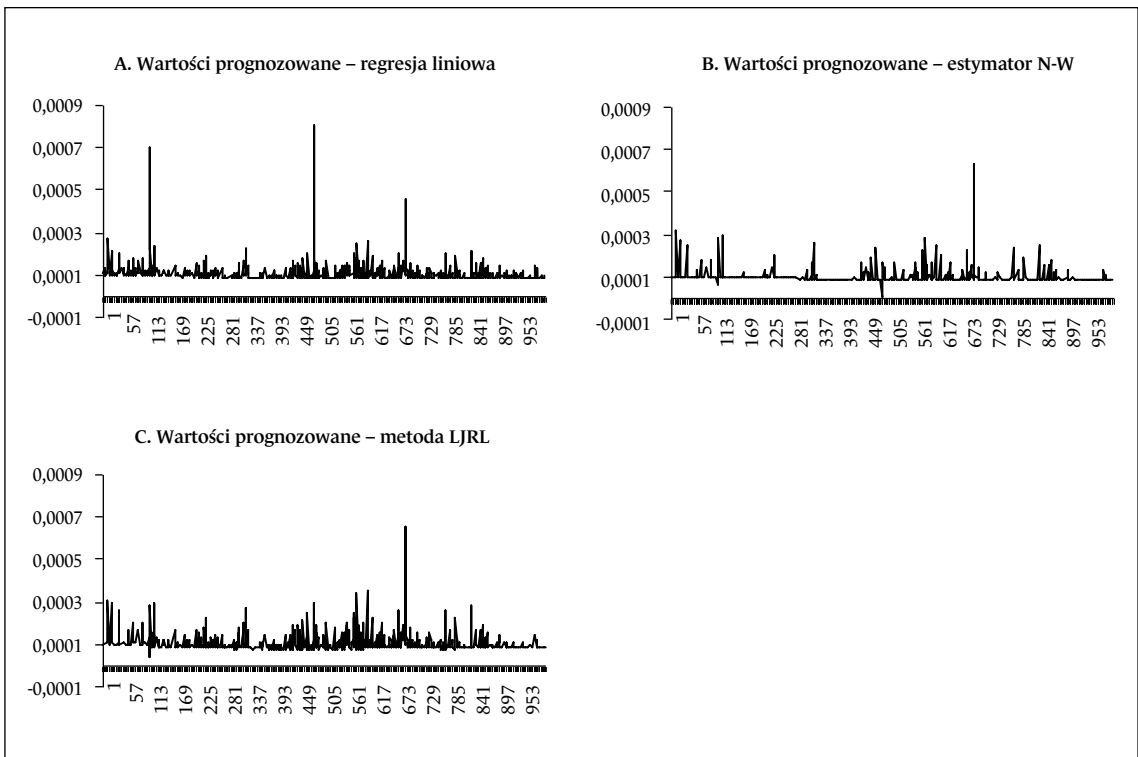
Wykres 9

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości rzeczywiste oraz prognozowane za pomocą metody naiwnej



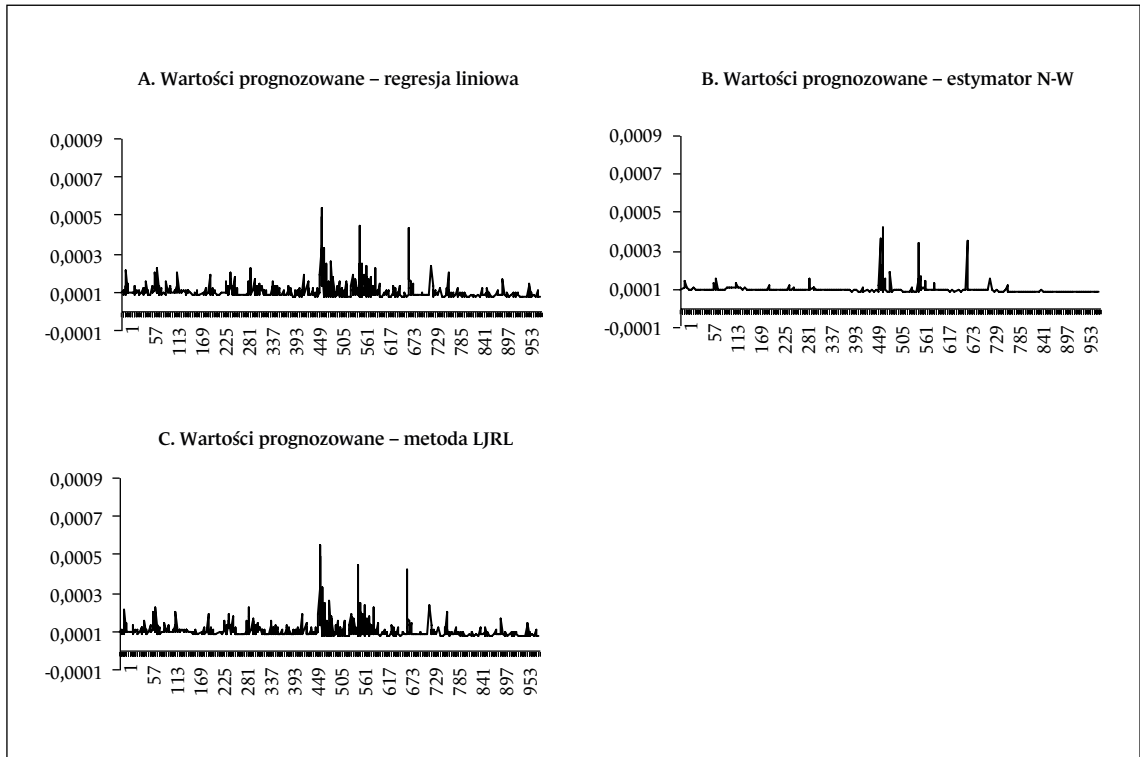
Wykres 10

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli autoregresyjnych



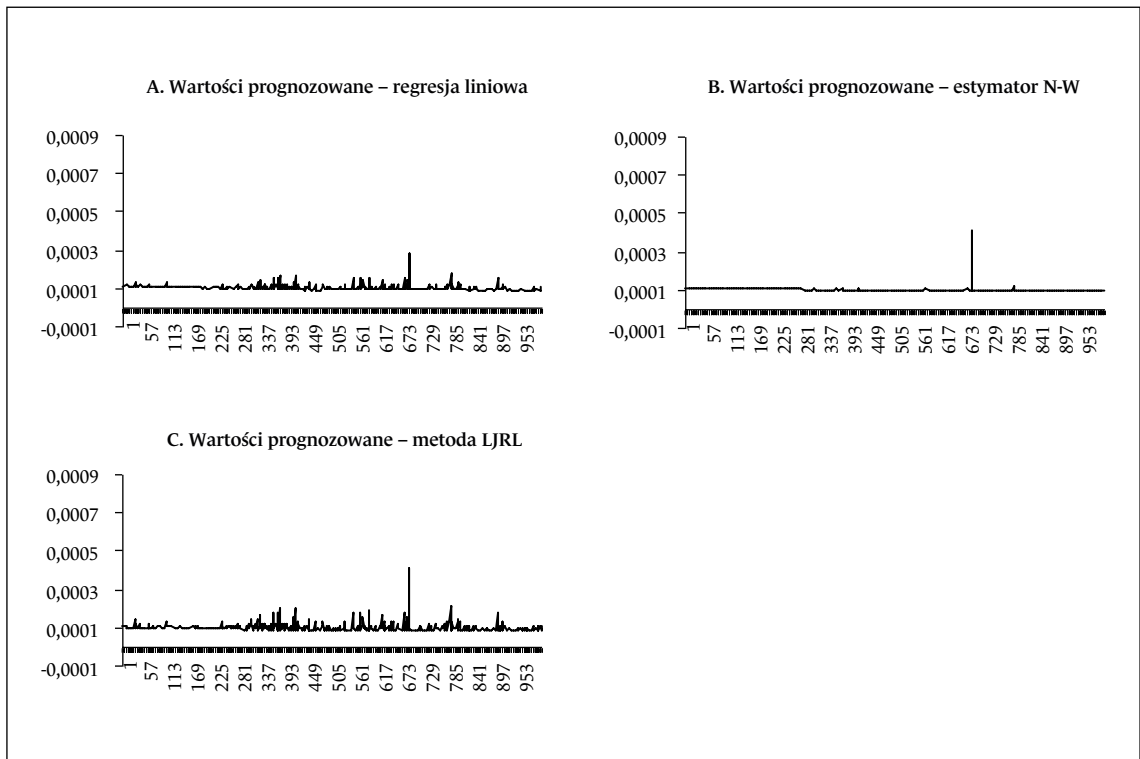
Wykres 11

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem S&P 500



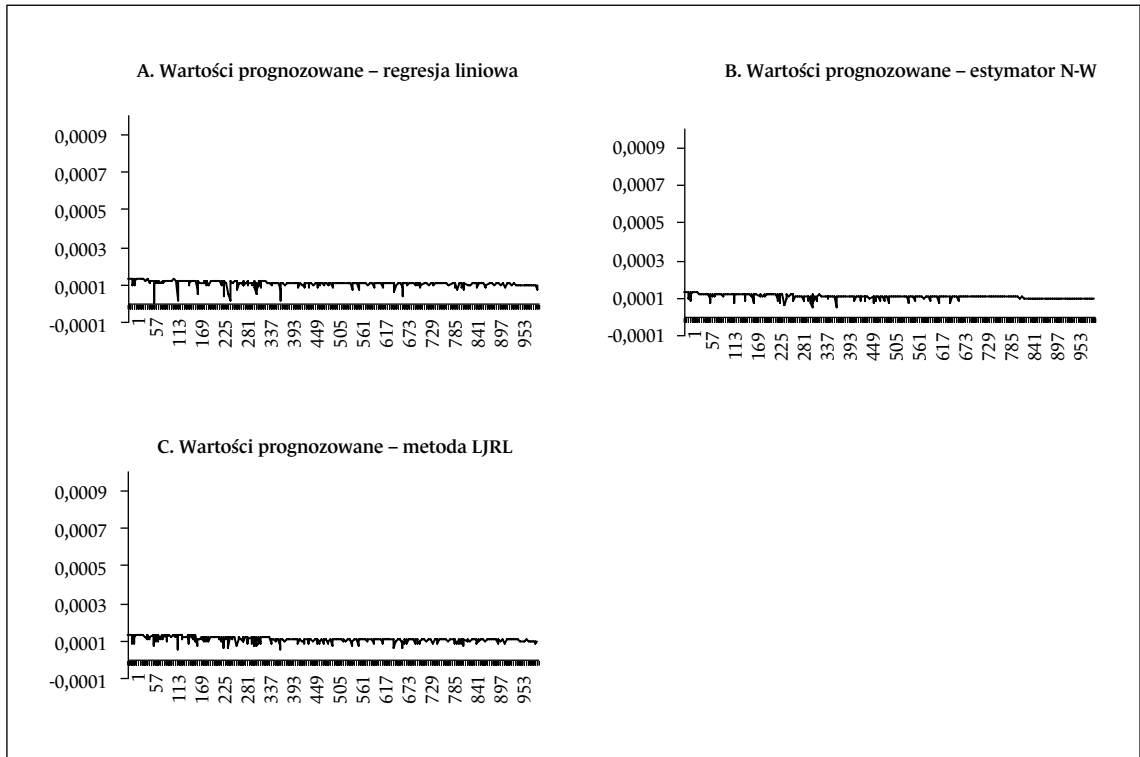
Wykres 12

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem USD/PLN



Wykres 13

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z predyktorem Obrototy



Wykres 14

Kwadraty stóp zmian indeksu WIG – wartości prognozowane za pomocą modeli z czterema zmiennymi objaśniającymi

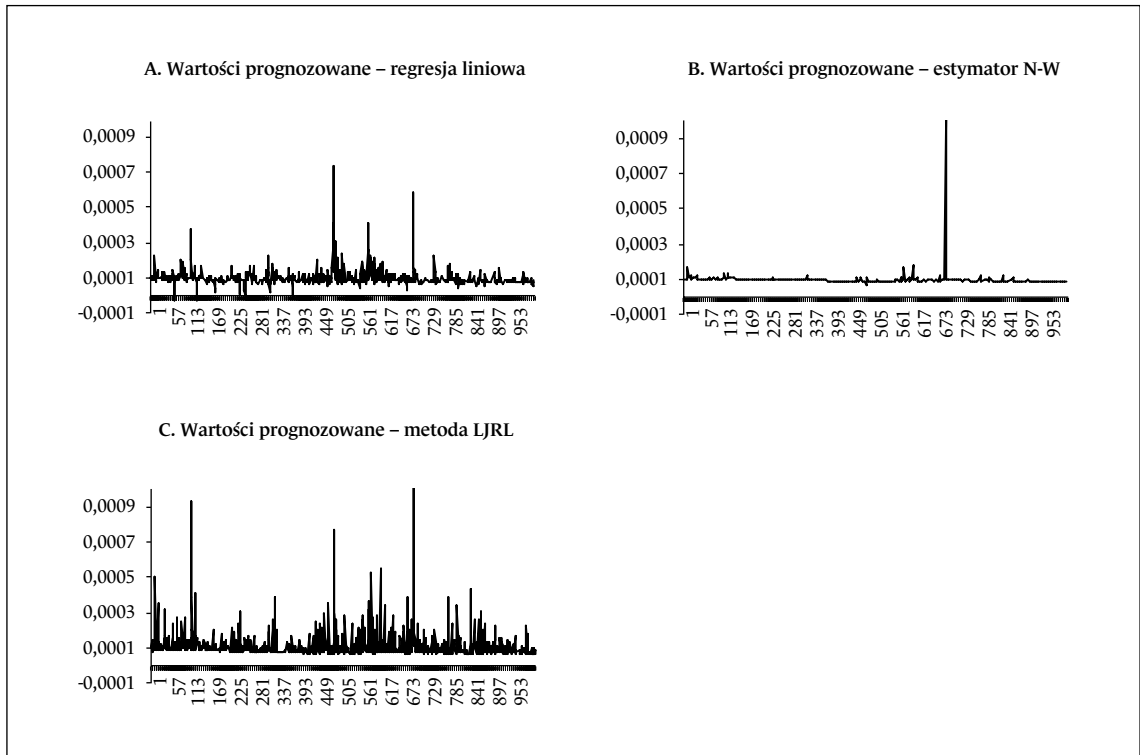


Tabela 1

Błędy prognoz RMSE (w %)

AR(1)-GARCH(1,1)	lin	N-W	LJRL
Autoregresja			
99,91	99,88	99,78	100,10
S&P 500			
–	97,98	97,78	98,22
USD/PLN			
–	101,51	100,19	99,93
Obroty			
–	100,12	100,02	100,15
Cztery zmienne objaśniające			
–	98,21	99,74	101,42

Tabela 2

Fracja prognoz o poprawnym znaku

AR(1)-GARCH(1,1)	lin	N-W	LJRL
Autoregresja			
0,517 (0,282)	0,519 (0,229)	0,511 (0,487)	0,507 (0,658)
S&P 500			
–	0,548 (0,002)	0,550 (0,002)	0,546 (0,004)
USD/PLN			
–	0,497 (0,850)	0,502 (0,899)	0,515 (0,343)
Obroty			
–	0,501 (0,950)	0,519 (0,229)	0,489 (0,487)
Cztery zmienne objaśniające			
–	0,538 (0,016)	0,511 (0,487)	0,512 (0,488)

Tabela 3

Porównanie liczby dokładniejszych prognoz

	AR(1)- GARCH(1,1)	lin	N-W	LJRL
Autoregresja				
naiwna	503	504	506	513
AR(1)-GARCH(1,1)	×	493	485	498
lin	×	×	497	523
N-W	×	×	×	501
LJRL	×	×	×	×
S&P 500				
naiwna	–	468	487	484
lin	–	×	500	514
N-W	–	×	×	504
LJRL	–	×	×	×
USD/PLN				
naiwna	–	543	513	499
lin	–	×	458	463
N-W	–	×	×	488
LJRL	–	×	×	×
Obroty				
naiwna	–	535	507	534
lin	–	×	460	506
N-W	–	×	×	538
LJRL	–	×	×	×
Cztery zmienne objaśniające				
naiwna	–	496	498	529
lin	–	×	502	542
N-W	–	×	×	541
LJRL	–	×	×	×

Tabela 4
Wyniki testu Diebolda-Mariano

	AR(1)- GARCH(1,1)	lin	N-W	LJRL
Autoregresja				
naiwna	0,450 (0,653)	0,385 (0,700)	0,989 (0,322)	-0,278 (0,781)
AR(1)-GARCH(1,1)	×	0,151 (0,880)	0,585 (0,559)	-0,569 (0,569)
lin	×	×	0,429 (0,668)	-1,135 (0,256)
N-W	×	×	×	-1,275 (0,202)
LJRL	×	×	×	×
S&P 500				
naiwna	-	2,808 (0,005)	2,035 (0,042)	2,273 (0,023)
lin	-	×	0,322 (0,747)	-1,081 (0,280)
N-W	-	×	×	-0,810 (0,418)
LJRL	-	×	×	×
USD/PLN				
naiwna	-	-2,424 (0,015)	-0,875 (0,382)	0,883 (0,377)
lin	-	×	2,011 (0,044)	2,518 (0,012)
N-W	-	×	×	1,141 (0,254)
LJRL	-	×	×	×
Obroty				
naiwna	-	-1,766 (0,077)	-1,727 (0,084)	-1,862 (0,063)
lin	-	×	1,634 (0,102)	-1,553 (0,120)
N-W	-	×	×	-1,757 (0,079)
LJRL	-	×	×	×
Cztery zmienne objaśniające				
naiwna	-	2,340 (0,019)	0,747 (0,455)	-1,564 (0,118)
lin	-	×	-1,823 (0,068)	-3,575 (0,000)
N-W	-	×	×	-1,753 (0,080)
LJRL	-	×	×	×

Tabela 5

Ranking zastosowanych metod prognozowania stóp zmian indeksu WIG

	Naiwna	AR(1)- GARCH(1,1)	Lin	N-W	LJRL
Autoregresja					
RMSE	4	3	2	1	5
Fracja poprawnych znaków	1	3	1	4	5
Liczba dokładniejszych prognoz	1	5	3	2	4
Statystyka DM	4	3	2	1	5
S&P 500					
RMSE	4	–	2	1	3
Fracja poprawnych znaków	4	–	2	1	3
Liczba dokładniejszych prognoz	4	–	1	1	3
Statystyka DM	4	–	2	1	3
USD/PLN					
RMSE	2	–	4	3	1
Fracja poprawnych znaków	1	–	4	3	2
Liczba dokładniejszych prognoz	2	–	4	3	1
Statystyka DM	2	–	4	3	1
Obroty					
RMSE	1	–	3	2	4
Fracja poprawnych znaków	1	–	3	1	4
Liczba dokładniejszych prognoz	1	–	3	2	4
Statystyka DM	1	–	3	2	4
Cztery zmienne objaśniające					
RMSE	3	–	1	2	4
Fracja poprawnych znaków	2	–	1	4	3
Liczba dokładniejszych prognoz	3	–	1	2	4
Statystyka DM	3	–	1	2	4

Źródło: opracowanie na podstawie tabel 1–4.

Tabela 6

Błędy prognoz RMSE (w %)

lin	N-W	LJRL
Autoregresja		
100,05	100,41	100,72
S&P 500		
98,04	97,16	98,14
USD/PLN		
99,12	99,48	98,92
Obroty		
100,21	100,15	100,26
Cztery zmienne objaśniające		
98,35	99,95	104,75

Tabela 7

Fracja prognoz o poprawnym kierunku zmiany

lin	N-W	LJRL
Autoregresja		
0,338 (0,000)	0,401 (0,000)	0,347 (0,000)
S&P 500		
0,478 (0,164)	0,444 (0,000)	0,475 (0,114)
USD/PLN		
0,535 (0,027)	0,484 (0,312)	0,538 (0,016)
Obroty		
0,490 (0,527)	0,463 (0,019)	0,487 (0,411)
Cztery zmienne objaśniające		
0,409 (0,000)	0,313 (0,000)	0,341 (0,000)

Tabela 8

Porównanie liczby dokładniejszych prognoz

	lin	N-W	LJRL
Autoregresja			
naiwna	338	268	325
lin	×	495	415
N-W	×	×	494
LJRL	×	×	×
S&P 500			
naiwna	311	228	308
lin	×	611	643
N-W	×	×	392
LJRL	×	×	×
USD/PLN			
naiwna	279	218	287
lin	×	660	299
N-W	×	×	325
LJRL	×	×	×
Obroty			
naiwna	664	725	646
lin	×	512	622
N-W	×	×	586
LJRL	×	×	×
Cztery zmienne objaśniające			
naiwna	317	232	388
lin	×	591	510
N-W	×	×	465
LJRL	×	×	×

Tabela 9

Wyniki testu Diebolda-Mariano

	lin	N-W	LJRL
Autoregresja			
naiwna	-0,042 (0,966)	-1,076 (0,282)	-1,411 (0,158)
lin	×	-0,420 (0,675)	-0,836 (0,403)
N-W	×	×	-0,754 (0,451)
LJRL	×	×	×
S&P 500			
naiwna	0,913 (0,361)	1,283 (0,200)	0,915 (0,360)
lin	×	1,905 (0,057)	-0,838 (0,402)
N-W	×	×	-1,942 (0,052)
LJRL	×	×	×
USD/PLN			
naiwna	5,882 (0,000)	5,097 (0,000)	4,973 (0,000)
lin	×	-2,217 (0,000)	2,671 (0,008)
N-W	×	×	2,512 (0,012)
LJRL	×	×	×
Obroty			
naiwna	-1,622 (0,105)	-1,942 (0,052)	-2,124 (0,034)
lin	×	0,494 (0,622)	-1,181 (0,238)
N-W	×	×	-1,326 (0,185)
LJRL	×	×	×
Cztery zmienne objaśniające			
naiwna	0,937 (0,349)	0,054 (0,957)	-2,448 (0,014)
lin	×	-0,816 (0,415)	-3,015 (0,003)
N-W	×	×	-3,121 (0,002)
LJRL	×	×	×

Tabela 10

Ranking zastosowanych metod prognozowania kwadratów stóp zmian indeksu WIG

	naiwna	lin	N-W	IJRL
Autoregresja				
RMSE	1	2	3	4
Fracja poprawnych znaków	2	4	1	3
Liczba dokładniejszych prognoz	4	3	2	1
Statystyka DM	1	2	3	4
S&P 500				
RMSE	4	2	1	3
Fracja poprawnych znaków	4	1	3	2
Liczba dokładniejszych prognoz	4	1	3	2
Statystyka DM	4	2	1	3
USD/PLN				
RMSE	4	2	3	1
Fracja poprawnych znaków	4	2	3	1
Liczba dokładniejszych prognoz	4	2	3	1
Statystyka DM	4	2	3	1
Obroty				
RMSE	1	3	2	4
Fracja poprawnych znaków	4	1	3	2
Liczba dokładniejszych prognoz	1	2	3	4
Statystyka DM	1	3	2	4
Cztery zmienne objaśniające				
RMSE	3	1	2	4
Fracja poprawnych znaków	2	1	4	3
Liczba dokładniejszych prognoz	4	1	3	2
Statystyka DM	3	1	2	4

Źródło: opracowanie na podstawie tabel 6–9.

Forecasting the WIG Index using kernel smoothers

Abstract

The aim of the paper is to assess the usefulness of the selected kernel smoothers to predict the Warsaw Stock Exchange WIG Index. Two time series were analysed: log returns and squares of log returns. The four following forecasting methods were applied in the research: the Nadaraya-Watson kernel estimator, the local-linear kernel estimator and, for comparison, the linear regression model and the naive method. Lagged by one day: the S&P 500 Index, the USD/PLN exchange rate, trading volume of the companies in the WIG Index, and the autoregressive variable were used as the predictors in the regression models. To assess the forecasting abilities of the analysed methods four criteria of forecasts quality were applied. The obtained results do not allow to formulate a univocal conclusion about the superiority of the kernel smoothers over the other applied forecasting methods. However, it was shown that in some cases kernel methods may be useful tools for forecasting. It depends on e.g. forecasted period, applied predictor or the criterion of forecasts quality.

Keywords: WIG index forecasting, nonparametric regression, kernel smoothers, Nadaraya-Watson estimator, local-linear kernel estimator

